

УДК 531.36: 534.1

©2012. Е.В. Очеретнюк

УСЛОВИЯ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНОГО ВРАЩЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА НА СТРУННОМ ПОДВЕСЕ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ

Рассматривается динамически симметричное твердое тело на струнном подвесе. Длина подвеса меняется по кусочно-постоянному периодическому закону. Исследуется потеря устойчивости вращения тела вокруг оси динамической симметрии. Исследования проводятся методами теории Флоке и теории параметрических возмущений. Получены достаточные условия потери устойчивости.

Ключевые слова: *твердое тело на струнном подвесе, теория Флоке, теория параметрических возмущений, неустойчивость.*

Введение. Исследования движения тела, подвешенного на струне, начатые еще в 50-х годах двадцатого века, развиваются и сейчас [1–8]. В работе [5] рассмотрена задача о колебаниях маятника переменной длины на вибрирующем основании при больших частотах вибраций и малых амплитудах гармонических колебаний длины маятника и точки его подвеса. Получены усредненные уравнения первого и второго приближений, описаны бифуркации стационарных режимов в уравнениях первого приближения, а также во втором приближении при резонансе 1:2. В работе [7] исследуются частоты и формы параметрических колебаний маятника переменной длины при значениях коэффициента модуляции от сколь угодно малых до предельно допустимых. Аналитическими и численными методами построены и изучены границы резонансных зон первых четырех мод колебаний, установлены основные качественные свойства высших мод. Установлены специфические свойства собственных форм колебаний. В книге [8] теоретически и экспериментально исследуется нелинейное поведение физического маятника с колеблющейся точкой подвеса. Найдена область неустойчивости нижнего вертикального положения маятника. Получена амплитудно-частотная характеристика, отвечающая периодическим движениям с малой амплитудой.

Целью настоящей работы является исследование потери устойчивости стационарного вращения динамически симметричного твердого тела на струнном подвесе в случае, когда длина подвеса меняется по периодическому закону. Дополнительно предполагается, что расстояние от центра масс тела до точки соединения тела с подвесом мало.

1. Постановка задачи. Рассматривается динамически симметричное твердое тело, подвешенное на нерастяжимом невесомом стержне O_1O_2 . Точка O_2 находится на оси динамической симметрии тела.

Предполагается, что длина подвеса описывается кусочно-постоянной фун-

кцией так, что

$$l(t) = \begin{cases} l_1, & t \in \left(k\theta, \frac{\theta}{2} + k\theta\right]; \\ l_2, & t \in \left(\frac{\theta}{2} + k\theta, (k+1)\theta\right); \quad k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Исходя из вида функции $l(t)$, можем заключить, что на интервалах времени $\left(k\theta, \frac{\theta}{2} + k\theta\right)$ и $\left(\frac{\theta}{2} + k\theta, (k+1)\theta\right)$ тело находится под действием стационарных связей, а в момент времени $t = \frac{k\theta}{2}$ происходит мгновенное изменение голономной связи. Этот момент времени является моментом удара в системе.

Введем неподвижную систему координат $O_1\xi\eta\zeta$ так, что ось $O_1\zeta$ – вертикальная, а плоскость $O_1\xi\eta$ – горизонтальная. В центре масс G тела, расположенного на оси динамической симметрии, поместим начала двух других систем координат: $G\xi_1\eta_1\zeta_1$ и $Gxyz$. Оси первой системы координат постоянно параллельны соответствующим осям $O_1\xi\eta\zeta$, оси второй системы жестко связаны с телом. При этом ось Gz направлена по оси динамической симметрии тела и является главной центральной осью инерции (см. рис. 1).

