УДК 519.8, 621.18

Ю.П. ЛАПТИН, Н.Г. ЖУРБЕНКО, М.М. ЛЕВИН, П.И. ВОЛКОВИЦКАЯ

О РАЗРАБОТКЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

Ключевые слова: *энергетика, оптимальное проектирование, математическое моделирование, методы оптимизации, программное обеспечение*.

Энергетика является одним из ключевых секторов экономики Украины. Более 40% тепловой и электрической энергии производится на тепловых электростанциях. Энергоблоки большинства электростанций исчерпали свой технический ресурс и работают с низким КПД. В настоящее время в ремонте и реконструкции нуждаются более 100 энергоблоков. Энергетические котлоагрегаты – сложные технические объекты, состоящие из многих взаимосвязанных компонентов. Стоимость одного энергоблока — $70–500 млн. Большие финансовые и материальные затраты при создании и реконструкции энергоблоков обусловливают практическую важность разработки программных средств оптимизации проектных решений для таких технических объектов [1–5].

В настоящее время создано множество доступных для использования программных реализаций разнообразных численных методов оптимизации [6]. Как правило, разработка этих методов и соответствующих программ проводятся на уровне предельно абстрактной формулировки решаемой задачи. Опыт использования такого рода программного обеспечения для решения сложных реальных задач оптимизации показывает, что данный подход обычно редко эффективен. Это обусловлено как существенной трудоемкостью привязки предоставляемых программных средств к решению практических задач, так и тем, что в таких «абстрактных» численных методах отсутствуют средства учета специфических свойств задач конкретной области приложения. Эффективное программное обеспечение сложных задач оптимизации должно разрабатываться с учетом их структурных, информационных и математических особенностей.

В данной статье рассматриваются основные проблемы создания математического и программного обеспечения задач оптимального проектирования теплоэнергетических котлоагрегатов. В первом разделе описываются задачи оптимального проектирования котлоагрегата и соответствующие математические модели. Во втором разделе анализируется модель оптимального проектирования, учитывающая один основной режим эксплуатации, и ее особенности, позволяющие редуцировать исходную задачу к задаче меньшей размерности. Исследуются структурированные задачи, являющиеся естественным обобщением задач оптимального проектирования котлоагрегатов. В третьем разделе рассматриваются модель проектирования, учитывающая альтернативные режимы эксплуатации, и разработанные методы ее решения. В четвертом и пятом разделах описываются особенности программной реализации задач оптимального проектирования котлоагрегатов и результаты апробации программных средств на реальных задачах.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОТЛОАГРЕГАТОВ

Компонентами энергетического котлоагрегата являются: топка, поверхности нагрева радиационных, ширмовых и конвективных перегревателей, экономайзеры, воздухоподогреватели и др. Связи между компонентами определяются тепловой схемой котлоагрегата. Проектируемая конструкция должна работать в нескольких альтернативных режимах, которые определяются используемым топливом и величиной нагрузки, и обеспечивать заданные значения выходных показателей. При этом для всех режимов работы котлоагрегата должны выполняться технологические ограничения (по температуре стенок труб, коэффициентам запаса прочности, аэродинамическому и гидравлическому сопротивлению, скоростям теплоносителей, жесткости конструкций, выбросам загрязняющих веществ и др.).

В разработанных моделях состав компонентов, тепловая схема, структурные характеристики всех поверхностей нагрева (шахматная или коридорная компоновка, прямоточное или противоточное включение по пару, типы оребрения и др.) предполагаются заданными. Считаются также заданными для каждого режима: способ сжигания и характеристики топлива, температура воздуха на входе воздушного тракта; характеристики пара на выходе пароводяных трактов, питательной воды, пара низкого давления на входе пароводяных трактов.

При формировании конкретной задачи оптимизации задается список варьируемых конструктивных параметров котлоагрегата (например, диаметры и толщины стенок труб, поперечные и продольные шаги, захо́дности, число петель и др.) и критерий качества конструкции (стоимость, материалоемкость, приведенные затраты).

В результате решения задачи оптимального проектирования котлоагрегата определяются значения варьируемых конструктивных параметров и для каждого режима эксплуатации выполняется расчет характеристик материальных потоков (для всех элементов тепловой схемы определяется расход теплоносителя, давление, температура на входах и выходах), рассчитываются значения показателей, определяющих технологические ограничения. Все расчеты выполняются в соответствии с утвержденными методиками [7].

Наиболее важной частью информационного представления задачи является функциональная (тепловая) схема котлоагрегата. Она описывает порядок омывания теплоносителями компонентов котлоагрегата и определяет уравнения теплового и материального баланса математической модели. Эти уравнения линейны. В элементах тепловой схемы, соответствующих поверхностям нагрева, происходят процессы теплообмена, которые описываются нелинейными уравнениями. Отдельный элемент тепловой схемы — топка, в которой происходит сгорание топлива. Процессы тепловыделения и теплообмена в топке также описываются нелинейными уравнениями. В совокупности линейные и нелинейные уравнения формируют систему уравнений, определяющую процессы теплообмена в котлоагрегате в целом. Для решения такой системы уравнений в теплотехнике используется методика, называемая тепловым расчетом [7]. Тепловой расчет позволяет обеспечить точность, необходимую для выполнения проектных работ, однако слишком трудоемок для использования в оптимизационных алгоритмах и не обеспечивает расчет дополнительных необходимых характеристик (частных производных тех или других величин по входным параметрам).

