

PACS: 64.90.+b

А.И. Дьяченко, И.В. Бойло

АНАЛИЗ МОДУЛЯ ЖЕСТКОСТИ В 3D XY-МОДЕЛИ С ПОЗИЦИИ МЕЖПЛОСКОСТНОЙ СВЯЗИ

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина

Статья поступила в редакцию 10 марта 2006 года

Исследована роль модуля жесткости Y при формировании фазовой диаграммы классической 3D XY-модели в магнитном поле. Показано, что температурная зависимость модуля жесткости в плоскости, перпендикулярной магнитному полю $Y_{ab}(H_g, T_g) = 0$, дает границу H_g , отделяющую фазу брэгговского стекла от новой «кристаллической» фазы, в которой вихревая материя сохраняет топологический порядок, но при этом теряет стекольные свойства.

1. Введение

Для численного статистического моделирования фазовых переходов в различных системах широко используется XY-модель [1,2], удобная при реализации классического метода Монте-Карло (МК) и позволяющая анализировать диаграммы фазовых состояний сложных систем со многими степенями свободы. Особенно интенсивно эта модель используется при анализе фазовой диаграммы вихревой материи, являясь существенным подспорьем для построения новых теоретических концепций фазовых переходов в анизотропных фрустрированных структурах [2]. Результаты, достигнутые методом МК, служат опорными пунктами в понимании ключевых моментов в теории фазовых переходов. Параллельно интенсивно развиваются экспериментальные исследования на монокристаллах, которые позволили в последнее время обнаружить ряд новых интересных элементов фазовой диаграммы вихревой материи [3–5]. Примечательной в этом плане является работа [5], в которой впервые с помощью датчиков Холла и специальной методики «встряски» была получена равновесная фазовая диаграмма для системы вихревых нитей в кристалле BSCCO. Методика «встряски» состояла в подаче на образец слабого переменного сигнала, перпендикулярного оси вихрей, который смещал их с центров пиннинга, т.е. встряхивал систему так, чтобы распределение вихрей в объеме образца было однородным. Благодаря такому подходу авторам впервые удалось однозначно показать, что имеется четыре разные области фазо-

вых состояний для вихревой решетки в анизотропных материалах. Опираясь на ранее проведенные исследования, как теоретические [6–10], так и экспериментальные [3–4], авторы работы [5] выделили следующие области фазовой диаграммы: VL – жидкое состояние вихревой материи, VG – состояние вихревого стекла, BG – брэгговское стекло и новую С-фазу, которую определили как «кристаллическую». Особенностью этой новой фазы является то, что она формируется в высокотемпературной части фазовой диаграммы в области малых магнитных полей и граничит с фазой брэгговского стекла и с жидкой фазой. До публикации работы [5] считалось общепринятым, что состояние брэгговского стекла, которое характеризуется отсутствием дислокаций и совершенным топологическим порядком [8], устойчиво по отношению к фазовым переходам вплоть до температуры плавления T_m (переход BG → VL). Поэтому переход между брэгговским стеклом и новой «кристаллической» фазой может быть только фазовым переходом второго рода, т.е. не должен сопровождаться резкими изменениями магнитного момента и других термодинамических параметров системы. Именно такое поведение вихревой материи на линии раздела $H_g(T)$ брэгговское стекло–кристаллическая фаза и наблюдалось в работе [5]. Однако теоретическая интерпретация обнаруженного перехода еще не завершена. Одной из возможностей является модель, развитая в работе [11], в которой на основе анализа фазового состояния вихревой материи в рамках теории Гинзбурга–Ландау показано, что граница $H_g(T)$, разделяющая BG- и С-фазы, есть линия «стеклования». При низких температурах реализуется фаза брэгговского стекла, а при температуре выше температуры стеклования $T_g(H)$ – новая фаза. Авторы [11] назвали эту фазу «твердым телом», подразумевая под этим структуру свободных вихревых нитей, т.е. структуру, которая не чувствует пиннинг со стороны дефектов кристаллической решетки.