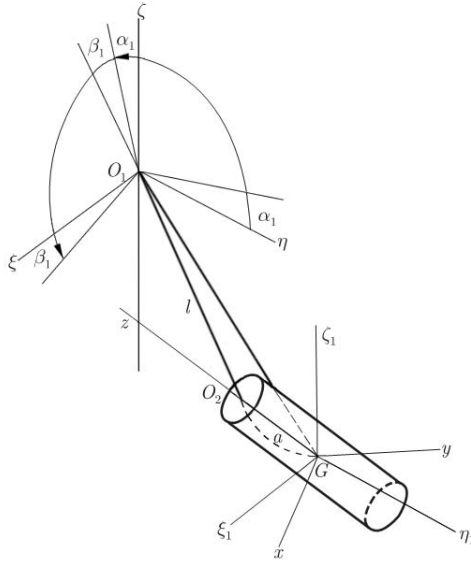


Рис. 1

Положение тела и жестко связанной с ним системы координат $Gxyz$ относительно поступательно перемещающейся системы $G\xi_1\eta_1\zeta_1$ определим тремя углами Эйлера–Крылова: α , β и γ . Углами α_1 и β_1 зададим положение стержня O_1O_2 по отношению к системе координат $O_1\xi\eta\zeta$.

Струнный подвес можно рассматривать как реономную геометрическую связь

$$x^2 + y^2 + z^2 = l^2(t), \quad t \neq \frac{k\theta}{2},$$

где x, y, z – координаты точки O_2 в неподвижной системе координат. Координаты ξ_G, η_G, ζ_G центра масс тела G определяются по формулам

$$\begin{aligned} \xi_G &= -l(t) \sin \beta_1 - a \sin \beta, \\ \eta_G &= -l(t) \sin \alpha_1 \cos \beta_1 + a \sin \alpha \cos \beta, \quad t \neq \frac{k\theta}{2}, \\ \zeta_G &= -l(t) \cos \alpha_1 \cos \beta_1 - a \cos \alpha \cos \beta. \end{aligned}$$

Кинетическая энергия системы имеет вид

$$T = \frac{1}{2} [m(\dot{\xi}_G^2 + \dot{\eta}_G^2 + \dot{\zeta}_G^2) + A(\omega_x^2 + \omega_y^2) + C\omega_z^2],$$

а потенциальная энергия определяется формулой

$$V = mg\zeta_G = -mg(l(t) \cos \alpha_1 \cos \beta_1 + a \cos \alpha \cos \beta), \quad t \neq \frac{k\theta}{2}.$$

Кроме силы тяжести на систему действуют малые силы трения в шарнире O_1 , которые можно задать функцией Релея

$$R = \frac{\mu(\dot{\alpha}_1^2 + \dot{\beta}_1^2)}{2},$$

μ – положительный коэффициент.

При $t \neq \frac{k\theta}{2}$ уравнения движения имеют форму уравнений Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_q,$$

где q_k – обобщенные координаты, а Q_q – соответствующие им обобщенные силы

$$Q_q = \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_k}.$$

При $t = \frac{k\theta}{2}$ уравнения движения имеют форму

$$q_k \left(\frac{k\theta}{2} - 0 \right) = q_k \left(\frac{k\theta}{2} + 0 \right), \quad \left. \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right|_{t=\frac{k\theta}{2}-0} = \left. \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right|_{t=\frac{k\theta}{2}+0}.$$

Система уравнений движения допускает стационарный режим

$$\alpha_1 = \dot{\alpha}_1 = 0, \quad \beta_1 = \dot{\beta}_1 = 0, \quad \beta = \dot{\beta} = 0, \quad \alpha = \dot{\alpha} = 0, \quad \gamma = \omega t + c, \quad \dot{\gamma} = \omega,$$

где ω – угловая скорость вращения тела вокруг его оси динамической симметрии.

В линейном приближении система уравнений возмущенного движения в переменных

$$x_1 = \alpha_1, \quad x_2 = \beta_1, \quad x_3 = \alpha, \quad x_4 = \beta$$

имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_n \ddot{x}(t) + (\mathcal{B} + \mathcal{G}) \dot{x}(t) + \mathcal{C}_n x(t) &= 0, \quad n = 1, 2, \quad t \neq \frac{k\theta}{2}, \\ x(t^+) &= x(t), \quad \mathcal{A}_2 \dot{x}(t^+) = \mathcal{A}_1 \dot{x}(t), \quad t = \frac{\theta}{2} + k\theta, \\ x(t^+) &= x(t), \quad \mathcal{A}_1 \dot{x}(t^+) = \mathcal{A}_2 \dot{x}(t), \quad t = k\theta, \end{aligned} \quad (1)$$