В настоящей работе рассматриваются две оптимизационные модели проектирования котлоагрегатов — модель проектирования на номинальный режим эксплуатации и модель проектирования, учитывающая альтернативные режимы эксплуатации.

В модели проектирования на номинальный режим эксплуатации расход топлива и значения управляющих характеристик (рециркуляция газов и величины впрысков) считаются заданными. В качестве целевых критериев рассматриваются стоимость, материалоемкость и приведенные затраты. Расчеты для режимов работы на частичных нагрузках, на альтернативном топливе выполняют после решения оптимизационной задачи для проверки полученных решений. Аналогичный подход при решении задач оптимального проектирования используется в [3].

В модели проектирования, учитывающей альтернативные режимы эксплуатации, кроме значений конструктивных характеристик котлоагрегата необходимо для каждого режима определить расход топлива и оптимальные значения управляющих характеристик (рециркуляция газов и величины впрысков). В качестве целевых критериев используются стоимость, материалоемкость или функциональные характеристики основного режима — приведенные затраты, КПД, расход топлива.

В целом задачи оптимального проектирования (выбора рациональных значений конструктивных характеристик) энергетического котлоагрегата формулируются как задачи математического программирования. Число переменных и ограничений в таких задачах после возможных упрощений достигает нескольких тысяч. Система ограничений включает линейные и нелинейные уравнения и неравенства.

Важный фактор при формулировке математических моделей оптимального проектирования — выбор независимых переменных задач оптимизации. В исходной задаче требуется определить значения конструктивных характеристик котлоагрегата.

Одним из подходов является выбор этих величин в качестве независимых переменных. Как следствие получаем значения тепловосприятий поверхностей нагрева в тех режимах, которые учитываются в математической модели. При этом на каждой итерации оптимизационных алгоритмов приходится решать сложные системы нелинейных уравнений большой размерности.

В случае, когда в математической модели учитывается только номинальный режим работы котлоагрегата, возможен альтернативный подход — выбор тепловосприятий поверхностей нагрева в качестве независимых переменных. Одну из конструктивных характеристик поверхностей нагрева получают в результате расчета. При таком подходе система уравнений задачи распадается на совокупность слабосвязанных блоков, что позволяет строить более эффективные алгоритмы.

2. МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ НА НОМИНАЛЬНЫЙ РЕЖИМ

В данном разделе рассматриваются структурные особенности модели, позволяющие выполнить редукцию исходной задачи к задаче существенно меньшей размерности, проблемы, которые при этом возникают, и подходы к их решению.

При описании структурных особенностей будем использовать понятия функциональных элементов и схем, состоящих из таких элементов, которые широко применяются при описании технических объектов и систем управления различными объектами [4, 8]. Они полезны также при описании оптимизационных моделей технических объектов и разработке соответствующего программного обеспечения. Формализация понятия блока, правил построения новых блоков из существующих, операций, которые могут выполняться над блоками, позволяет создавать специализированные объектно-ориентированные библиотеки, упрощающие разработку программного обеспечения прикладных задач.

Охарактеризуем основные понятия.

Базовым является понятие функционального блока. Каждый блок описывается совокупностью входных переменных $x \in X^n$, выходных $y \in Y^m$ и реализует функции вычисления $y(x)$. Достаточно часто функции $y(x)$ определены не на всем пространстве изменения аргументов. Например, теплотехнические расчеты поверхности нагрева выполняются только при условии того, что температура греющего теплоносителя выше температуры обогреваемого.

Рассмотрим совокупность взаимосвязанных функциональных блоков. Полагаем, что два блока связаны ориентированной дугой, если какие-либо выходы первого блока являются входами второго. Совокупность взаимосвязанных блоков представим сетью. Объединение всех переменных (входных и выходных) блоков, входящих в сеть, назовем переменными сети блоков. Если переменная является выходом какого-либо блока, назовем ее выходом сети. Переменную сети блоков, не являющуюся выходной, назовем входом (входной переменной) сети блоков. Заметим, что любая переменная сети может быть входом многих блоков.

Сеть функциональных блоков можно рассматривать как единый функциональный блок. Если сеть функциональных блоков ациклическая, то такой блок назовем блоком агрегирования. Блоки, формирующие ациклическую сеть, назовем вложенными блоками.

Рассмотрим случай, когда некоторые выходы функционального блока M требуется зафиксировать:

$$y_j(x) = r_j, \quad j \in J^* \subset J. \tag{1}$$

Пусть входы x блока M представлены в виде $x = (z, u)$, где u — переменные, относительно которых необходимо решать систему (1) при фиксированных значениях вектора z. Обозначим $u(z)$ решение системы уравнений (1). Тогда на основе функционального блока M можно построить новый блок M^e, входом которого будет вектор z, выходом — выходы блока M и вектор $u(z)$. Построенный таким образом блок M^e назовем блоком системы уравнений, блок M — вложенным блоком (для блока M^e).

Описанные функциональные блоки составляют базовые классы объектно-ориентированной библиотеки C++. Библиотека предоставляет возможность детально учитывать специфику решаемых задач, реализовывать различные схемы поиска решений. При разработке приложений прикладные классы порождаются от базовых классов библиотеки. Определять (кодировать) при этом необходимо только функциональные зависимости блоков. Связи между блоками эффективно описываются средствами библиотеки.