В нашей работе мы доказываем это предположение расчетом методом МК. Показано, что именно на линии $H_g(T)$ обращается в нуль геликоидальный модуль жесткости Y_{ab} , который характеризует устойчивость когерентных свойств системы поворотом фазы в плоскости, перпендикулярной внешнему магнитному полю. Показано также, что в общем случае модуль сдвига вихревой решетки $C_{66} \sim Y_{ab}$, поэтому обращение в нуль модуля Y_{ab} приводит к подавлению модуля C_{66} в плоскости ab , нормальной к направлению внешнего магнитного поля. В результате образуется «кристаллическая» фаза, в которой вихревые нити обладают заметной свободой к перемещению в плоскости ab , но сохраняют жесткость в направлении магнитного поля. Такое состояние больше напоминает не кристалл, а смектик – одну из возможных реализаций жидких кристаллов.

2. Модель

Мы рассматриваем дискретную анизотропную 3D XY-модель для системы с двухслойной структурой, описываемой гамильтонианом

$$H = - \sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - A_{ij}) + \frac{1}{2} \int \mathbf{A} \mathbf{j} dV. \quad (1)$$

Здесь A_{ij} – интеграл от векторного потенциала \mathbf{A} , действие которого заключается в том, что он сдвигает разность фаз между точками i, j на величину

$$A_{ij} = (2e / \hbar c) \int_i^j \mathbf{A} dl;$$

$\langle i, j \rangle$ – ближайшие узлы сетки контактов; θ_i – фаза волновой функции на i -м узле; $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, магнитное поле \mathbf{B} направлено вдоль оси $z \equiv c$; j – плотность тока в среде; параметры $J_{ij}=J$ в плоскости ab и $J_{ij}=J/\Gamma^2$ вдоль оси c (т.е. вдоль магнитного поля). В частности, XY-модель (1) дает решеточную версию анизотропного сверхпроводника второго рода с глубиной проникновения магнитного поля λ_{ab} в плоскости ab . Тогда $J_{ab} = \frac{\Phi_0^2 d}{16\pi^3 \lambda_{ab}^2}$. Здесь d – расстояние между

сверхпроводящими ab -плоскостями, l_{ab} – период решетки сетки контактов в этой плоскости, $J_{ab}/J_c = \Gamma^2$, $\Gamma l_{ab} = \gamma d$, где параметр анизотропии $\gamma \equiv \lambda_c/\lambda_{ab}$, λ_c – глубина проникновения магнитного поля параллельно слоям ab . Мы разбили «образец» на две части, склеенные по плоскости ab . В районе соединения энергия связи контактов J_0 предполагалась намного меньшей, чем в «объеме», $J_0 = 0.1J_c \ll J_{ab}$. Величина магнитного поля B задавалась безразмерным параметром $f = Bl_{ab}^2 / \Phi_0$, где Φ_0 – квант магнитного потока. Мы ограничились расчетом с параметром $f = 1/25$. При анизотропии $\Gamma \geq 3$ вихрь образуется плоскими «блинами» (панкейками), расположенными в плоскости ab и соединяющими их нитями (стренгами) джозефсоновских вихрей, ось которых расположена между ab -плоскостями [12]. Согласно введенному Кошелевым [13] универсальному соотношению подобия $B/B_{cr} = f\Gamma^2$ (где $B_{cr} = \Phi_0/(\gamma d)^2$) при параметрах $f = 1/25$ и $\Gamma = 10$ отношение $B/B_{cr} = 4$ не намного больше единицы, т.е. нами анализировалась область умеренных магнитных полей, когда системе еще можно считать трехмерной. При $f = 1/25$ расстояние между панкейками $a_v = \sqrt{2/\sqrt{3}} l_{ab} / \sqrt{f} \approx 5.37 l_{ab}$. Поэтому при температуре плавления T_m их средние смещения $\left\langle u^2 \right\rangle^{1/2} \Big|_{T_m} = c_L a_v \approx 1.6 l_{ab}$ (где c_L – параметр Линдемана),

т.е. после плавления панкейки в среднем перескакивают на одну-две элементарные ячейки от центра тяжести вихря. В пределе $\lambda_{ab} \gg a_v$ (a_v – среднее расстояние между вихрями) можно пренебречь пространственными вариациями магнитного поля B . Например, при $\gamma = \lambda_c/\lambda_{ab} = 8$, $\lambda_{ab}(T_m) = 2100 \text{ \AA}$, $d = 12 \text{ \AA}$ поле $B_{cr} = 2 \text{ Т}$, $B = B_{cr}/\Gamma^2 = 8 \text{ Т}$, $l_{ab} = (f\Phi_0/B)^{1/2} \approx 30 \text{ \AA}$, $a_v \approx 163 \text{ \AA}$, поэтому условие однородности магнитного поля $a_v \ll \lambda_{ab}$, $\lambda_{ab} \gg \gamma d$ хорошо выполняется.

