

К. т. н. В. К. ЛОПУШЕНКО, к. т. н. Н. Г. ЧЕРНЯК,
Г. Г. КИЛЬДЫШОВ

Украина, г. Киев, Межотрасл. НИИ проблем механики «Ритм»
при НТУУ «КПИ»
E-mail: gena@cisavd.ntu-kpi.kiev.ua

Дата поступления в редакцию
30. 01 2001 г.
Оппонент к. т. н. Ю. Н. РУДЫК

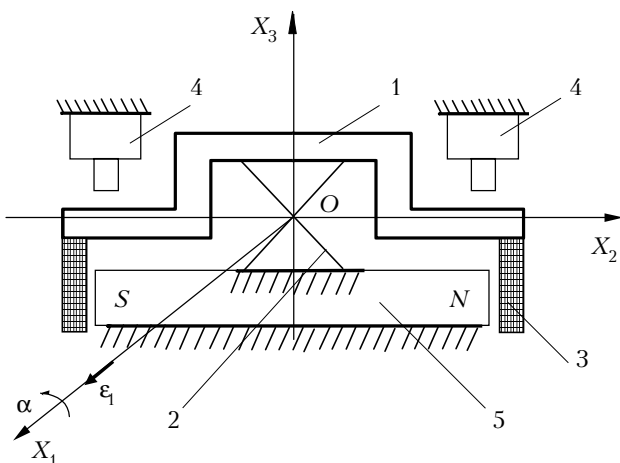
СТАТИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЯ УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ И МЕТОДЫ ИХ УСТРАНЕНИЯ

Рассмотрены вопросы анализа погрешностей измерителя углового ускорения на подвижном основании и их алгоритмической компенсации.

Угловое ускорение является одной из важнейших характеристик вращательного движения материального объекта и играет особую роль в динамических задачах механики. При решении динамических задач управления движением ряда объектов используются измерители углового ускорения (ИУУ) повышенной точности, построенные по компенсационной схеме [1]. В статье рассмотрены вопросы анализа погрешностей ИУУ на подвижном основании и их алгоритмической компенсации.

Постановка задачи

На сегодняшний день самой распространенной схемой построения компенсационных ИУУ являются измерители с упругим подвесом инерционного чувствительного элемента. Конструкция такого чувствительного элемента изображена на рис. 1. Упругая опора 2 чувствительного элемента 1 обеспечивает ему только одну степень свободы — вращение



на угол α вокруг измерительной оси OX_1 . ИУУ с таким чувствительным элементом обеспечивает измерение проекции углового ускорения основания (ϵ_1 , рис. 1) на его измерительную ось.

Рассмотрим работу измерителя углового ускорения по структурной схеме, изображенной на рис. 2. При движении основания ИУУ с угловым ускорением вокруг оси OX_1 (ϵ_1) инерционная масса чувствительного элемента 1 поворачивается на угол α (рис. 1) под действием момента инерции, который зависит от измеряемого углового ускорения. Данное отклонение измеряется дифференциальным индуктивным датчиком перемещения 4 (рис. 1), выходной сигнал с которого в виде напряжения постоянного тока $U_{дп}$ подается в усилительно-корректирующее звено, выходной величиной которого есть ток обратной связи $I_{ос}$ (рис. 2). Ток обратной связи поступает в катушку 3 магнитоэлектрического обратного компенсационного преобразователя, которая находится в поле постоянного магнита 5 (рис. 1). Момент $M_{ос}$, возникающий при этом, компенсирует действие момента от измеренного углового ускорения $M_{ин}$ (рис. 2). Выходной величиной ИУУ является падение напряжения на эталонном сопротивлении нагрузки R_H (рис. 2) $U_{вых}$, которое, исходя из структурной схемы, определяется следующим образом:

$$U_{вых}(\epsilon_1) = I_{11} \frac{k_1 k_2 k_3 R_H}{1 + k_4 k_1 k_2 k_3} \epsilon_1. \quad (1)$$

Целью данной работы является установление влияния переносного движения основания на погрешности измерителя углового ускорения (ИУУ), получение аналитических зависимостей погрешностей ИУУ от неизмеряемых кинематических параметров переносного движения основания (НКП), числовая оценка этих погрешностей и разработка метода их алгоритмической компенсации.