Основой расчета показателей котлоагрегата, по которым формируются ограничения оптимизационной задачи, является тепловой расчет, заключающийся в решении сложной системы нелинейных уравнений большой размерности. Как отмечалось, при выборе тепловосприятий поверхностей нагрева в качестве независимых переменных эта система уравнений задачи распадается на совокупность слабосвязанных блоков, что позволяет строить более эффективные алгоритмы.

С учетом понятий функциональных блоков структура расчетов котлоагрегата описывается схемами, имеющими следующие особенности:

- элементарными объектами, из которых формируется вычислительная схема, являются относительно простые функциональные блоки, соответствующие поверхностям нагрева, уравнениям материального и теплового баланса и др.;
- из простых блоков порождаются новые, более сложные блоки с помощью формирования систем уравнений и операций агрегирования;
- возникающие системы уравнений имеют небольшую размерность $\sim 2 \div 3$ уравнения и столько же переменных, относительно которых решается система;
- операции агрегирования и формирования систем уравнений применяются рекуррентно.

Более подробно особенности теплотехнических расчетов котлоагрегата описаны в [9].

Структура расчетов позволяет выполнить редукцию исходной задачи к оптимизационной задаче меньшей размерности — число переменных становится равным $50 \div 200$ при таком же порядке числа ограничений.

Особенность теплотехнических расчетов — ограничения, определяющие области, в которых расчеты имеют смысл: в каждой поверхности нагрева температура греющего теплоносителя должна быть выше температуры обогреваемого. При произвольном варьировании тепловосприятий данные ограничения могут нарушаться, для начальной точки, задаваемой пользователем, они выполняются.

Введенные понятия функциональных блоков могут применяться при описании структуры разных оптимизационных задач. Так же как и в задачах оптимального проектирования котлоагрегатов, нелинейные функции, описывающие отдельные блоки, определены на ограниченных множествах.

Учет ограниченности областей определения функций в структурированных задачах приводит к существенным трудностям, что требует разработки специальных алгоритмов. Исследованию таких проблем посвящены работы [10, 11].

Рассмотрим более подробно структурированную задачу оптимизации, которая описывается ациклической сетью взаимосвязи между блоками [10]. Будем считать заданной совокупность непрерывно дифференцируемых вектор-функций $f^q(x^q)$: $R^{n^q} \to R^{k^q}$, $q \in V$, область определения S^q которых имеет вид

$$S^q = \{x^q : A^q x^q \le b^q\}\,, \tag{2}$$

где $b^q \in E^{m^q}$, A^q — матрица соответствующего размера.

Вектор-функцию f^q с областью определения S^q назовем блоком B^q, переменные x^q — входы, значения функций f^q — выходы блока B^q.

Компоненты выходов некоторых блоков могут быть входами для других блоков. Обозначим $I^q(J^q)$ множество индексов переменных входов (выходов) блока B^q. Пусть для каждой пары блоков p, q задано множество $M(p,q) = \{(i,j): i \in I^q, j \in J^p\}$. Положим

$$x_i^q = f_j^p(x^p), \quad (i,j) \in M(p,q). \tag{3}$$

Множество $M(p,q)$ определяет выходы блока B^p, которые являются входами блока B^q. Будем говорить, что блоки p, q связаны дугой (p,q), если $M(p,q) \neq \varnothing$; множество всех дуг обозначим E.

Полагаем, что в совокупности функций f_j^q, $j \in J^q$, $q \in V$, выделено подмножество $R \subseteq \{(j,q): j \in J^q, q \in V\}$, определяющее ограничения, и выделена функция $f_{j^0}^{q^0}$ — целевая функция оптимизационной задачи.

Оптимизационную задачу сформулируем следующим образом: найти

$$\min f_{j^0}^{q^0}(x^{q^0}) \tag{4}$$

при ограничениях

$$f_j^q(x^q) \le 0, \ (j,q) \in R, \tag{5}$$

$$x_i^q = f_j^p(x^p), \ (i,j) \in M(p,q), \ (p,q) \in E, \tag{6}$$

$$x^q \in S^q, \quad q \in V. \tag{7}$$

Совокупность блоков B^q, $q \in V$, и связей E между ними назовем сетью вычислительных блоков (V,E). Объединение выходов всех блоков назовем выходами сети блоков. Входами сети блоков назовем переменные x_i^q, не являющиеся выходами каких-либо блоков сети.

Будем предполагать, что сеть (V,E) ациклична.

Заметим, что размерность задачи (4)–(7) может быть достаточно большой. Очевидно, что соотношения (6) при условии ацикличности позволяют выразить любой выход сети (V,E) в виде функции от входов сети. При этом размерность задачи (4)–(7) существенно уменьшается, выходы сети — сложная суперпозиция функций, описывающих отдельные блоки, а в ограничениях (7) множества S^q описываются системой нелинейных неравенств от входов сети. Более того, ограничения (7) имеют достаточно сложную структуру — функции, описывающие область определения некоторого блока, в свою очередь, имеют ограниченную область определения, которая описывается такими же функциями с ограниченными областями определения, и т.д.

Представление задачи (4)–(7) с помощью суперпозиций функций, описывающих отдельные блоки, назовем прямой редукцией исходной задачи. В силу специфики описания областей определения функций таких задач они являются сложными для решения существующими программными средствами.

