

PACS numbers: 61.43.Dq, 64.70.D-, 64.70.pe, 81.05.Kf, 81.30.Fb

Особенности формирования структуры сплава $\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$ при закалке из жидкого состояния и последующем нагреве аморфных лент

О. Л. Кравец, А. Б. Лысенко, Т. В. Калинина

*Днепродзержинский государственный технический университет,
ул. Днепростроевская, 2^а,
51918 Днепродзержинск, Украина*

С использованием разработанной модели массовой кристаллизации из жидкой и аморфной фаз исследованы особенности формирования структуры стеклующегося сплава $\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$ в условиях закалки расплава на массивном теплоприемнике и последующего нагрева быстрозакаленных аморфных лент. Показано, что при определенных параметрах модели (толщина лент менее 25 мкм, скорость нагрева $0,7 \text{ K}\cdot\text{c}^{-1}$) процессом, контролирующим кинетику кристаллизации, является образование новых кристаллов в аморфной матрице.

З використанням розробленої моделю масової кристалізації з рідкої й аморфної фаз досліджено особливості формування структури стопу $\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$, здатного осклятися, в умовах загартування розтопу на масивному теплоприймачі й наступного нагрівання швидкозагартованих аморфних стрічок. Показано, що при певних параметрах моделю (товщина стрічок менша за 25 мкм, швидкість нагрівання $0,7 \text{ K}\cdot\text{c}^{-1}$) процесом, що контролює кінетику кристалізації, є утворіння нових кристалів в аморфній матриці.

Using a developed model of mass crystallization from liquid and amorphous phases, the features of structure formation of vitrescent $\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$ alloy in melt-quenching conditions on the massive heat absorber with postheating of rapid-quenched amorphous ribbons are investigated. As shown, at certain parameters of the model (a thickness of ribbons is less than 25 μm , heat rate is $0.7 \text{ K}\cdot\text{s}^{-1}$), the process, which controls the crystallization kinetics, is formation of new crystals in an amorphous matrix.

Ключевые слова: структура стеклующегося сплава $\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$, кинетика кристаллизации.

(Получено 7 сентября 2010 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, в структуре аморфных металлических сплавов, получаемых закалкой из жидкого состояния, фиксируются наномасштабные центры кристаллизации (закаленные зародыши). Объемная плотность N_s и размеры R_e этих центров, с одной стороны, зависят от технологических параметров процесса быстрой закалки, а, с другой стороны, являются важным элементом субмикроструктуры аморфных материалов, влияющим на их свойства, термическую устойчивость и особенности превращений при нагреве. Примерами взаимосвязи параметров N_s и R_e с поведением аморфных материалов при последующей термической обработке могут служить наблюдаемые экспериментально изменения температуры кристаллизации T_x в зависимости от толщины и скорости нагрева быстро-закаленных аморфных лент. В частности, для образцов сплава $Fe_{80}B_{20}$, полученных с различными скоростями охлаждения, подобные изменения весьма существенны и достигают 50 К [1–7].

Для количественного анализа термической устойчивости аморфных лент сплава $Fe_{80}B_{20}$ в цитируемых работах используют различные модификации модели массовой кристаллизации, с помощью которых рассчитывают значения критической скорости закалки u_c , вызывающей аморфизацию, температур T_x , соответствующих максимальной скорости кристаллизации при нагреве, а также термодинамических, кинетических и структурных параметров, контролирующих процессы кристаллизации расплавов и металлических стекол (МС) в условиях непрерывного изменения температуры. Например, модель неизотермической кристаллизации аморфного сплава $Fe_{80}B_{20}$, представленная в публикациях исследователей из Донецкого физико-технического института НАН Украины [5–7], основана на кинетическом уравнении [8]:

$$x(T) = 1 - \exp \left\{ -\frac{\pi}{3} u^3 \left(\frac{T^2}{\alpha_+ Q} \right)^3 \left[I \left(\frac{T^2}{\alpha_+ Q} \right) + 4N_q \right] \right\}, \quad (1)$$

где $x(T)$ — доля превращенного объема; I, u — скорости зарождения и роста кристаллов, соответственно; Q — энергия активации процесса диффузии на границе кристалл–аморфная фаза; α_+ — скорость нагрева; N_q — число закаленных центров в единице объема.