Среди всех элементов структурной схемы ИУУ только чувствительный элемент представляет собой звено, на работу которого могут влиять параметры переносного движения основания. Поэтому для достижения поставленной цели определим, каким образом НКП влияют на работу чувствительного элемента.

Для этого получим уравнение движения чувствительного элемента в системе координат $OX_1 X_2 X_3$, жестко связанной с основанием ИУУ, используя урав-

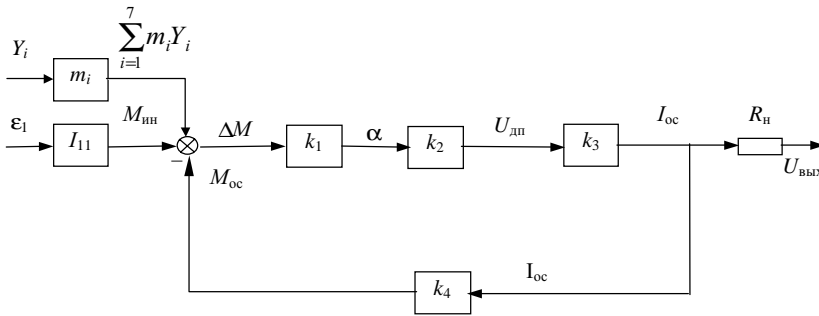


Рис. 2. Структурная схема ИУУ:

k_1 – коэффициент передачи первичного преобразователя; k_2 – коэффициент передачи датчика перемещений; k_3 – коэффициент передачи усилительно-корректирующего звена; k_4 – коэффициент передачи обратного компенсационного преобразователя; R_n – выходное сопротивление нагрузки

нение Лагранжа II рода [2]. При получении уравнения движения будем учитывать смещение центра масс чувствительного элемента относительно точки O . Тогда уравнение движения в операторной форме будет иметь вид

$$[I_{11}p^2 + fp + (G_\alpha + G_\alpha^*)]\alpha = -I_{11}\epsilon_1 + \sum_i m_i Y_i, \quad (2)$$

где I_{ij} – компонента тензора инерции инерционной массы чувствительного элемента (см. рис. 1) в жестко связанной с ней системе координат ($i, j=1, 2, 3$);

p – оператор Лапласа;

f – коэффициент демпфирования;

G_α – жесткость упругого подвеса инерционной массы относительно оси OX_1 ;

G_α^* – добавка к угловой жесткости, зависящая от неизмеряемых кинематических параметров переносного движения основания (НКП), –

$$G_\alpha^* = I_{12}\epsilon_3 - I_{13}\epsilon_2 - m(l_2W_2 + l_3W_3) + I_{12}\Omega_1\Omega_2 + I_{13}\Omega_3\Omega_1 + I_{12}\Omega_1\Omega_2 + I_{23}\Omega_3\Omega_2 + (I_{22} - I_{33})(\Omega_2^2 + \Omega_3^2); \quad (3)$$

Ω_k, ϵ_k ($k=1, 2, 3$) – проекции векторов угловой скорости и углового ускорения, соответственно, на оси системы координат $OX_1X_2X_3$, жестко связанной с основанием ИУУ;

m – масса чувствительного элемента;

$\vec{\rho}_c = \{l_1, l_2, l_3\}^T$ – вектор смещения центра масс чувствительного элемента вследствие погрешностей изготовления и сборки относительно центра системы координат $OX_1X_2X_3$;

W_2, W_3 – проекции линейного ускорения;

$$m_i = -ml_3; -ml_2; -I_{12}; -I_{13}; (I_{22}; -I_{33}); -I_{12}; I_{23}; \quad (4)$$

$$Y_i = W_2; W_3; \epsilon_2; \epsilon_3; \Omega_1\Omega_2; \Omega_2\Omega_3; \Omega_1\Omega_3. \quad (5)$$

Как видно из уравнения движения, в правой части есть составляющие, которые не зависят от измеряемой величины, а определяются НКП Y_i (5). Данные составляющие есть не что иное, как аддитивные помехи на входе измерителя углового ускорения, т. е. источник аддитивных погрешностей ИУУ. Добавка к жесткости G_α^* является источником мультипликативных погрешностей ИУУ.