В [10] рассматриваются известные методы для решения редуцированной задачи и предлагается подход, связанный с доопределением используемых функций на все пространство. Этот подход назван расширенной редукцией исходной задачи.

Для описания расширенной редукции введем обозначения: $p_{S^q}(x^q)$ — проекция точки $x^q \in R^{n^q}$ на множество S^q, $d_{S^q}(x^q) = \| x^q - p_{S^q}(x^q) \|$ — расстояние от точки x^q до множества S^q, $\bar{f}^q(x^q) = f^q(p_{S^q}(x^q))$, $q \in V$.

Рассмотрим задачу: найти

$$\min \bar{f}_{j^0}^{q^0}(x^{q^0}) \tag{8}$$

при ограничениях

$$\overline{f}_j^{\,q}(x^q) \le 0, \;\; (j,q) \in R, \tag{9}$$

$$x_i^q = \overline{f}_j^{\,p}(x^p), \;\; (i,j) \in M(p,q), \;\; (p,q) \in E, \tag{10}$$

$$d^q(x^q) = 0, \quad q \in V. \tag{11}$$

Поскольку $\overline{f}^{\,q}(x^q) = f^q(x^q)$ при $d^q(x^q) = 0$, $q \in V$, решения задач (4)–(7) и (8)–(11) совпадают.

Используя (10), выразим любой выход сети (V,E) в виде функции от входов сети. Обозначим $x^q(x)$ значения входов блока B^q при заданном входе x сети блоков (V,E). Положим $\varphi^q(x) = \overline{f}^{\,q}(x^q(x))$, $\delta^q(x) = d_{S^q}(x^q(x))$, тогда задачу (8)–(11) можно представить в следующем виде: найти

$$\min\{\varphi_{j^0}^{q^0}(x) : \varphi_j^q(x) \le 0, \; \delta^q(x) \le 0, \; (j,q) \in R, \; q \in V\}. \tag{12}$$

Подчеркнем, что функции $\varphi^q(x)$, $\delta^q(x)$ определены при любых x. Свойства этих функций исследовались в [10]. Показано, что они непрерывны, дифференцируемы почти всюду, дифференцируемы по направлению. Получены также соотношения, позволяющие вычислять градиенты в точках, в которых эти функции дифференцируемы. Для решения задачи (12) предлагается использовать метод негладких штрафов [12] и алгоритм с растяжением пространства для минимизации почти дифференцируемых функций [13].

Программная реализация на языке Python предложенных алгоритмов решения рассматриваемой задачи включена в состав оптимизационного программного обеспечения OpenOpt (http://www.openopt.org), разрабатываемого как свободная альтернатива коммерческим средам AMPL, GAMS, TOMLAB/TOMNET, Lindo/Lingo.

Для сравнения эффективности различных программных средств, включенных в OpenOpt, проведены вычислительные эксперименты на тестовых задачах. Их результаты показали преимущества предложенного подхода [10].

Рассмотрим задачу математического программирования с блочной структурой нелинейных ограничений-равенств: найти

$$\min f_0(x, y^1, \ldots, y^Q) \tag{13}$$

при ограничениях

$$f_k(x, y^1, \ldots, y^Q) \le 0, \quad k = 1, \ldots, K, \tag{14}$$

$$g^q(x, y^q) = 0, \quad q = 1, \ldots, Q, \tag{15}$$

$$A_x^q x + A_y^q y^q \le b^q, \quad q = 1, \ldots, Q, \tag{16}$$

где $x \in E^L$, $y^q \in E^{N_q}$, $b^q \in E^{m_q}$, матрицы A_x^q, A_y^q имеют соответствующие размеры, функции $g^q(x, y^q) : E^L \times E^{N_q} \to E^{N_q}$, $f_k(x, y^1, y^2, \ldots, y^Q) : E^L \times E^{N_1} \times \ldots$ $\ldots \times E^{N_Q} \to E^1$ считаются непрерывными и непрерывно дифференцируемыми.

Предполагается, что функции f_k определены при любых значениях аргументов, функции g^q — при любых значениях (x, y^q), удовлетворяющих ограничениям (16). Более того, если при некотором x подсистема (15) имеет решение, удовлетворяющее ограничениям (16), то такое решение единственно.

Систему уравнений (15) и ограничений (16) для каждого q назовем блоком B^q. Обозначим S^q множество точек x, для которых подсистема (15), (16) для блока B^q имеет решение, $y^q(x)$ — решение подсистемы (15) в точке $x \in S^q$.

Очевидно, что следующая задача эквивалентна исходной (13)–(16): найти

$$f_0^* = \min f_0(x, y^1(x), \ldots, y^Q(x)) \tag{17}$$

при ограничениях

$$f_k(x, y^1(x), \ldots, y^Q(x)) \le 0, \quad k = 1, \ldots, K, \tag{18}$$

$$x \in S^q, \quad q = 1, \ldots, Q. \tag{19}$$

Непосредственное решение задачи (17)–(19) невозможно, поскольку множества S^q, $q = 1, \ldots, Q$, заданы неявно.

Рассмотрим следующие функции: $p_{S^q}(x)$ — проекция точки $x \in E^L$ на множество S^q, $d_q(x) = || x - p_{S^q}(x) ||$ — расстояние от точки x до множества S^q, $q = 1, \ldots, Q$.