Расчеты $x(T)$, выполненные путем подстановки в уравнение (1) классических выражений для параметров $I(T), u(T)$, а также значений термодинамических и кинетических переменных из [5], свидетельствуют о хорошем согласии результатов моделирования с экспериментальными данными. Однако развитый в работах [4–8] подход позволяет сделать лишь качественные оценки относительных вкладов в величину $x(T)$ двух возможных механизмов кристалли-

зации МС, а именно, роста замороженных центров и образования новых кристаллов путем зарождения и роста в аморфной матрице. В силу сказанного, требует подтверждения принципиальный вывод [3, 4, 6, 8] о том, что процесс кристаллизации МС Fe₈₀B₂₀ контролируется исключительно ростом закаленных зародышей.

В настоящей работе представлена модель кристаллизации металлических расплавов и стекол [9, 10], позволяющая отдельно анализировать зависимости $x(T)$, соответствующие различным механизмам превращения, с помощью которой исследованы особенности формирования структуры сплава Fe₈₀B₂₀ при закалке из жидкого состояния и нагреве аморфных лент. В частности, получены расчетные оценки вкладов в долю превращенного объема механизмов укрупнения замороженных центров и образования новых кристаллов.

2. ХАРАКТЕРИСТИКА МОДЕЛИ

Сущность предлагаемой модели, а также используемые в работе обозначения анализируемых кинетических и структурных параметров иллюстрирует рис. 1. Видно, что в модели рассматриваются 2 этапа формирования структуры, первый из которых происходит в условиях быстрого охлаждения тонких слоев расплава на теплопроводящей подложке и сопровождается кристаллизацией малой доли объема x_-^e , не превышающей чувствительности рентгенофазового анализа ($\sim 10^{-2}$). За все время охлаждения расплава в единице объема образуется N_-^S центров кристаллизации, которые к моменту завершения процесса t_e достигают средних размеров \bar{R}_- .

На втором этапе моделируются процессы кристаллизации, происходящие при нагреве предварительно аморфизированных образцов. Предполагается, что они осуществляются как путем роста закаленных зародышей, содержащихся в объеме МС, так и путем гомогенного зарождения и дальнейшего роста новых кристаллов. В результате роста замороженных центров формируется доля превращенного объема x_+^e , которая складывается из относительных объемов N_-^S кристаллов с размерами \bar{R}_- .

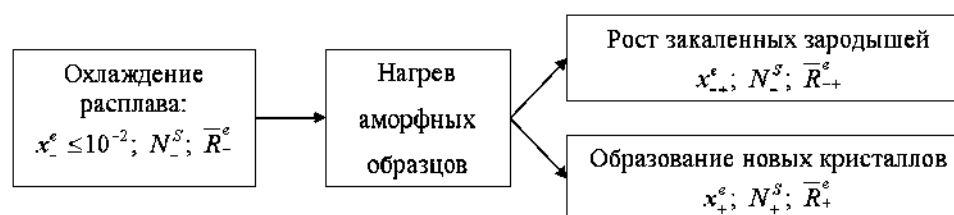


Рис. 1. Процессы и параметры, анализируемые в модели.

Кристаллизация с помощью механизма зарождения и роста новых центров происходит одновременно с процессами роста зародышей, образовавшихся при охлаждении расплава. Результатом действия этого механизма является образование N_+^e кристаллов, имеющих размер \bar{R}_+^e и приносящих в величину превращенного объема долевой вклад, равный x_+^e . Очевидно, что результирующие, объемные доли кристаллической фазы, сформировавшиеся на различных этапах процесса, связаны соотношением:

$$x_-^e + x_{-+}^e + x_+^e = 1. \quad (2)$$

Расчеты величин x_-^e , x_{-+}^e и x_+^e осуществляли по кинетическим уравнениям, полученным в приближении эффективных скоростей зарождения и роста кристаллов [9]. Согласно этому приближению, в условиях массовой кристаллизации приращения числа кристаллических зародышей dN и линейных размеров кристаллов dR за элементарный промежуток времени dt определяются не только значениями параметров I и u , но и относительным количеством материнской (жидкой или аморфной) фазы x_m в единице объема, т.е. могут быть найдены из соотношений:

$$dN = x_m I dt, \quad (3)$$

$$dR = x_m u dt. \quad (4)$$

Как видно, в предлагаемом подходе параметры I , u характеризуют лишь потенциальные возможности процессов зарождения и роста кристаллов, в то время как фактический кинетический ход этих процессов описывается эффективными параметрами:

$$I_{eff} = x_m I, \quad (5)$$

$$u_{eff} = x_m u. \quad (6)$$

Уравнения (3)–(6) составляют формальную основу используемой в работе модели массовой кристаллизации. Они позволяют получить зависимости от времени для всех трех процессов, схематично показанных на рис. 1, т.е. кристаллизации из расплава при охлаждении, а также роста кристаллов из замороженных центров и образования новых кристаллов при нагреве аморфных образцов.

Действительно, как показано в работах [10, 11], для кристаллов сферической формы, образующихся путем зарождения и дальнейшего изотропного роста в переохлажденном расплаве с эффективными скоростями (5), (6), доля закристаллизовавшегося объема может быть определена с помощью уравнения:

$$x_-(t_-) = \frac{4}{3} \pi \int_{t^m}^{t_-} (1 - x(t'_-)) I(t'_-) \left[R_c(t'_-) + \int_{t'}^{t_-} (1 - x(t''_-)) u(t''_-) dt''_- \right]^3 dt'_-, \quad (7)$$

где t^m — момент достижения температуры плавления T_m при охлаждении расплава; R_c — радиус критического зародыша; t_- , t'_- , t''_- — текущие моменты времени, принадлежащие временному интервалу кристаллизации $[t^m, t_-]$: $t^m \leq t'_- \leq t''_- \leq t_- \leq t^e$.

Очевидно, что аналогичное кинетическое уравнение справедливо и для процессов образования новых кристаллов при нагреве МС, поскольку, в соответствии с допущениями модели, эти процессы так же, как и кристаллизация в условиях закалки из жидкого состояния, осуществляются с помощью механизма зарождения и роста сферических кристаллов со скоростями I_{eff} , u_{eff} :

$$x_+(t_+) = \frac{4}{3} \pi \int_{t^b}^{t_+} (1 - x(t'_+)) I(t'_+) \left[R_c(t'_+) + \int_{t'_+}^{t_+} (1 - x(t''_+)) u(t''_+) dt''_+ \right]^3 dt'_+, \quad (8)$$

где $t^b \geq t^e$ — время начала нагрева; t_+ , t'_+ , t''_+ — текущие моменты времени, соответствующие стадии нагрева: $t^b \leq t'_+ \leq t''_+ \leq t_+ \leq t^e$; t^e — момент завершения кристаллизации при нагреве.

Объемную долю кристаллической фазы x_+ , формирующуюся за счет роста замороженных центров, рассчитывали следующим образом.

Полагали, что все закаленные зародыши, фиксируемые в единице объема металлических стекол, имеют некий средний размер \bar{R}_-^e . При дальнейшем нагреве они начинают расти, вследствие чего к моменту времени t'_+ достигают размера $\bar{R}_{-+}(t'_+)$ и занимают суммарную долю объема:

$$x_{-+}(t'_+) = \frac{4}{3} \pi \bar{R}_{-+}^3(t'_+) N_-^S. \quad (9)$$

Элементарное приращение доли закристаллизованного объема, обусловленное рассматриваемым механизмом превращения, составляет:

$$dx_{-+}(t'_+) = 4\pi N_-^S \bar{R}_{-+}^2(t'_+) d\bar{R}_{-+}(t'_+). \quad (10)$$

С учетом соотношения (4) уравнение (10) преобразуется к виду:

$$dx_{-+}(t'_+) = 4\pi N_-^S \bar{R}_{-+}^2(t'_+) [1 - x(t'_+)] u(t'_+) dt'_+. \quad (11)$$

Интегрируя (11), получаем:

$$x_{-+}(t_+) = 4\pi N_-^S \int_{t_+^b}^{t_+} \bar{R}_{-+}^2(t'_+) [1 - x(t'_+)] u(t'_+) dt'_+. \quad (12)$$

Расчеты кинетики кристаллизации в условиях закалки из жидкого состояния выполняли путем согласованного численного решения уравнения (7) с уравнениями теплопроводности Фурье [12] для слоя расплава толщиной l и полубесконечной медной подложки с использованием алгоритма, подробно описанного в работах [10, 11]. Вычисления выполняли методом конечных разностей по неявной схеме [13].