Поскольку рассматриваются статические погрешности ИУУ от неизмеряемых кинематических параметров переносного движения основы, то уравнение (2) перепишем в виде

$$(G_\alpha + G_\alpha^*)\alpha = -I_{11}\epsilon_1 + \sum_i m_i Y_i. \quad (6)$$

При рассмотрении кинематических погрешностей ИУУ будем считать, что коэффициенты преобразования всех звеньев структурной схемы постоянные и неизменные, поскольку они не зависят от параметров переносного движения основания. Поэтому

определению подлежит только коэффициент k_1 – коэффициент преобразования первичного преобразователя (чувствительного элемента). Если сравнить решение уравнения (6) при НКП в правой части, равных нулю, со структурной схемой рис. 2, то видно, что

$$k_1 = \frac{1}{G_\alpha + G_\alpha^*}. \quad (7)$$

Аддитивные и мультипликативные составляющие погрешности ИУУ от НКП

Как видно из уравнения (6), при отсутствии на входе ИУУ момента инерции от измеряемого углового ускорения ϵ_1 будем иметь ненулевое решение, обусловленное наличием в правой части моментов от НКП. Аддитивные составляющие погрешности ИУУ от неизмеряемых параметров переносного движения основания будем искать как выходной сигнал при отсутствии измеряемой величины ($\epsilon_1=0$) [3]. При этом используем принцип суперпозиции, т. е. будем находить погрешность от действия каждого НКП в отдельности. Также будем считать, что коэффициент передачи чувствительного элемента не зависит от неизмеряемых параметров переносного движения основания, т. е. в выражении (7) $G_\alpha^*=0$.

Исходя из этих предположений, используя (1), запишем выражение для исходного сигнала ИУУ от действия i -го НКП при условии реализации глубокой отрицательной обратной связи в контуре управления ИУУ ($1 \ll k_4 k_1 k_2 k_3$):

$$U_{\text{вых}}(Y_i) = m_i dY_i, \quad (8)$$

где m_i и Y_i определяются выражениями (4), (5); $d \approx R_n k_4^{-1}$.

Выражение (8) позволяет получить формулы для оценки составляющих выходного сигнала ИУУ от действия каждого НКП:

$$U(W_{2,3}) = ml_3 dW_2; \quad (9.1)$$

$$U(W_{3,2}) = ml_2 dW_3; \quad (9.2)$$

$$U(\epsilon_2) = I_{12} d\epsilon_2; \quad (10.1)$$

$$U(\epsilon_3) = I_{13} d\epsilon_3; \quad (10.2)$$

$$U(\Omega_2\Omega_3) = (I_{22} - I_{33}) d\Omega_2\Omega_3; \quad (10.3)$$

$$U(\Omega_1\Omega_2) = I_{13}d\Omega_1\Omega_2; \quad (10.4)$$

$$U(\Omega_1\Omega_3) = I_{23}d\Omega_1\Omega_3. \quad (10.5)$$

Аналогично (8) перепишем формулу (1) для определения выходного сигнала ИУУ от измеренной величины ϵ_1 :

$$U_{\text{вых}}(Y_i) = I_{11}d\epsilon_1 = k\epsilon_1, \quad (11)$$

где $k=I_{11}d$ – коэффициент преобразования ИУУ по измеряемой величине.

Тогда выражения для определения аддитивных погрешностей ИУУ, приведенных к входу, будут иметь вид

$$\Delta(Y_i) = \frac{U_{\text{вых}}(Y_i)}{k} = \frac{m_i Y_i}{I_{11}}, \quad (i=1-7), \quad (12)$$

где m_i и Y_i определяются зависимостями (4) и (5), соответственно.