Псевдорешением блока B^q (подсистемы (15), (16)) в произвольной точке x назовем отображение $\tilde{y}^q(x) = y^q(p_{S^q}(x))$. Обозначим $\varphi_k(x) = f_k(x, \tilde{y}^1(x), \ldots, \tilde{y}^Q(x))$, $k = 0, \ldots, K$, и рассмотрим задачу: найти

$$\varphi_0^* = \min_x \{\varphi_0(x) : \varphi_k(x) \le 0,\ d_q(x) \le 0, \quad k = 1, \ldots, K, \quad q = 1, \ldots, Q\}. \tag{20}$$

Очевидно, что задачи (17)–(19) и (20) эквивалентны.

Пусть зафиксировано некоторое $q \in \{1, \ldots, Q\}$. В [11] для вычисления функции $d_q(x)$ вводится вспомогательная задача

$$d_q(x) = \min_{z, y} \{|| x - z^q || : g^q(z^q, y^q) = 0,\ A_x^q z^q + A_y^q y^q \le b^q\}, \tag{21}$$

где $z^q \in E^L$ — вспомогательные переменные.

Пусть (z^{*q}, y^{*q}) — решение задачи (21) при заданном x. Нетрудно видеть, что $p_{S^q}(x) = z^{*q}$, $\tilde{y}^q(x) = y^{*q}$. Тем самым в результате решения задач (21) вычисляются значения как функций $d_q(x)$, так и функций $\varphi_k(x)$.

В [11] исследуются свойства функций $d_q(x)$, $\varphi_k(x)$ и отображений $p_{S^q}(x)$. Вводятся понятия регулярности точки x относительно множеств S^q. Показывается, что в произвольной окрестности любой точки x найдется регулярная точка, в регулярных точках функции $d_q(x)$, $\varphi_k(x)$ непрерывны и дифференцируемы, приводятся соотношения, позволяющие вычислять градиенты этих функций в регулярных точках.

Для решения задачи (21) предлагается использовать модификацию метода линеаризации Б.Н. Пшеничного [14], в которой на каждой итерации обеспечивается выполнение ограничений $A_x^q z^q + A_y^q y^q \le b^q$.

Поскольку функции $\varphi_k(x)$, $k = 0, \ldots, K$, $d_q(x)$, $q = 1, \ldots, Q$, определены при любых значениях аргументов, для решения задачи (20) применяется метод негладких штрафных функций и алгоритм растяжения пространства для минимизации почти-дифференцируемых функций [13].

Рассмотренные подходы к решению оптимизационных задач, функции которых определены на ограниченных множествах, основаны на продолжении функций с области определения на все пространство. Это позволяет использовать метод негладких штрафных функций, однако в случае, когда исходная задача является выпуклой, желательно, чтобы вспомогательные задачи также были выпуклыми.

В [15] предлагается подход к сведению оптимизационных задач с ограничениями к задачам безусловной оптимизации, в котором для вычисления значений и субградиентов целевой функции задачи безусловной оптимизации в произвольной точке используются только допустимые точки исходной задачи.

Рассматривается следующая задача выпуклого программирования: найти

$$f^* = \min f(x) \tag{22}$$

при ограничении

$$h(x) \le 0, \tag{23}$$

где $x \in R^n$, $f, h : R^n \to R$ — выпуклые функции, принимающие конечные значения при любых x.

Обозначим $S = \{x \in R^n: h(x) \le 0\}$. Предполагается заданной допустимая точка $x^0 \in S$ такая, что $h(x^0) < 0$.

Для произвольной точки $x \in R^n$ определим отображение на множество S:

$$\pi_S(x) = (1-\alpha)x^0 + \alpha x,\ \alpha = \max\{\tilde{\alpha} : (1-\tilde{\alpha})x^0 + \tilde{\alpha}x \in S,\ 0 \le \tilde{\alpha} \le 1\}.$$

Если $x \in S$, то $x = \pi_S(x)$, если $x \notin S$, то $\pi_S(x)$ принадлежит границе множества S. Одномерный поиск для определения значения α может быть реализован достаточно эффективно.

Положим $\varphi(x) = f(\pi_S(x))$, $d(x) = ||x - \pi_S(x)||$ и определим функцию

$$\psi_\varepsilon(x) = \varphi(x) + \gamma_\varepsilon(x) d(x), \tag{24}$$

где $\gamma_\varepsilon(x) = \dfrac{f(\pi_S(x)) - f(x^0) + \varepsilon}{||\pi_S(x) - x^0||}$, если $x \ne x^0$, и $\gamma_\varepsilon(x) = 0$, если $x = x^0$, $\varepsilon > 0$ — некоторое число.

Заметим, что $\psi_\varepsilon(x) = f(x)$, если $x \in S$. Рассмотрим задачу

$$\psi_\varepsilon^* = \inf\{\psi_\varepsilon(x) : x \in R^n\}. \tag{25}$$

Нетрудно видеть, что если $\gamma_\varepsilon(x) \ge 0$ для всех $x \notin S$, то $\psi_\varepsilon^* = f^*$. Если найдется точка $x \notin S$ такая, что $\gamma_\varepsilon(x) < 0$, то $\psi_\varepsilon^* = -\infty$. Условие $\gamma_\varepsilon(x) \ge 0$, $x \notin S$, выполняется, если $f^* - f(x^0) + \varepsilon \ge 0$.