Фазовые переменные задавались в интервале $-\pi < \theta_i < \pi$. При отсутствии вихрей сумма по грани элементарной ячейки

$$A_{ij} + A_{jk} + A_{kl} + A_{li} = \begin{cases} 2\pi f & (\text{грань в плоскости } ab), \\ 0 & (\text{для остальных граней}). \end{cases}$$

Наличие вихря (антивихря) на грани единичной кубической ячейки решетки α определялось из условия

$$\sum_{\text{face}} (\theta_i - \theta_j - A_{ij}) = 2\pi(n_\alpha - f_\alpha), \quad n_\alpha = 1, 0, -1, \quad (2)$$

где целое число n_α равно +1 для вихря и -1 – для антивихря. Условие (2) означает, что в грани α ячейки имеется ядро вихря. Здесь полагалось, что $\theta_i - \theta_j - A_{ij} \in (-\pi, \pi)$ и f_α – нормированный на Φ_0 поток через грань α (в плоскости ab параметр $f_\alpha = f$, в остальных случаях $f_\alpha = 0$). Более точно координаты δx , δy ядра вихря в ячейке α задавались интерполяционными формулами

$$\delta x = l_{ab}(S_{41} - S_{23})/2S_0, \quad \delta y = l_{ab}(S_{12} - S_{34})/2S_0,$$

где S_{ij} – токи между i -м и j -м узлами квадратной ячейки (здесь узлы $i, j = 1, 2, 3, 4$ нумеруются против часовой стрелки), S_0 – «средний ток» в ядре вихря, $S_0 = j \sin(\pi/2) - \frac{1}{4} \sum_{\text{face}} A_{ij}$.

Для нахождения термодинамического среднего операторов Ω методом МК используем стандартный алгоритм Метрополиса [14], суть которого состоит в построении марковского процесса, для которого арифметическое среднее

$$\bar{\Omega} = \frac{1}{M} \sum_{v=1}^M \Omega(\{\theta\}) \quad (3)$$

по случайным реализациям фаз $\{\theta\}$ сходится к термодинамическому среднему

$$\langle \Omega \rangle = \frac{\int \Omega(\theta_1, \dots, \theta_N) \exp[-H(\theta_1, \dots, \theta_N)/kT] \prod_{i=1}^N d\theta_i}{Z}. \quad (4)$$

Здесь Z – статистическая сумма,

$$Z = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} d\theta_1 d\theta_2 \dots d\theta_N \exp(-H/kT), \quad (5)$$

где H – гамильтониан системы.

Практическая реализация алгоритма состоит в следующем. Задаем начальное распределение фаз $\{\theta\}$. Если поле $B = 0$, то при низких температурах $T \leq 0.1J$ удобно задавать $\theta_i = 0$. Выбираем случайным образом узел i и варьируем фазу θ_i в этом узле, $\theta_i \rightarrow \theta_i + \delta\theta \equiv \theta'_i$, где $\delta\theta \in (-\pi, \pi)$ – случайное число. Вычисляем соответствующую новой фазе θ'_i поправку δH к энергии

(1) и переходную вероятность $W = [1 + \exp(\delta H/kT)]^{-1}$. Затем выбираем случайное число z в интервале $0 \leq z \leq 1$. Переход к новой конфигурации фаз $\{\theta\}'$, в которой сделана замена $\theta_i \rightarrow \theta'_i$, осуществляется только при условии $W \geq z$. Если же $W < z$, то фазы $\{\theta\}$ остаются без изменений, но состояние со старой конфигурацией $\{\theta\}$ учитывается в процессе усреднения (3). Последнее выполняется на каждом таком МК-шаге. Описанная процедура повторяется многократно, и таким образом строится марковский процесс, состоящий из M событий. При очень большом M значения средних $\langle \Omega \rangle$ находились с погрешностью, приемлемой для качественного анализа, что проверялось по методике сравнения. Обычно для этого требовалось порядка $4 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^5$ МК-шагов на узел сетки контактов и $\sim 10^4$ шагов – для приведения системы в равновесное состояние. Конечное распределение фазовых углов θ при данной температуре было использовано как начальное распределение для следующей, более высокой температуры. Для лучшего моделирования процессов «ухода» панкейков из элементарных ячеек сетки расположение вихрей при низкой температуре задавалось «вручную», исходя из известного при $f = 1/25$ распределения вихрей в ячейках XY-модели. При таком подходе четко фиксируется подавление модуля жесткости $Y_{ab}(T)$ с ростом температуры T , что является основной задачей данных вычислений.