где постоянные матрицы \mathcal{A}_n , \mathcal{B} , \mathcal{G} , \mathcal{C} выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_n &= \begin{pmatrix} ml_n^2 & 0 & mal_n & 0 \\ 0 & ml_n^2 & 0 & mal_n \\ mal_n & 0 & A + ma^2 & 0 \\ 0 & mal_n & 0 & A + ma^2 \end{pmatrix}, & \mathcal{B} &= \begin{pmatrix} \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \mathcal{G} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C\omega \\ 0 & 0 & -C\omega & 0 \end{pmatrix}, & \mathcal{C}_n &= \begin{pmatrix} mgl_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & mgl_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & mga & 0 \\ 0 & 0 & 0 & mga \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Введем комплексные переменные $z_1 = x_1 + ix_2$, $z_2 = x_3 + ix_4$. Система (1) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{A}}_n \ddot{z}(t) + (\tilde{\mathcal{B}} + \tilde{\mathcal{G}}) \dot{z}(t) + \tilde{\mathcal{C}}_n z(t) &= 0, \quad n = 1, 2, \quad t \neq \frac{k\theta}{2}, \\ z(t^+) &= z(t), \quad \tilde{\mathcal{A}}_2 \dot{z}(t^+) = \tilde{\mathcal{A}}_1 \dot{z}(t), \quad t = \frac{\theta}{2} + k\theta, \\ z(t^+) &= z(t), \quad \tilde{\mathcal{A}}_1 \dot{z}(t^+) = \tilde{\mathcal{A}}_2 \dot{z}(t), \quad t = k\theta, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\tilde{\mathcal{A}}_n = \begin{pmatrix} ml_n^2 & mal_n \\ mal_n & A + ma^2 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} \mu & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathcal{G}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -iC\omega \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathcal{C}}_n = \begin{pmatrix} mgl_n & 0 \\ 0 & mga \end{pmatrix}.$$

Система (2) является линейной периодической системой дифференциальных уравнений с импульсным воздействием. Для исследования устойчивости системы (2) применим результаты теории Флоке [9]. Для этого систему дифференциальных уравнений приведем к нормальной форме. Введем новые переменные $y_1(t) = z(t)$, $y_2(t) = \dot{z}(t)$, тогда

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= M_n y(t), \quad t \neq \frac{k\theta}{2}, \\ \dot{y}(t^+) &= S_1 y(t), \quad t = \frac{\theta}{2} + k\theta, \\ \dot{y}(t^+) &= S_2 y(t), \quad t = k\theta, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}
 M_n &= \begin{pmatrix} 0 & I \\ -\tilde{\mathcal{A}}_n^{-1}\tilde{\mathcal{C}}_n & -\tilde{\mathcal{A}}_n^{-1}(\tilde{\mathcal{B}} + \tilde{\mathcal{G}}) \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(A+ma^2)g}{Al_n} & \frac{ma^2g}{Al_n} & -\frac{(A+ma^2)\mu}{Am_l^2} & -\frac{aC\omega}{Al_n}i \\ \frac{mag}{A} & -\frac{mag}{A} & \frac{a\mu}{Al_n} & \frac{C\omega}{A}i \end{pmatrix}, \\
 S_1 &= \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & \tilde{\mathcal{A}}_2^{-1}\tilde{\mathcal{A}}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_1(Al_2+ma^2(l_1-l_2))}{Al_2^2} & \frac{a(A+ma^2)(l_1-l_2)}{Al_2^2} \\ 0 & 0 & -\frac{mal_1(l_1-l_2)}{Al_2} & \frac{Al_2-ma^2(l_1-l_2)}{Al_2} \end{pmatrix}, \\
 S_2 &= \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & \tilde{\mathcal{A}}_1^{-1}\tilde{\mathcal{A}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_2(Al_1+ma^2(l_2-l_1))}{Al_1^2} & \frac{a(A+ma^2)(l_2-l_1)}{Al_1^2} \\ 0 & 0 & -\frac{mal_2(l_2-l_1)}{Al_1} & \frac{Al_1-ma^2(l_2-l_1)}{Al_1} \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Матрица монодромии системы (3) будет иметь вид

$$\Phi = S_2 e^{M_2 \frac{g}{2}} S_1 e^{M_1 \frac{g}{2}}.$$

Необходимые и достаточные условия устойчивости системы (3) основаны на результатах классической теории Флоке:

1) система (3) асимптотически устойчива, тогда и только тогда, когда все мультипликаторы этой системы (характеристические числа матрицы монодромии Φ) лежат внутри открытого единичного круга (комплексной плоскости \mathbb{C}),

2) система (3) неустойчива, если хотя бы один мультипликатор лежит вне замкнутого единичного круга,

3) система (3) устойчива, тогда и только тогда, когда все мультипликаторы лежат внутри замкнутого единичного круга и тем из них, которые лежат на единичной окружности соответствуют простые элементарные делители матрицы Φ .

В настоящей работе ограничимся исследованием вопроса о достаточных условиях потери устойчивости стационарного вращения твердого тела при условии, что параметр a является достаточно малым по сравнению со средней длиной подвеса. Очевидно, что достаточным условием потери устойчивости будет нахождение одного из мультипликаторов вне единичного круга.

2. Условия потери устойчивости. Рассмотрим случай, когда a – z -координата точки O_2 в системе $Gxyz$ мала. Разложим с точностью до $o(a)$ все элементы матрицы монодромии Φ

$$M_n = M_n^0 + aM_n^1 + o(a),$$

$$e^{M_n \frac{\theta}{2}} = e^{M_n^0 \frac{\theta}{2}} + a e^{M_n^0 \frac{\theta}{2}} M_n^1 \frac{\theta}{2} + o(a),$$

$$S_n = S_n^0 + a S_n^1 + o(a).$$

Тогда Φ разложится в ряд по a следующим образом:

$$\Phi = \Phi_0 + a \Phi_1 + o(a), \quad (4)$$

где

$$\Phi_0 = S_2^0 e^{M_2^0 \frac{\theta}{2}} S_1^0 e^{M_1^0 \frac{\theta}{2}}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Phi_1 = & S_2^1 e^{M_2^0 \frac{\theta}{2}} S_1^0 e^{M_1^0 \frac{\theta}{2}} + S_2^0 e^{M_2^0 \frac{\theta}{2}} S_1^1 e^{M_1^0 \frac{\theta}{2}} + \\ & + \frac{\theta}{2} S_2^0 e^{M_2^0 \frac{\theta}{2}} M_2^1 S_1^0 e^{M_1^0 \frac{\theta}{2}} + \frac{\theta}{2} S_2^0 e^{M_2^0 \frac{\theta}{2}} S_1^0 e^{M_1^0 \frac{\theta}{2}} M_1^1. \end{aligned} \quad (6)$$

Мультипликаторы матрицы M_n^0 равны соответственно

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = \frac{C\omega}{A}i, \quad \lambda_{3,4} = \frac{1}{2ml_n^2}(-\mu \pm \sqrt{\mu^2 - 4m^2 gl_n^3}).$$

Мультипликаторы матрицы Φ_0 примут вид

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = e^{i\frac{C\omega}{A}\theta}, \quad \lambda_3 = e^{\alpha_1 + \beta_1}, \quad \lambda_4 = e^{\alpha_2 + \beta_2},$$

где

$$\alpha_{1,2} = \frac{\theta}{4ml_1^2}(-\mu \pm \sqrt{\mu^2 - 4m^2 gl_1^3}), \quad \beta_{1,2} = \frac{\theta}{4ml_2^2}(-\mu \pm \sqrt{\mu^2 - 4m^2 gl_2^3}).$$