Очевидно, что сведение задачи (22), (23) к задаче (25) имеет смысл, если функция $\psi_\varepsilon(x)$ обладает хорошими свойствами. Однако нетрудно видеть, что $\varphi(x)$ — негладкая и невыпуклая функция. Тем не менее в [15] показано, что если множество S ограничено, то при достаточно больших ε функция $\psi_\varepsilon(x)$ выпукла. Там же получены соотношения, позволяющие вычислять градиенты функции $\psi_\varepsilon(x)$ в тех точках, где она дифференцируема. При этом используются градиенты и значения функций f и h только в точках $x \in S$.

3. МОДЕЛЬ УЧЕТА АЛЬТЕРНАТИВНЫХ РЕЖИМОВ ЭКСПЛУАТАЦИИ

В модели оптимального проектирования, учитывающей альтернативные режимы эксплуатации, в качестве независимых переменных выбираются конструктивные характеристики котлоагрегата. На каждой итерации оптимизационных алгоритмов для всех учитываемых режимов выполняется тепловой расчет котлоагрегата, после чего осуществляются расчеты всех необходимых показателей.

Формально тепловой расчет сводится к решению системы нелинейных уравнений. С использованием введенных понятий структуру системы уравнений для каждого режима также можно представить сетью функциональных блоков. Однако в данном случае эта сеть не ациклическая и для решения системы уравнений должны использоваться специальные эффективные методы. Разработаны два метода решения.

В первом методе в сети вычислительных модулей выделяется минимальное подмножество ребер (обратных связей), после удаления которых граф сети становится ациклическим. В силу ацикличности оставшейся сети исходная система уравнений редуцируется к системе уравнений меньшей размерности. Выделенные ребра определяют подмножество переменных, относительно которых решается редуцированная система уравнений. Для реальных задач число таких переменных (равное числу обратных связей) сравнительно небольшое — порядка нескольких десятков. После этого решение редуцированной системы уравнений сводится к задаче поиска неподвижной точки. Для ее решения можно использовать «метод простой итерации». Сходимость такого метода в рассматриваемом случае обеспечивается физическим содержанием задачи. Другой подход (реализованный в настоящее время) к решению редуцированной системы уравнений заключается в использовании r-алгоритма [16].

Второй метод решения системы уравнений теплового расчета основан на использовании понятия «модельный теплообменник» [17]. Элементами сети функциональных блоков являются как относительно простые блоки, которым соответствуют линейные уравнения теплового и материального баланса отдельных элементов тепловой схемы котлоагрегата, так и более сложные, которым соответствуют теплообменные поверхности котлоагрегата. Расчет выходов теплообменных поверхностей при фиксированных входах определяется существующими методиками [7]. Зависимость выходов от входов нелинейная.

Для пояснения метода «модельных теплообменников» рассмотрим простейший теплообменник, имеющий два входа — T_1^g, T_1^s и два выхода — T_2^g, T_2^s (температуры газа и пара на входе и выходе теплообменника). Для широкого класса теплообменников, используемых в теплоэнергетических устройствах, выполняются условия (предполагается, что $T_1^g \geq T_1^s$):

$$T_2^g \in [T_1^g, T_1^s], \quad T_2^s \in [T_1^g, T_1^s]. \tag{26}$$

В ситуации теплообмена без преобразования тепла в другие виды энергии выполнение этих соотношений следует из термодинамических соображений. Указанные условия эквивалентны соотношениям

$$T_2^g = \lambda^g T_1^g + (1 - \lambda^g)\, T_1^s, \tag{27}$$

$$T_2^s = (1 - \lambda^s)\, T_1^g + \lambda^s T_1^s, \tag{28}$$

где

$$0 \leq \lambda^g \leq 1, \;\; 0 \leq \lambda^s \leq 1. \tag{29}$$

Очевидно, что при заданных входах T_1^g, T_1^s и выходах T_2^g, T_2^s (значения выходов рассчитываются по принятым методикам [7]) величины λ^g, λ^s определяются элементарно из линейных уравнений (27), (28), т.е. величины λ^g, λ^s — функции входов T_1^g, T_1^s.

Пусть значения λ^g, λ^s рассчитаны по некоторым $\tilde{T}_1^g$, $\tilde{T}_1^s$. Под ориентированным на входные температуры $\tilde{T}_1^g$, $\tilde{T}_1^s$ модельным теплообменником понимается теплообменник, для которого расчет выходных температур осуществляется согласно элементарным линейным соотношениям (27), (28). Эти соотношения определяются двумя скалярными параметрами — λ^g, λ^s. Из определения параметров λ^g, λ^s очевидно, что для входных температур $\tilde{T}_1^g$, $\tilde{T}_1^s$ выходные температуры модельного теплообменника в точности соответствуют их значениям теплотехнического расчета. При других значениях входных температур такого соответствия нет: модельный теплообменник будет давать некоторую погрешность. Однако численное исследование величины погрешности показало, что модельный теплообменник (ориентированный на некоторые типичные входные температуры) обеспечивает относительную погрешность не более 10% для достаточно широкого диапазона значений входных температур.

Метод теплового расчета на основе использования модельных теплообменников состоит в следующем. Пусть заданы некоторые (текущие) оценочные значения входных температур для всех теплообменников. Отметим, что начальные оценочные значения температур проектировщику тепловой схемы известны. Генерируем ориентированные на эти температуры модельные теплообменники. Расчет тепловой схемы с модельными теплообменниками сводится к решению системы линейных уравнений. Решение системы определяет расчетные значения входных и выходных температур, соответствующие текущим оценочным значениям. Если расчетные значения с достаточной точностью совпадают с их оценочными значениями, то расчет схемы выполнен. В противном случае осуществляем коррекцию оценочных значений. Новые значения определяются, например, как среднее арифметическое расчетных и текущих оценочных значений. После этого итеративно выполняем описанную процедуру до получения заданной точности решения задачи.