По определению спиральный модуль жесткости Y есть вторая производная от свободной энергии Гельмгольца по добавке к векторному потенциалу:

$$Y_{ij} = \left[\frac{\partial^2 F}{\partial A'_i \partial A'_j} \right]_{A' \rightarrow 0}, \quad (6)$$

где свободная энергия $F = -kT \ln(Z)$; A' представляет добавочный к A одно-родный векторный потенциал; Z – статистическая сумма (5). Выполнив дифференцирование (6) с использованием формул (1) и (5), получим

$$Y_a \equiv Y_{xx} = N^{-1} \left[\sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} X_{ij}^2 \langle \cos(\theta_i - \theta_j - A_{ij}) \rangle - \frac{1}{kT} \left\langle \left[\sum J_{ij} X_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - A_{ij}) \right]^2 \right\rangle + \frac{1}{kT} \left\langle \sum J_{ij} X_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - A_{ij}) \right\rangle^2 \right], \quad (7)$$

где $X_{ij} = (x_i - x_j)/l_{ab}$ – нормированное расстояние между узлами решетки, N – число ячеек. Выражение для компонент тензора Y_b, Y_c вдоль осей b и c получается из (7) заменой X_{ij} соответственно на $Y_{ij} = (y_i - y_j)/l_{ab}$ и $Z_{ij} = (z_i - z_j)/d$, d – расстояние между ab -плоскостями. Средний по плоскости ab спиральный модуль $Y_{ab} = (Y_a + Y_b)/2$.

Для лучшего выявления когерентных свойств XY-модели (1) вдоль оси c мы разбили «образец» на две части, склеенные по плоскости ab ; в районе соединения энергия связи контактов J_0 предполагалась намного меньшей,

чем в «объеме». Соответствующий максимальный когерентный ток I_c через такой разрез определялся по формуле

$$I_c = \left\langle \left(\sum_{i=1}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} J_0^{ij} \cos(\theta_{ij}^k - \theta_{ij}^{k+1}) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} J_0^{ij} \sin(\theta_{ij}^k - \theta_{ij}^{k+1}) \right)^2 \right\rangle^{1/2}. \quad (8)$$

Теплоемкость находилась согласно флуктуационно-диссипативной теореме [15]:

$$C_v = \frac{\langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2}{NkT^2}. \quad (9)$$

Вычисления проводили на кубической решетке ячеек размером $L_x \times L_y \times L_z = 20 \times 20 \times 20$ и $30 \times 30 \times 20$ с периодическими граничными условиями. На каждом МК-шаге вычисляли компоненты спирального модуля Y_c и Y_{ab} в направлении оси c и в плоскости ab . Плотность вихрей n_v регистрировали через 100–200 МК-шагов (на ячейку сетки). Вычисляли также среднюю энергию контактов вдоль оси c $E_c = \langle \cos(\theta_{ij}^k - \theta_{ij}^{k+1}) \rangle$ (где k и $k + 1$ – соседние ab -плоскости). Отметим, что I_c (8) и E_c – статистически различные физические величины: среднее значение E_c находили суммированием по всей ХУ-решетке статистически по (3), т.е. для независимо выбираемых узлов решетки. При вычислении же среднего значения I_c фиксировали моментальное состояние фаз θ , а затем проводили вычисление по формуле (8). Найденная таким образом зависимость $I_c(T)$ оказалась чувствительной к фазовому состоянию ХУ-модели, в частности при $T \rightarrow T_m$ параметр $I_c(T) \rightarrow 0$, тогда как энергия $E_c = \langle \cos\theta \rangle$ при $T = T_m$ заметной особенности не проявляла (рис. 1).