При рассмотрении мультипликативной составляющей погрешности будем считать, что на входе ИУУ действует только измеряемая проекция углового ускорения ϵ_1 , а коэффициент передачи подвижной системы k_1 определяется выражением (7). Поскольку коэффициенты передачи всех звеньев структурной схемы рис. 2, кроме k_1 , не зависят от НКП, то, согласно [3], мультипликативная погрешность будет определяться только изменением значения коэффициента передачи первичного преобразователя. В таком случае выражение для мультипликативной погрешности будет иметь следующий вид:

$$\delta_{\text{кин}} = \frac{\delta_1}{1 + k_4 k_1 k_2 k_3}, \quad (13)$$

где $\delta_1 = \left| \frac{\Delta k_1}{k_1} \right| = \left| \frac{G_\alpha^*}{G_\alpha} \right|$ – мультипликативная погреш-

ность подвижной системы, которая зависит от неизмеряемых кинематических параметров переносного движения основания.

На основе полученных формул для аддитивных и мультипликативных погрешностей ИУУ от неизмеряемых параметров переносного движения основания (9.1)–(10.5) и (12) был проведен численный анализ этих погрешностей для ИУУ типа "ИУУ-Л", имеющего следующие параметры [1]:

$$\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,413 & 0,113 & 0,226 \\ 0,113 & 2,268 & 0,170 \\ 0,226 & 0,170 & 2,726 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \text{ кг/м}^2;$$

$$G_\alpha = 0,016 \text{ Нм/советов}; \quad m = 22,7 \cdot 10^{-3} \text{ кг};$$

$$k_2 = 3,438 \cdot 10^3 \text{ В/советов};$$

$$k_3 = 1; \quad k_4 = 2,413 \cdot 10^{-9} \text{ Нм/А}.$$

Результаты численного анализа представлены в **таблице** и на **рис. 3**.

На основе численных оценок погрешностей измерителя углового ускорения от НКП и выражений для определения этих погрешностей можно сделать следующие выводы:

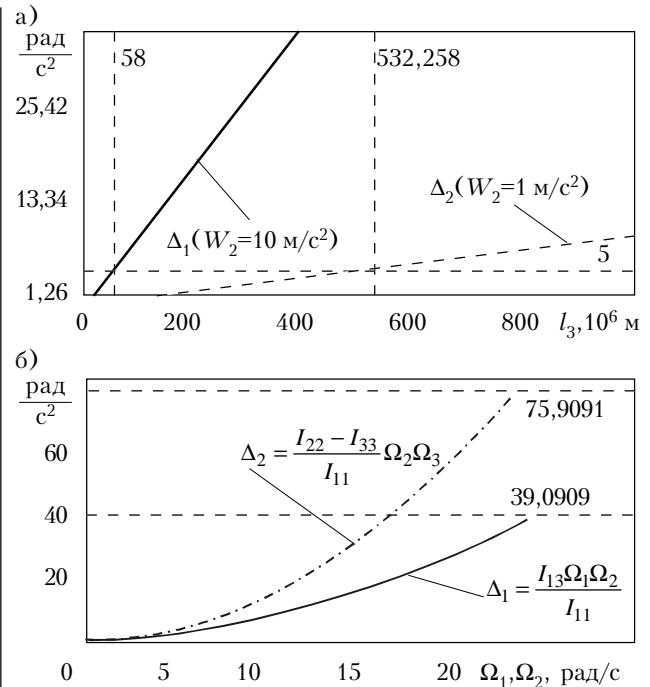


Рис. 3. Зависимость аддитивной погрешности ИУУ, приведенной ко входу, от смещения центра масс чувствительного элемента при наличии линейного ускорения основания (а) и от угловой скорости переносного движения основания (б)