Для мультипликатора $e^{i\frac{C\omega}{A}\theta}$ воспользуемся теорией возмущения линейных параметров для случая простого собственного значения [8], для этого представим его в виде разложения в ряд по степеням a :

$$\lambda = \lambda_0 + a \frac{d\lambda}{da} + o(a). \quad (7)$$

В свою очередь

$$\frac{d\lambda}{da} = v_0^T \Phi_1 u_0 / (v_0^T u_0), \quad (8)$$

u_0 – собственный вектор, отвечающий собственному значению $e^{i\frac{C\omega}{A}\theta}$, а v_0 – левый собственный вектор, отвечающий собственному значению $e^{i\frac{C\omega}{A}\theta}$. Подставляя в формулу (8) соответствующие значения, находим

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{da} = & \frac{ie^{i\frac{C\omega}{A}\theta}(l_1 + l_2)}{C\omega(e^{\alpha_2 + \beta_2} - e^{i\frac{C\omega}{A}\theta})} ((ml_1^2 l_2^2 (l_1 - l_2)^2 - \frac{1}{2}\mu\theta(l_1^4 + l_2^4 + l_1^2 l_2^2 - \\ & - l_1 l_2 (l_1^2 + l_2^2))) e^{i\frac{C\omega}{A}\theta} - ((l_1(ml_2^2 - \frac{1}{2}\mu\theta) - ml_2^3) l_1^2 e^{\alpha_2} + (ml_1^3 - ml_1^2 l_2 + \\ & + \frac{1}{2}\mu\theta l_2) l_2^2 e^{\beta_2}) (l_1 - l_2) e^{i\frac{C\omega}{2A}\theta} + (m(l_1 - l_2)^2 + \frac{1}{2}\mu\theta) l_1^2 l_2^2 e^{\alpha_2 + \beta_2}). \end{aligned}$$

Таким образом, можно получить достаточное условие неустойчивости данной системы

$$\left| e^{i\frac{C\omega}{A}\theta} + a \left(\frac{ie^{i\frac{C\omega}{A}\theta}(l_1 + l_2)}{C\omega(e^{\alpha_2 + \beta_2} - e^{i\frac{C\omega}{A}\theta})} \left((ml_1^2 l_2^2 (l_1 - l_2)^2 - \frac{1}{2}\mu\theta(l_1^4 + l_2^4 + l_1^2 l_2^2 - l_1 l_2 (l_1^2 + l_2^2))) e^{i\frac{C\omega}{A}\theta} - \left((l_1(ml_2^2 - \frac{1}{2}\mu\theta) - ml_2^3) l_1^2 e^{\alpha_2} + (ml_1^3 - ml_1^2 l_2 + \frac{1}{2}\mu\theta l_2) l_2^2 e^{\beta_2} \right) (l_1 - l_2) e^{i\frac{C\omega}{2A}\theta} + (m(l_1 - l_2)^2 + \frac{1}{2}\mu\theta) l_1^2 l_2^2 e^{\alpha_2 + \beta_2} \right) \right) \right| > 1,$$

$$a \ll 1.$$

3. Численные примеры. Области неустойчивости при $C = 2\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $A = 2\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $l_1 = 2\text{м}$, $l_2 = 7\text{м}$, $m = 2\text{кг}$, $a = 0,3\text{м}$, $g = 9,8\text{м}/\text{с}^2$, $\mu = 0,35\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$ в пространстве параметров (θ, ω) изображены на рис. 2 штриховкой.

Области неустойчивости при $C = 2\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $A = 5\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $l_1 = 3\text{м}$, $l_2 = 7\text{м}$, $m = 2,5\text{кг}$, $a = 0,3\text{м}$, $g = 9,8\text{м}/\text{с}^2$, $\mu = 0,15\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$ в пространстве параметров (θ, ω) изображены на рис. 3 штриховкой.