Процессы кристаллизации при нагреве моделировали, полагая, что быстрозакаленная аморфная лента, имеющая начальную температуру T_+^b , нагревается путем теплообмена с рабочей средой, температура которой линейно повышается с наперед заданной скоростью v_+ . Долю закристаллизованного объема $x(t_+)$, входящую в подынтегральные выражения уравнений (8) и (12), рассчитывали с учетом относительных вкладов всех анализируемых в модели механизмов превращения:

$$x(t_+) = x_-^e + x_{-+}(t_+) + x_+(t_+). \quad (13)$$

Для расчетов скоростей зарождения I и u кристаллов в уравнениях (7), (8), (12) использовали эмпирические зависимости этих параметров от температуры T , полученные авторами [8] на основе анализа кинетики кристаллизации и структуры, полностью закристаллизованных образцов МС Fe₈₀B₂₀:

$$I(T) = 1,3 \cdot 10^{50} \exp \left\{ - \left[\frac{31900}{T} + \frac{0,437 T_m^3 (T_m + T)^2}{T^3 (T_m - T)^2} \right] \right\}, \quad (14)$$

$$u(T) = 3 \cdot 10^{11} \exp \left(- \frac{31900}{T} \right) \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{2(T_m - T)}{T_m + T} \right] \right\}. \quad (15)$$

Радиус критического зародыша определяли по формуле:

$$R_c = 2V_m \frac{\sigma}{\Delta G}, \quad (16)$$

где V_m — молярный объем; σ — удельная, свободная энергия границы кристалл–расплав; ΔG — молярная разность свободных энергий жидкой и кристаллической фаз.

Величину σ оценивали путем согласования с данными работ [3, 5] и принимали равной $0,193 \text{ Дж}\cdot\text{м}^{-2}$.

Разность свободных энергий ΔG рассчитывали с помощью приближения Томсона–Спейпена [14].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ АНАЛИЗ

На рисунке 2 показаны результаты расчетного анализа кинетики кристаллизации сплава Fe₈₀B₂₀, выполненного с использованием уравнения (7) применительно к тонким слоям расплава, охлаждающимся на медном закалочном блоке. В расчетах этой серии толщину слоев изменяли в пределах 10–65 мкм с шагом 5 мкм и для всех значений l определяли скорость охлаждения v_m при температуре плавления T_m , конечную величину доли закристаллизовавшегося объема x_-^e , температуру T_-^{\max} и приведенное переохлаждение ΔT_{r-}^{\max} , при которых достигается максимальная скорость кристаллизации, значения скоростей зарождения I_-^{\max} и роста u_-^{\max} кристаллов при T_-^{\max} , а также структурные параметры N_-^S и R_- , фиксируемые в момент окончания процесса быстрой закалки.

Как видно из рис. 2, с ростом толщины исследуемых слоев доля объема, кристаллизующегося за все время охлаждения, увеличивается от $\sim 1,2 \cdot 10^{-5}$ ($l = 10$ мкм) до $\sim 0,99$ ($l = 65$ мкм). Важно, что как общий характер зависимости $x_-^e(l)$, так и значения критической толщины слоя расплава ($l_c \approx 45$ мкм), при которой объемная доля кристаллической фазы составляет $\sim 10^{-2}$, а также скорости охлаждения ($v_m \approx 1,2 \cdot 10^6$ К·с⁻¹) и переохлаждения расплава ($\Delta T_{r-}^{\max} = 0,33$), хорошо согласуются с результатами расчетов [15], выполненных в рамках классического подхода Колмогорова–Джонсона–Мэла–Аврами [16].