- НКП в значительной мере влияют на точность ИУУ, и погрешности от их действия носят систематический характер;
- как видно из таблицы, мультипликативная составляющая погрешности от НКП имеет такое значение, что ею можно пренебречь;
- аддитивные погрешности от проекций линейного ускорения W_2 и W_3 целиком определяются смещением центра масс чувствительного элемента относительно оси вращения, поэтому в ИУУ необходимо, чтобы $\bar{p}_c \rightarrow 0$ ($l_2 \rightarrow 0$ и $l_3 \rightarrow 0$) (выражения (10.1), (10.2) и рис. 3, а));
- инерционная масса чувствительного элемента должна иметь такую конфигурацию, когда центро-

Оценка значений погрешностей измерителя углового ускорения типа ИУУ-Л

Параметр переносного движения основания	Значения параметра	Погрешность	
		мультипликативная – $\delta_i, 10^4 \%$	аддитивная, приведенная ко входу, $ \Delta_i , \text{рад/с}^2$
W_2^*	10 м/с ²	5,45	9,407377
W_3^*	10 м/с ²	5,45	9,407377
ϵ_1^{**}	5 рад/с ²	—	—
ϵ_2	5 рад/с ²	0,01	0,234977
ϵ_3	5 рад/с ²	0,01	0,469954
$\Omega_1\Omega_2$	10 рад/с ²	0,27	9,399088
$\Omega_2\Omega_3$	10 рад/с ²	0,27	18,980522
$\Omega_1\Omega_3$	10 рад/с ²	0,27	0,469954
$(\Omega_2)^2 - (\Omega_3)^2$	10 рад/с	1,61	—

* – при $l_c = 100$ мкм; ** – измеряемая величина.

бежные моменты инерции $I_{ij} \rightarrow 0$ ($i \neq j$) (выражения (10.1), (10.2), (10.4), (10.5) и рис. 3, б), а также когда разность моментов инерции относительно неизмерительных осей $I_{22} - I_{33} \rightarrow 0$ (выражение (10.3) и рис. 3, б).

Поскольку погрешности ИУУ от НКП Y_i не могут быть полностью исключены при изготовлении чувствительного элемента, то их целесообразно уменьшать с помощью метода алгоритмической компенсации, который рассмотрен ниже.

Алгоритм компенсации погрешностей от НКП

Алгоритмическая компенсация погрешностей от НКП может быть реализована при наличии математической модели погрешностей ИУУ от НКП (выражения (9.1)–(10.5)) и измерителей параметров переносного движения основы (ускорения, угловой скорости и углового ускорения).

Если эти требования выполняются, то алгоритм компенсации погрешностей от НКП целесообразно реализовать в выходном сигнале ИУУ следующим уравнением:

$$\hat{\epsilon}_1 = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(\epsilon_1, Y_i) - \hat{U}(\hat{Y}_i)}{k}, \quad (14)$$

где $\hat{\epsilon}_1$ – оценка значения измеренной величины после компенсации систематической составляющей погрешности от Y_i ;

$$U_{\text{ВЫХ}}(\epsilon_1, Y_i) = k\epsilon_1 + \sum_{i=1}^7 dm_i Y_i; \quad (15)$$

$\sum_{i=1}^7 dm_i Y$ и $\hat{U}(\hat{Y}_i)$ – смещение нуля от НКП, присутствующее

в выходном сигнале ИУУ и вычисленное на основе информации от других измерителей, соответственно.

Тогда из (14), с учетом ϵ_1 из (15), получим соотношение в единицах выходной величины:

$$\Delta\epsilon_1 k \geq \sum_{i=1}^7 dm_i \Delta Y_i, \quad (16)$$

где $\Delta\epsilon_1 = \epsilon_1 - \hat{\epsilon}_1$ – допустимое значение погрешности ИУУ;

$\sum_{i=1}^7 dm_i \Delta Y_i$ – недокомпенсация аддитивных составляющих погрешностей от НКП.