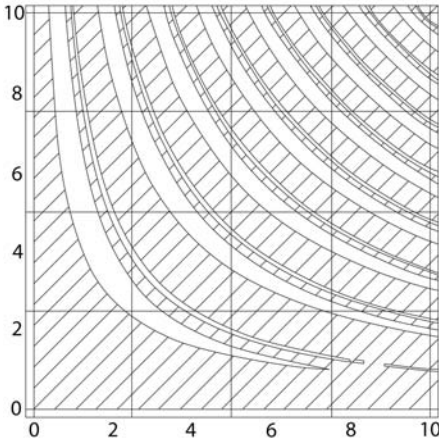


Рис. 2

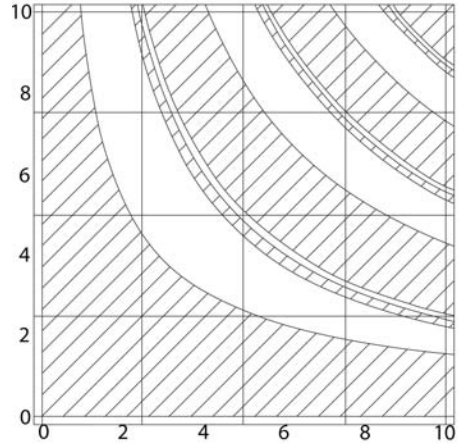


Рис. 3

Области неустойчивости при $C = 1\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $A = 1\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $l_1 = 10\text{м}$, $l_2 = 5\text{м}$, $m = 1\text{кг}$, $a = 0,5\text{м}$, $g = 9,8\text{м}/\text{с}^2$, $\mu = 0,2\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$ в пространстве параметров (θ, ω) изображены на рис. 4 штриховкой.

Области неустойчивости при $C = 1\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $A = 2\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $\omega = 10\text{с}^{-1}$, $l_2 = 5\text{м}$, $m = 1\text{кг}$, $a = 0,5\text{м}$, $g = 9,8\text{м}/\text{с}^2$, $\mu = 0,2\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$ в пространстве параметров $(\theta, l_1/l_2)$ изображены на рис. 5 штриховкой.

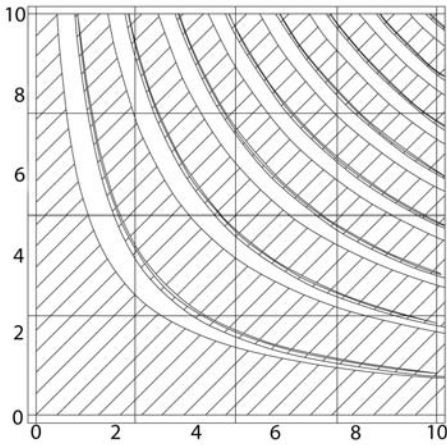


Рис. 4

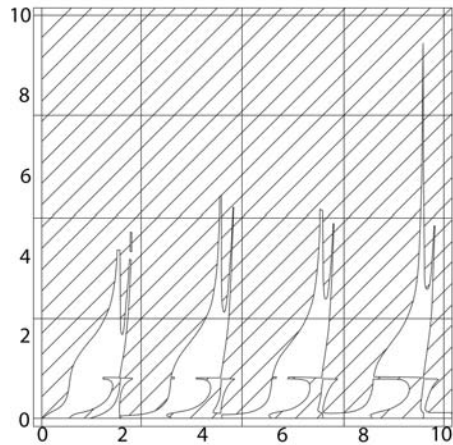


Рис. 5

Области неустойчивости при $C = 3\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $A = 5\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $\omega = 10\text{с}^{-1}$, $l_2 = 4\text{м}$, $m = 2\text{кг}$, $a = 0,3\text{м}$, $g = 9,8\text{м}/\text{с}^2$, $\mu = 0,15\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$ в пространстве параметров $(\theta, l_1/l_2)$ изображены на рис. 6 штриховкой.

Области неустойчивости при $C = 3\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $A = 5\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$, $\omega = 10\text{с}^{-1}$, $l_2 = 4\text{м}$, $m = 2\text{кг}$, $a = -0,2\text{м}$, $g = 9,8\text{м}/\text{с}^2$, $\mu = 0\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$ в пространстве параметров $(\theta, l_1/l_2)$ изображены на рис. 7 штриховкой.