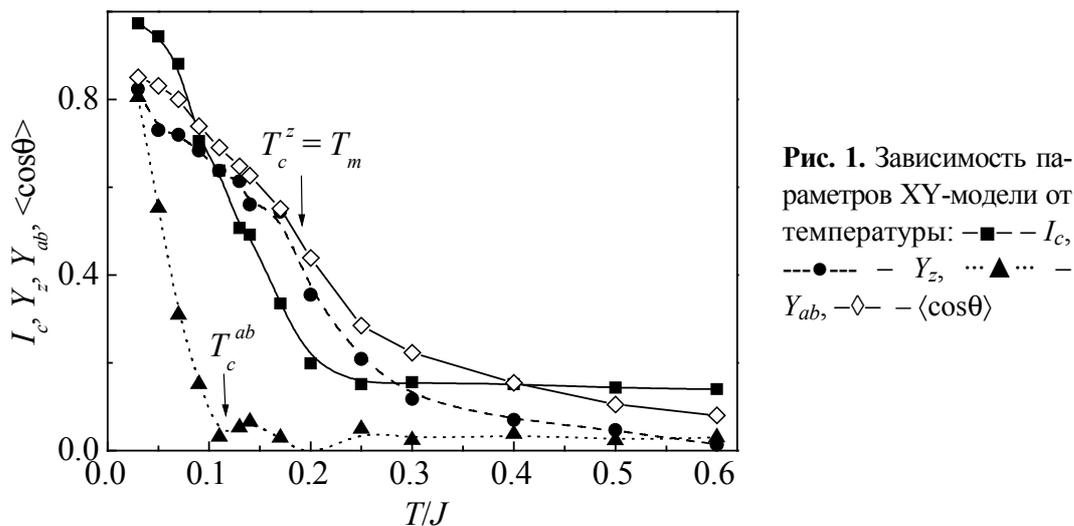


Рис. 1. Зависимость параметров ХУ-модели от температуры: —■— I_c , ---●--- Y_z , ...▲... Y_{ab} , -◇- $\langle \cos\theta \rangle$

3. Результаты и обсуждение

Результаты расчетов параметров Y_{ab} , Y_c , I_c , C и плотности вихрей n_v приведены на рис. 1, 2. Как видим, при нашем выборе параметра $f = 1/25$ модуль жесткости в ab -плоскости $Y_{ab} = 0$ при температуре $T \geq T_c^{(ab)} \approx 0.11J$, при ко-

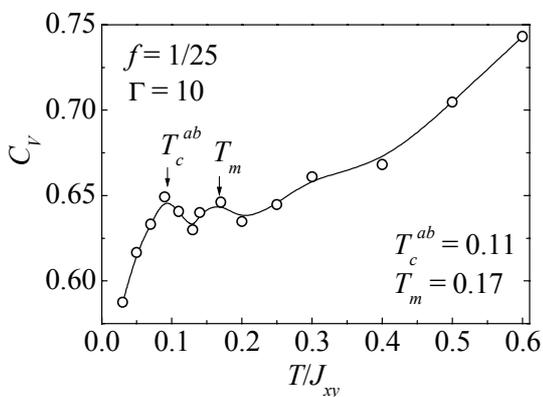


Рис. 2. Проявление пика в теплоемкости решетки при температуре T_c^{ab}

торой наблюдается заметный пик в теплоемкости C (рис. 2), что указывает на фазовый переход второго рода. При этой температуре панкейки «выпрыгивают» из ячеек сетки контактов, но среднее значение смещений панкейков $\langle u^2 \rangle^{1/2} \approx l_{ab}$ и еще не достигает критерия Линдемана $\langle u^2 \rangle^{1/2} \Big|_{T_m} = c_L a_v \approx 1.6 l_{ab}$. Решетка не расплавляется, а размягчается. Плавление решетки достигается при более высокой температуре $T_m \approx 0.18J$, когда обращаются в нуль модуль жесткости Y_c и параметр «когерентности» I_c . Выше этой температуры панкейки начинают достаточно свободно перемещаться по ab -плоскостям (рис. 3,с), что говорит о реализации VL-фазы.