Приведенный метод теплового расчета можно рассматривать как метод линеаризации применительно к решению системы нелинейных уравнений, отличающийся от стандартной схемы способом линеаризации функционалов системы. При формальной линеаризации функционалов (на основе их дифференциалов), вообще говоря, не всегда обеспечивается выполнение условия (26). Поэтому применение стандартной схемы линеаризации рассматриваемой системы нелинейных уравнений не всегда эффективно.

На основе использования модельных теплообменников разработаны не только алгоритм расчета тепловых схем паровых котлов, но и алгоритм вычисления производных для выходных температур теплообменников по различным его конструктивным параметрам (вычисление производных сводится к решению систем линейных уравнений).

Применение описанного алгоритма к решению практических задач показало его достаточно высокую эффективность: для обеспечения относительной точности решения $\gamma \approx 0{,}01$ требуется ≈ 10 итераций алгоритма.

4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Задачи оптимального проектирования котлоагрегатов формулируются как задачи математического программирования. Даже при относительно небольшом числе варьируемых конструктивных параметров они характеризуются достаточно большой размерностью — общее число переменных и ограничений достигает нескольких сотен. Эти задачи существенно нелинейные. Поскольку функционалы задач невыпуклые, разработанные методы их решения обеспечивают только получение локального минимума. Заметим, что, учитывая сложность задач, целью является не получение их решения в строгом математическом смысле, а улучшение существующего проектного решения.

Предложенные методы решения используют специфические особенности задачи проектирования котлоагрегатов: блочность ограничений, определяемую тепловой схемой, рекуррентное вычисление функционалов.

В качестве базового алгоритма решения оптимизационных задач применен r-алгоритм [16] в сочетании с методом негладких штрафных функций и схемами декомпозиции относительно связывающих переменных. Кроме того, использованы алгоритмы решения систем линейных уравнений, специализированные алгоритмы расчета ациклических функциональных схем. Разработаны несколько версий метода решения, отличающихся различными вариантами выбора независимых переменных задачи. Одна из них основана на использовании описанных выше модельных теплообменников.

Особенность рассматриваемого класса задач состоит в том, что входящие в них функционалы определены на ограниченных множествах. Это приводит к определенным трудностям расчета связанных между собой функциональных блоков. Для их преодоления реализованы описанные выше подходы. Кроме того, разработана специальная модификация r-алгоритма, обеспечивающая принадлежность значений переменных области определения функций.

Программные средства решения оптимизационных задач реализованы на языке C++ с использованием объектно-ориентированной методологии.

Необходимо отметить, что даже при наличии эффективных программных средств решения собственно оптимизационных задач остаются существенные трудности при их использовании в процессах проектирования. Это обусловлено следующими факторами:

- подготовка больших объемов исходных данных для оптимизационных моделей;
- анализ и интерпретация полученных результатов;
- включение результатов оптимизации в процесс проектирования в целом;

• верификация проектных решений сертифицированными программными средствами.

Решение этих проблем возможно только в среде единой системы автоматизированного проектирования. Целью создания такой среды является разработка совместно Институтом кибернетики им. В.М. Глушкова НАНУ и Харьковским ЦКБ «ЭНЕРГОПРОГРЕСС» системы КРОКУС (комплексные расчеты и оптимизация котельных установок).

Система КРОКУС поддерживает все этапы выработки технических решений при проектировании энергетических котлоагрегатов и состоит из следующих программных компонентов:

• база данных (БД) — содержит всю необходимую для проектирования котлоагрегатов информацию, поддерживает многовариантный процесс проектирования, обеспечивает гибкость системы при добавлении новых типов элементов конструкций, расширения состава характеристик каждого типа;

• средства фактографического отображения информации — предназначены для отображения и редактирования в табличном виде всех данных, содержащихся в БД;

• графический редактор — средства формирования тепловых схем проектируемых котлоагрегатов в графическом режиме;

• оптимизационная подсистема — средства решения оптимизационных математических моделей проектирования котлоагрегатов;

• подсистема инженерных расчетов — сертифицированные программы теплотехнических расчетов, на основании которых принимаются окончательные технические решения;

• менеджер вариантов — средства отображения и манипулирования деревом вариантов, поддержки многовариантного процесса оптимального проектирования.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ АПРОБАЦИИ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ

В настоящее время реализован прототип системы КРОКУС, предназначенной для поддержки процессов проектирования котлоагрегатов с гладкотрубными поверхностями нагрева. Прототип передан в опытную эксплуатацию в Харьковское ЦКБ «ЭНЕРГОПРОГРЕСС».

Апробация программных средств проводилась при разработке альтернативных проектных решений для котла ТП-80 (производительность — 500 т пара/ч, давление — 140 атм., температура пара — 545°С). В качестве базового рассматривался проект, разработанный в Харьковском ЦКБ «ЭНЕРГОПРОГРЕСС». Использовалась модель оптимального проектирования на номинальный режим.