Получим требования к точности измерителей НКП, следующие из условия непревышения значения уровня недокомпенсации составляющих аддитивной погрешности над уровнем допустимой погрешности ИУУ. Для этого запишем:

$$\eta_i = \frac{|dm_i Y_i^{\text{max}}|}{\left| \sum_{i=1}^7 dm_i Y_i^{\text{max}} \right|}, \quad (i=1 \dots 4);$$

$$\eta_\Omega = \frac{\sum_{i=5}^7 |dm_i Y_i^{\text{max}}|}{\left| \sum_{i=5}^7 dm_i Y_i^{\text{max}} \right|}, \quad (17)$$

где η_i и η_Ω – нормирующие множители, которые характеризуют влияние каждого НКП Y_i на суммарную погрешность.

На основе формул (16) и (17) получим соотношение, которое характеризует требования к точности измерителя НКП:

$$\Delta Y_i \leq \frac{I_{11} \eta}{m_i} \Delta \epsilon_1, \quad (18)$$

где $\eta = \begin{cases} \eta_i, & i=1-4; \\ \eta_\Omega, & i=5-7. \end{cases}$

Поскольку НКП Y_i ($i=5-7$) представляют собой произведения проекций угловых скоростей, то необходимо получить зависимости, которые характеризовали бы требования к точности измерителей угловой скорости.

Запишем общее выражение

$$Y = \Omega_k \Omega_r,$$

тогда

$$\Delta Y \approx \Delta \Omega_k \Omega_r + \Omega_k \Delta \Omega_r.$$

Если исходить из того, что измерители угловой скорости, установленные на одном объекте, имеют одинаковые метрологические характеристики ($\Delta \Omega_k = \Delta \Omega_r$), то можем записать:

$$\Delta \Omega_k = \frac{\Delta Y}{\Omega_k + \Omega_r}.$$

При этом значение $\Delta \Omega_k$ будет минимальным (самые высокие требования к точности измерителя угловой скорости), когда $\Delta \Omega_k = \Delta Y / 2\Omega_k^{\text{max}}$ или, используя (18),

$$\Delta \Omega \leq \frac{I_{11} \eta_\Omega}{2m_i^{\text{max}} \Omega^{\text{max}}}. \quad (19)$$

На основе формулы (18) была проведена численная оценка требований к точности измерителя линейного ускорения (для измерителя угловых ускорений типа ИУУ-Л), результаты которой показаны на рис. 4. Как видно из рис. 4 и выражений (10.1) и (10.2), требования к точности измерителя линейного ускорения при использовании алгоритмической компенсации определяются величиной смещения центра масс. Чем больше это смещение, тем более высокими должны быть требования к точности линейного акселерометра. Из соотношения (19) можно сделать вывод, что чем больше диапазон действующих угловых скоростей, тем более высокими должны быть требования к точности датчиков уг-