Таким образом, проведенные расчеты выявили существование промежуточной фазы, расположенной между исходной «регулярной» решеткой при низких температурах (рис. 3,а) и жидкой фазой (рис. 3,в), т.е. в интервале температур $T_c^{ab} < T < T_m$. В этой промежуточной фазе модуль жесткости $Y_{ab}|_{T_c^{ab}} \equiv 0$ (модуль Y_{ab} точно равен нулю только в термодинамическом пределе $L_x, L_y, L_z \rightarrow \infty$), но модуль $Y_c \neq 0$, т.е. XY-система становится резко анизотропной, причем вихри в плоскостях могут выскакивать из ячеек сетки, но плавление решетки еще не достигнуто. Покажем, что именно эта фаза наблюдалась в работе [5], где она называлась Crystal, т.е. «кристаллическая» C-фаза.

Для анализа этой новой C-фазы прежде всего покажем, что в общем случае под влиянием флуктуаций модуль сдвига вихревой решетки C_{66} преобразуется по закону:

$$C_{66}(T) = C_{66}^0(T) Y_{ab}(T) / Y_{ab}(0). \quad (10)$$

Здесь Y_{ab} – модуль жесткости в плоскости ab при температуре T ; $C_{66}^0(T)$ – модуль сдвига, вычисленный в отсутствии флуктуаций. Соотношение (10) показывает, что в области C-фазы (где $Y_{ab} = 0$) $C_{66} = 0$, т.е. отсутствует модуль сдвига.