Это свидетельствует о правомерности применения предложенного

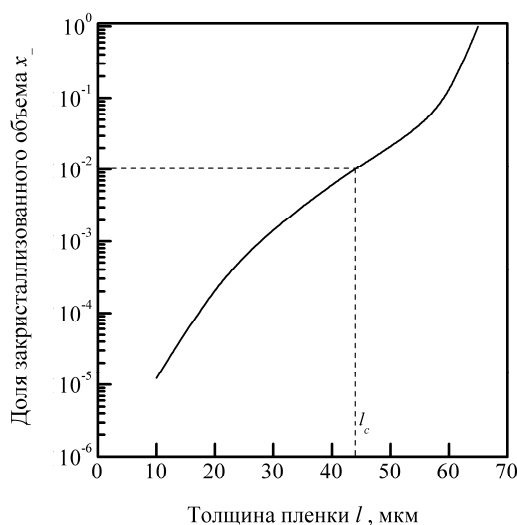


Рис. 2. Расчетная зависимость доли объема, кристаллизующегося при закалке из жидкого состояния сплава Fe₈₀B₂₀, от толщины слоя расплава.

в работе принципа кинетического анализа массовой кристаллизации для изучения особенностей формирования структуры стеклующихся сплавов в условиях ЗЖС.

Следует отметить, что в аморфизирующихся слоях ($l \leq l_c$) процессы кристаллизации осуществляются при относительно высоких

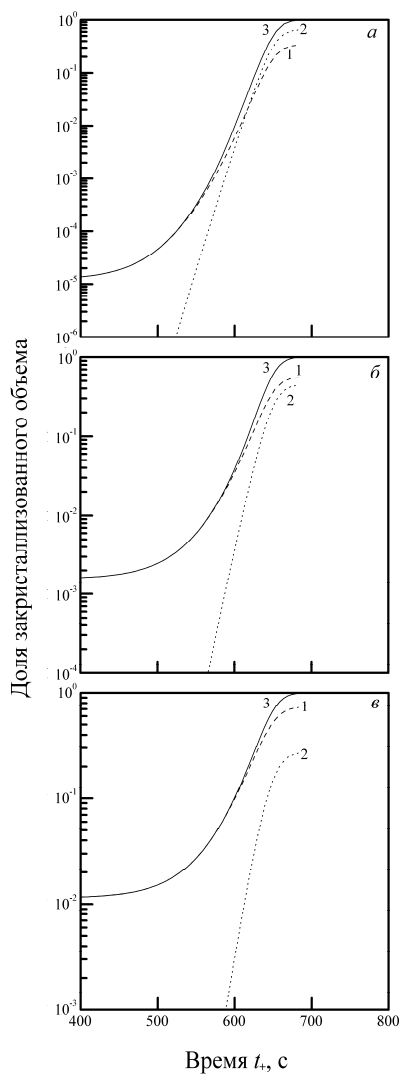


Рис. 3. Зависимости объемной доли кристаллической фазы от времени нагрева для быстрозакаленных аморфных лент $\text{Fe}_{80}\text{V}_{20}$ толщиной 10 (а), 30 (б), 45 (в) мкм, соответствующие скорости нагрева $v_+ = 0,7 \text{ К} \cdot \text{с}^{-1}$. 1 — механизм роста закаленных зародышей (x_{-+}); 2 — механизм образования новых кристаллов (x_+); 3 — общая доля закристаллизованного объема $x = x_{-+} + x_+$.

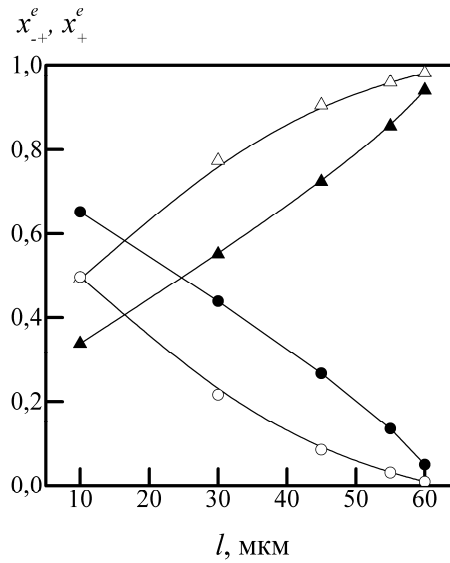


Рис. 4. Влияние толщины аморфных лент Fe₈₀B₂₀ и скорости нагрева на вклады конкурирующих механизмов кристаллизации в общую долю превращенного объема: \triangle , \blacktriangle — x_{-+} ; \circ , \bullet — x_{+} ; светлые символы — $v_{+} = 0,03 \text{ К}\cdot\text{с}^{-1}$; темные символы — $v_{+} = 0,7 \text{ К}\cdot\text{с}^{-1}$.