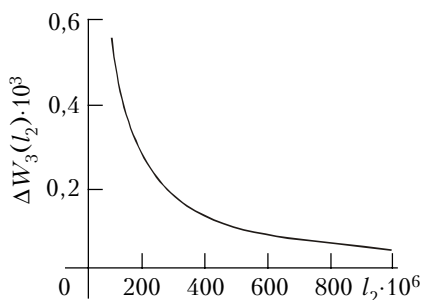


Рис. 4. Требования к точности измерителей линейного ускорения

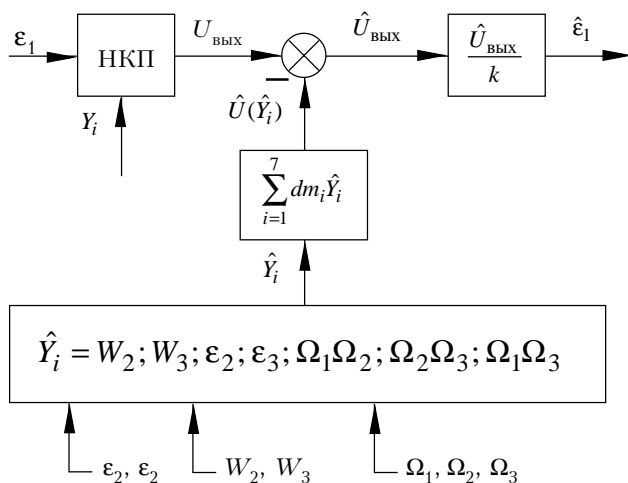


Рис. 5. Структурная схема алгоритма компенсации погрешностей ИУУ от НКП

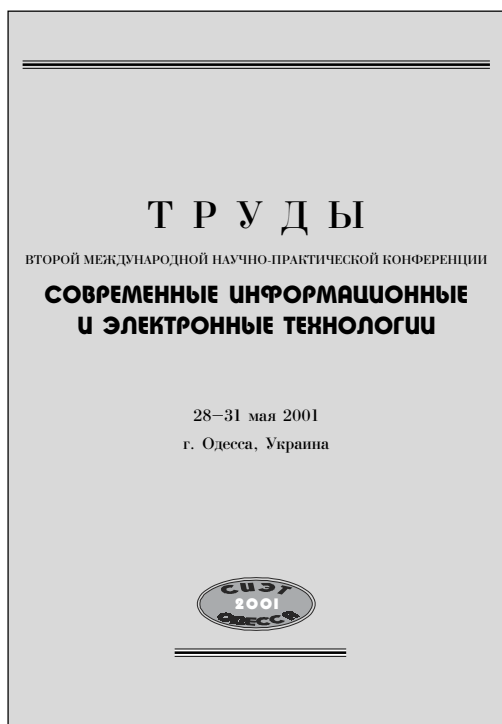
ловой скорости. Что касается измерителей проекций углового ускорения ϵ_2 и ϵ_3 , то, как видно из (18), требования к их точности ниже, чем к данному ИУУ. Поэтому при использовании на объекте одинаковых измерителей углового ускорения их информация может быть использована для алгоритмической компенсации погрешностей от НКП.

Структурная схема рассмотренного алгоритма компенсации погрешностей измерителя углового ускорения от НКП представлена на **рис. 5**.

Подводя итоги, можно сказать следующее. Неизмеряемые кинематические параметры переносного движения основания оказывают существенное влияние на точность измерителя углового ускорения. Погрешности от НКП имеют систематический характер и их величины в условиях эксплуатации могут существенно превышать допустимые нормы. При этом на величину аддитивной погрешности от НКП значительно влияют технологические погрешности изготовления ИУУ. Поскольку изготовить идеальный чувствительный элемент невозможно, то при наличии измерителей угловых скоростей, линейных ускорений и перекрестных угловых ускорений целесообразно использовать алгоритмическую компенсацию погрешностей от НКП.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Павловський М. А., Горбулін В. П, Кименко О. М. Системи керування обертальним рухом космічних апаратів. – Київ: Наукова думка, 1997.
2. Павловский М. А., Путьята Т. В. Теоретическая механика. – К.: Высшая шк., 1985.
3. Орнатский П. П. Теоретические основы контрольно-измерительной техники. – К.: Высшая шк., 1985.
4. Игошин Д. В., Литвинов И. М. Особенности проектирования угловых акселерометров: Тр. метрологич. ин-тов СССР. – М.–Л.: Изд-во стандартов, 1973.– Вып. 143.– С. 97–105.



Труды второй международной научно-практической конференции «**Современные информационные и электронные технологии**». — Одесса: ОГПУ — ОАО «Нептун», 2001.— 350 с.

В Трудах 2-й МНПК «СИЭТ-2001» опубликованы тезисы (рефераты) докладов, подготовленных учёными и специалистами Азербайджана, Беларуси, Мексики, Молдовы, Польши, России, Узбекистана, Украины.

«Труды» содержат материалы пленарного заседания и секций «Информационные технологии и передача информации», «Технология проектирования и производства электронной аппаратуры», «Технология проектирования и производства материалов и элементов электронной техники».

«Труды» можно заказать по адресу:
Украина, 65028, Одесса,
ул. Б. Хмельницкого, 59,
ДП «Нептун-Технология».

Цена одного экземпляра эквивалентна 5 дол. США.

В соответствии с решением 2-й МНПК "СИЭТ-2001" проведение очередной конференции планируется в 2002 г. Предложения по ее организации можно направлять в адрес редакции журнала "ТКЭА".