Оценивались возможности предлагаемой технологии по трудоемкости (времени) разработки новых или уточненных технических решений и по значениям стоимостных и эксплуатационных характеристик полученной конструкции.

Для оценки эффекта от применения предлагаемого подхода решались задачи оптимизации суммарной стоимости ширмовых и конвективных поверхностей нагрева котлоагрегата при учете всех технологических ограничений. Расчеты проводились для номинального режима, топливо — газ.

Приведем характеристику результатов решения следующих задач:

• базовый вариант — все конструктивные параметры зафиксированы (выполняются все теплотехнические расчеты);

• вариант 1 — варьируются тепловосприятия поверхностей нагрева;

• вариант 2 — варьируются тепловосприятия поверхностей нагрева; угол потолка первого участка газохода;

• вариант 3 — варьируются тепловосприятия поверхностей нагрева, угол потолка первого участка газохода, поперечный шаг, захóдность, толщина стенки; диаметр трубы ширмы и конвективных перегревателей.

Необходимо отметить, что конструкции, полученные в результате решения оптимизационных задач, должны уточняться специалистами в прикладной области, поскольку используемые математические модели являются в значительной степени приближенными и не учитывают явно всех особенностей реальных проблем. Так, основной эффект для варианта 3 достигнут за счет уменьшения диаметра и толщины стенки труб. Это приводит к недопустимому уменьшению жесткости конструкций. В такой ситуации необходимо выполнить коррекцию входных данных, вводя достаточно жесткие ограничения снизу на диаметры труб. Таким образом, решение задачи не ограничивается, как правило, одноразовым расчетом, а осуществляется путем решения ее различных вариаций.

В результате анализа полученных вариантов специалистами (конструкторами) вариант 3 отклонен как неприемлемый, варианты 1, 2 были приняты как перспективные и дорабатывались для того, чтобы на альтернативных режимах выполнялись все необходимые ограничения. Доработанные варианты превосходили базовый по стоимости приблизительно на 3%.

По результатам апробации можно сделать следующие выводы:

— применение разработанных программных средств позволяет сократить сроки проектирования в несколько раз;

— стоимость конструкций, полученных с помощью оптимизационных средств, уменьшается при выполнении основных технико-экономических ограничений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попырин Л.С. Математическое моделирование и оптимизация теплоэнергетических установок. — М.: Энергия, 1978. — 416 с.
2. Змачинский А.В., Медведев В.А., Левченко Г.И. Технико-экономические расчеты и оптимизация поверхностей нагрева из оребренных труб парогенераторов электростанций. — Саратов: Изд-во СГУ, 1983. — 96 с.
3. Теплосиловые системы: Оптимизационные исследования. — Новосибирск: Наука, 2005. — 236 с.
4. Системные исследования проблем энергетики / Л.С. Беляев, Б.Г. Санеев, С.П. Филиппов и др.; Под ред. Н.И. Воропая. — Новосибирск: Наука. Сиб. изд. фирма РАН, 2000. — 558 с.
5. Лаптин Ю.П., Журбенко Н.Г., Левин М.М., Волковицкая П.И. Использование средств оптимизации в системе автоматизированного проектирования энергетических котлоагрегатов КРОКУС // Энергетика и электрификация. — 2003. — № 7. — С. 41–51.
6. Floudas C.A., Pardalos P.M. (Eds.) Encyclopedia of optimization. — Sec. ed. — New York: Springer Science+BuisinessMedia, 2009. — 4625 p.
7. Тепловой расчет котельных агрегатов (нормативный метод). — М.: Энергия, 1973. — 295 с.
8. Айда-заде К.Р. Исследование нелинейных оптимизационных задач сетевой структуры // Автоматика и телемеханика. — 1990. — № 2. — С. 3–14.
9. Разработка программных средств оптимального проектирования энергетических котлоагрегатов ТЭС / Ю.П. Лаптин, Н.Г. Журбенко, М.М. Левин, П.И. Волковицкая, Д.А. Коваленко // Цільова комплексна програма НАН України «Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій споруд та машин»: Зб. наук. статей за результатами, отриманими в 2007–2009 рр. — К.: Ін-т електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України, 2009. — С. 349–355.
10. Лаптин Ю.П., Крошко Д.Л. Некоторые нелинейные оптимизационные задачи сетевой структуры // Теорія оптимальних рішень. — К.: Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2009. — № 8. — С. 117–125.
11. Лаптин Ю.П Оптимизационные задачи с блочной системой нелинейных ограничений-равенств // Теорія оптимальних рішень. — К.: Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2008. — № 7. — С. 117–124.
12. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. — Киев: Наук. думка, 1979. — 199 с.
13. Шор Н.З. О классе почти-дифференцируемых функций и одном методе минимизации функций этого класса // Кибернетика. — 1972. — № 4. — С. 9–17.
14. Пшеничный Б.Н. Метод линеаризации. — М.: Наука, 1983. — 136 с.
15. Лаптин Ю.П. Один подход к решению нелинейных задач оптимизации с ограничениями // Кибернетика и системный анализ. — 2009. — № 3. — С. 47–55.
16. Шор Н.З., Журбенко Н.Г. Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов // Кибернетика. — 1971. — № 3. — С. 51–59.
17. Журбенко Н.Г., Лаптин Ю.П. Об одном методе расчета тепловых схем // Теорія оптимальних рішень. — К.: Ін-т кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, 2006. — № 5. — С. 120–125.

Поступила 29.01.2010