скоростях зарождения ($I_{-}^{\max} \approx 4 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$) и роста кристаллов ($u_{-}^{\max} \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$). По данным расчетов, при таком сочетании параметров l и u суммарная плотность закаленных зародышей изменяется от $6,7 \cdot 10^{16}$ до $3,8 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$, а их усредненные размеры от 35 до 193 нм с ростом l в пределах 10–45 мкм.

Получение широкого спектра структурных состояний, различающихся объемной долей, плотностью центров и размерами включений кристаллической фазы в аморфной матрице, позволяет проанализировать влияние термической предыстории сплава на кинетику кристаллизации быстрозакаленных аморфных лент при последующем нагреве. С этой целью для лент различной толщины (10–60 мкм) по уравнениям (8) и (12) рассчитывали объемные доли кристаллической фазы, одна из которых (x_{-+}) образуется путем зарождения и роста новых кристаллов в аморфной матрице, а другая (x_{+}) формируется за счет роста замороженных зародышей. Вычисления выполняли, задаваясь двумя скоростями нагрева: 0,03 и 0,7 К·с⁻¹.

В качестве примера на рис.3 приведены расчетные кинетические кривые $x_{-+}(t_{+})$, $x_{+}(t_{+})$, $x(t_{+})$ для лент толщиной 10, 30 и 45 мкм, нагреваемых со скоростью 0,7 К·с⁻¹. Видно, что, в зависимости от толщины ленты, рассматриваемые в модели механизмы кристаллизации, вносят различный вклад в суммарную долю превращенного объема x . При нагреве тонких лент (рис. 3, а) кристаллизация

осуществляется преимущественно с помощью механизма образования новых кристаллов ($x_+^e \approx 0,65$; $x_-^e \approx 0,34$). Однако с ростом l соотношение величин x_+^e и x_-^e изменяется в пользу последней и в слоях критической толщины ($l_c = 45$ мкм) процесс укрупнения кристаллов, возникших на стадии охлаждения расплава, становится преобладающим ($x_+^e \approx 0,27$; $x_-^e \approx 0,72$).

При уменьшении скорости нагрева до $0,03 \text{ К}\cdot\text{с}^{-1}$ процессы роста закаленных зародышей приобретают главенствующую роль практически во всем исследуемом интервале значений l , за исключением слоев толщиной 10 мкм, в котором оба конкурирующих механизма вносят равновеликие вклады в общую долю закристаллизованного объема (рис. 4). В лентах критической толщины $l_c = 45$ мкм относительный вклад механизма зарождения и роста новых кристаллов снижается до уровня $x_+^e \approx 0,09$. И лишь в слоях толщиной 60 мкм, в объеме которых при закалке из жидкого состояния фиксируется около 11% кристаллической фазы, величина x_+^e становится пренебрежимо малой ($9 \cdot 10^{-3}$). Отсюда следует, что в модельных исследованиях кинетики кристаллизации МС $\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$ толщиной $l \leq l_c$ необходимо учитывать оба возможных механизма превращения. Как видно из рис. 4, последнее заключение, прежде всего, относится к процессам ускоренного ($\nu_+ > 0,1 \text{ К}\cdot\text{с}^{-1}$) нагрева.

Согласно данным выполненных расчетов, кристаллизация аморфных лент сплава $\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$ осуществляется при глубоких переохлаждениях относительно температуры плавления, которые составляют $0,53T_m$ при $\nu_+ = 0,7 \text{ К}\cdot\text{с}^{-1}$ и $0,56T_m$ при $\nu_+ = 0,03 \text{ К}\cdot\text{с}^{-1}$. В этих условиях процессы зарождения происходят со скоростью $\cong 10^{15} \text{ м}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$, а скорость роста кристаллов изменяется в пределах $\cong 10^{-8} - 10^{-9} \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$.