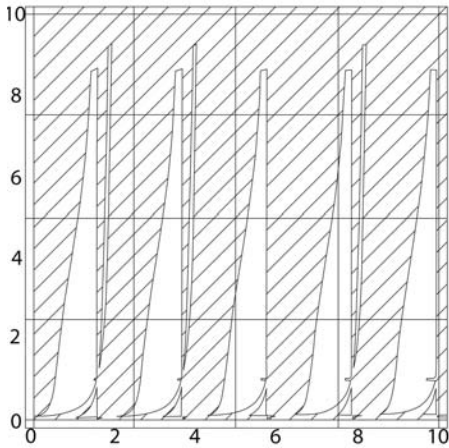


Рис. 6

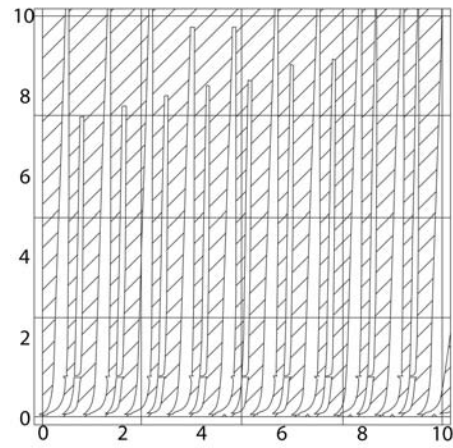


Рис. 7

Заключение. Предложен подход, основанный на теории Флоке и теории параметрического возмущения, который дает возможность определить области потери устойчивости динамически симметричного твердого тела на струнном подвесе переменной длины. Получены достаточные условия неустойчивости в виде неравенства, ограничивающие параметры системы. Представлены численные примеры и построены области, которые им отвечают.

1. Золотенко Г.Ф. Движение твердого тела подвешенного на нити переменной длины // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1988. – № 1. – С. 16–19.
2. Голубев Ю.Ф. Резонансы в линейных системах с одной степенью свободы и кусочно-постоянными параметрами // Прикл. математика и механика. – 1999. – **63**, № 2. – С. 204–212.
3. Слынько В.И. Об устойчивости стационарных вращений динамически симметричного твердого тела на струнном колеблющемся подвесе // Доп. НАН України. – 2008. – № 5. – С. 82–88.
4. Очеретнюк Е.В., Слынько В.И. Параметрический резонанс в задачах динамики твердого тела на длинном струнном подвесе // Механика твердого тела. – 2011. – Вып. 41. – С. 68–84.
5. Красильников П.С. О нелинейных колебаниях маятника переменной длины на вибрирующем основании // Прикл. математика и механика. – 2012. – **76**, № 1. – С. 36–51.
6. Беспалова Е.И., Урусова Г.П. Определение областей динамической неустойчивости неоднородных оболочечных систем при периодических возмущениях // Прикл. механика. – 2011. – **47**, № 2. – С. 96–106.
7. Акуленко Л.Д., Нестеров С.В. Устойчивость равновесия маятника переменной длины // Прикл. математика и механика. – 2009. – **73**, № 6. – С. 893–902.
8. Майльбаев А.А., Сейранян А.П. Многопараметрические задачи устойчивости. Теория и приложения в механике. – М.: Физматлит, 2009. – 399 с.
9. Самойленко А.М., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. – К.: Вища школа, 1987. – 288 с.

Е.В. Ocheretnyuk

Terms of losing stability of stationary rotation rigid body suspended on a string of variable length

Dynamically symmetric rigid body on a string suspension is considered. Suspension length varies in a piecewise constant periodic law. The loss of stability of the system of the rotation around the axis of dynamic symmetry is investigated. Research is carried out using the Floquet theory and perturbation theory. The sufficient conditions of instability are obtained.

Keywords: rigid body on a string suspension, Floquet theory, theory of parametric perturbations, instability.

Є.В. Очеретнюк

Умови втрати стійкості стаціонарного обертання твердого тіла на струнному підвісі змінної довжини

Розглядається динамічно симетричне тверде тіло на струнному підвісі. Довжина підвісу змінюється за кусково-сталім періодичним законом. Досліджується втрата обертання твердого тіла навколо осі динамічної симетрії. Дослідження проводяться методами теорії Флоке і теорії параметричних збурень. Отримано достатні умови втрати стійкості.

Ключові слова: тверде тіло на струнному підвісі, теорія Флоке, теорія параметричних збурень, нестійкість.