Приведенные значения параметров I , u существенно ниже аналогичных характеристик, соответствующих температуре кристаллизации при закалке из жидкого состояния. Несмотря на это, вследствие несоизмеримо больших временных интервалов кристаллизации, за время нагрева в единице объема образуется $\sim 10^{17} - 10^{18}$ новых кристаллов, конечные размеры которых ($\bar{R}_+^e = (1,8 - 4,7) \cdot 10^{-7} \text{ м}$) менее чем на порядок величины уступают размерам кристаллов, растущих из замороженных центров ($\bar{R}_-^e = (1,1 - 7,0) \cdot 10^{-7} \text{ м}$). Эти результаты расчетного анализа являются еще одним подтверждением вывода о необходимости учета двух механизмов кристаллизации металлических стекол.

4. ВЫВОДЫ

1. В рамках приближения эффективных скоростей зарождения и

роста кристаллов получены кинетические уравнения для расчета объемных долей кристаллической фазы, образующейся при затвердевании расплава, а также при нагреве металлических стекол в результате роста закаленных зародышей и образования новых кристаллов в аморфной матрице.

2. Расчетным анализом, выполненным применительно к стеклюющемуся сплаву Fe₈₀B₂₀, установлено, что с ростом толщины аморфных лент и уменьшением скорости их нагрева более конкурентоспособным становится механизм укрупнения замороженных центров кристаллизации.

3. Показано, что в лентах толщиной $l \leq l_c$, нагреваемых со скоростями более $0,1 \text{ K}\cdot\text{c}^{-1}$, вклад механизма зарождения и роста новых кристаллов в общую долю закристаллизованного объема, как и его влияние на параметры конечной микроструктуры сплава, могут быть соизмеримыми и даже преобладающими в сравнении с процессами роста закаленных зародышей.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. F. E. Luborsky, *Mater. Sci. Eng.*, **28**: 139 (1977).
2. J. L. Walter, *Mater. Sci. Eng.*, **39**: 95 (1979).
3. A. L. Greer, *Acta Metallurgica*, **30**, No. 1: 171 (1982).
4. В. И. Ткач, *Физика и техника высоких давлений*, **8**, № 4: 91 (1998).
5. V. I. Tkatch, A. I. Limanovskii, and V. Yu. Kameneva, *J. Mater. Sci.*, **32**: 5669 (1997).
6. С. Г. Рассолов, В. И. Ткач, В. В. Попов, А. И. Лимановский, *Физика и техника высоких давлений*, **12**, № 3: 116 (2002).
7. С. Г. Рассолов, В. И. Ткач, *Изв. РАН. Сер. физическая*, **69**, № 8: 1218 (2005).
8. В. П. Набережных, В. И. Ткач, А. И. Лимановский, В. Ю. Каменева, *Физика металлов и металловедение*, **71**, № 2: 157 (1991).
9. А. Б. Лысенко, *Тезисы докладов международной конференции «Современные проблемы физики металлов» (7–9 октября 2008 г., Киев)* (Киев: ИМФ им. Г. В. Курдюмова НАНУ: 2008).
10. A. B. Lysenko, G. V. Borisova, O. L. Kravets, and A. A. Lysenko, *The Physics of Metals and Metallography*, **106**, No. 5: 435 (2008).
11. А. Б. Лысенко, О. Л. Кравец, Г. В. Борисова, *Физика и техника высоких давлений*, **17**, № 3: 52 (2007).
12. А. В. Лыков, *Теория теплопроводности* (Москва: Высшая школа: 1967).
13. Е. А. Волков, *Численные методы* (Москва: Наука: 1987).
14. C. V. Thompson, F. Spaepen, *Acta Metallurg. Mater.*, **22**, No. 12: 1855 (1979).
15. V. I. Tkatch, S. N. Denisenko, and B. I. Selyakov, *Acta Metallurg. Mater.*, **43**, No. 6: 2485 (1995).
16. Дж. Кристиан, *Теория превращений в металлах и сплавах* (Москва: Мир: 1978).