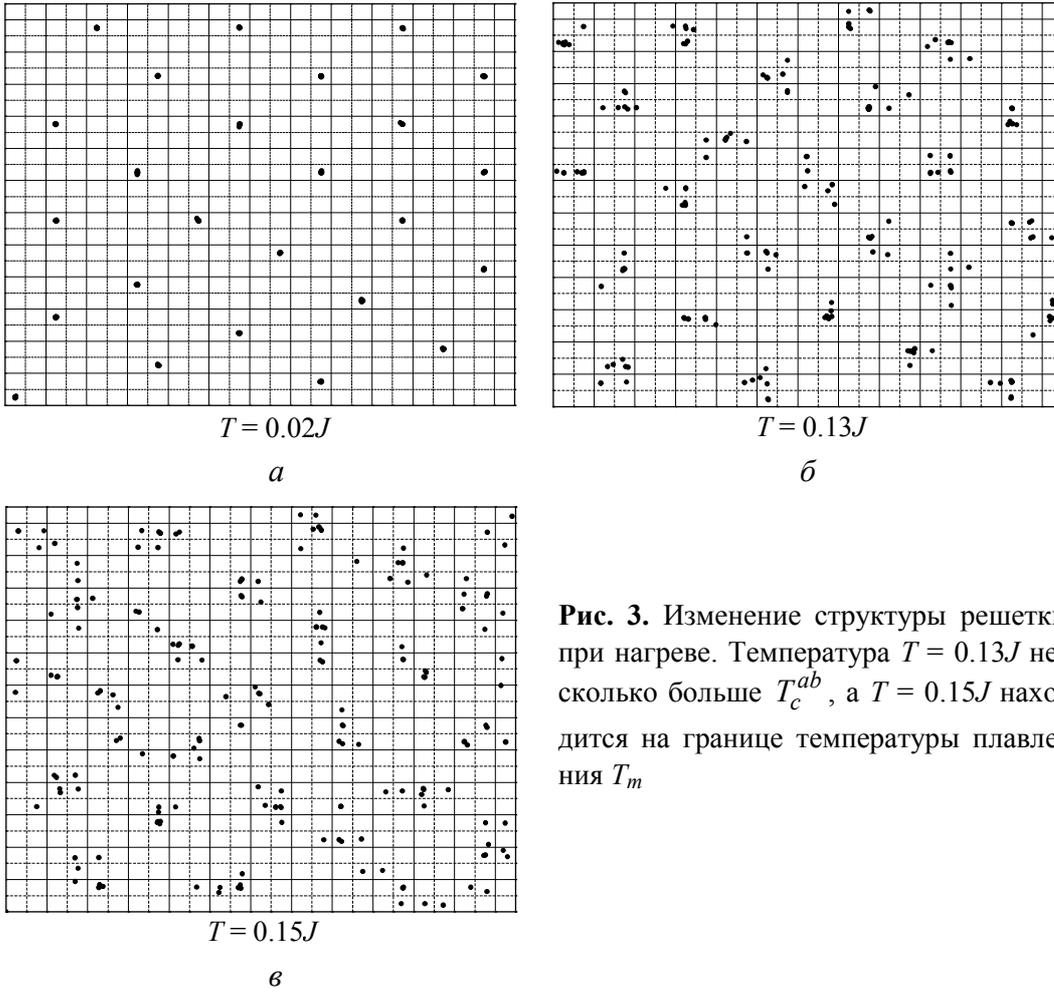


Рис. 3. Изменение структуры решетки при нагреве. Температура $T = 0.13J$ несколько больше T_c^{ab} , а $T = 0.15J$ находится на границе температуры плавления T_m

Есть два типа возмущений решетки вихрей – сдвиговые возмущения, не меняющие плотность вихрей, и возмущения, меняющие вихревую плотность (соответствующий модуль объемного сжатия C_{11}). В силу неравенства $C_{11} \gg C_{66}$ модуль жесткости Y_{ab} зависит преимущественно от сдвиговых возмущений, поэтому естественно ожидать соотношения $Y_{ab} \sim C_{66}$. Действительно, рассмотрим возмущение свободной энергии системы δF при малых отклонениях \mathbf{u} вихрей от положения равновесия в плоскости ab :

$$\begin{aligned} \delta F &= \int \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\lambda_{ab}^2} (\delta \mathbf{A}^2) dV \cong \int \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\lambda_{ab}^2} (\mathbf{u}\mathbf{B})^2 dV \approx \\ &\approx \int \frac{1}{2} \frac{B}{4\pi\lambda_{ab}^2} (uK_{BZ})^2 \frac{a_0^2}{4\pi} dv \cong \int \frac{1}{2} C_{66} (\nabla_{\perp} \mathbf{u})^2 dV, \end{aligned} \quad (11)$$

здесь постоянная вихревой решетки $a_0 \approx (\Phi_0/B)^{1/2}$, волновой вектор возбуждений на границе зоны Бриллюэна $K_{BZ} = \sqrt{4\pi}/a_0$, оператор $\nabla_{\perp} = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y}$.

Но по определению модуля жесткости Y_{ab} изменение

$$\delta F = \int \frac{1}{2} Y_{ab} (\delta A^2) dV. \quad (12)$$

Приравнивая соотношения (11) и (12), находим, что между модулем сдвига C_{66} и модулем жесткости Y_{ab} имеется связь (1):

$$C_{66}(T) = C_{66}(0) Y_{ab}(T) / Y_{ab}(0).$$

Как известно [16], при отсутствии вихрей ($f = 0$) модуль $Y_{ab}(0) = \frac{1}{4\pi\lambda_{ab}^2}$. По-

этому соотношения (11) также дают оценку модуля сдвига $C_{66} \cong \frac{\Phi_0 B}{2(4\pi\lambda_{ab})^2}$,

которая всего в два раза больше значения, полученного в работах [17]:

$$C_{66} \cong \frac{\Phi_0 B}{(8\pi\lambda_{ab})^2}.$$

Согласно (10) в смешанном состоянии флуктуации существенно уменьшают модуль сдвига C_{66} вихревой решетки (уменьшается $Y_{ab}(T)$). Всегда было понятно, что в жидкой фазе модуль сдвига $C_{66} = 0$. Но было не установлено, по какому закону происходит обращение в нуль этого модуля. Мало того, температурная зависимость модуля C_{66} (10) в окрестности T_m вообще не принималась во внимание практически во всех расчетах пиннинга вихревой решетки [18,19]. Но самым важным является то обстоятельство, что при условии $C_{66} \rightarrow 0$ одновременно обращаются в нуль соответствующая энергия сдвига $U_c \sim C_{66}$ [18] и коллективный пиннинг вихрей $j_c \sim U_c \sim C_{66}$. В таком случае С-фаза, наблюдаемая нами в области температур $T_c^{ab} < T < T_m$, представляет совокупность вихревых нитей, жестко связанных вдоль оси c (направление магнитного поля), но свободных в плоскости ab . Однако сильное отталкивание между вихрями заставляет подстроить центры тяжести вихрей под довольно регулярную структуру, что и создает эффект «кристаллизации» (рис. 3,б).

4. Заключение

Построение фазовой диаграммы вихревой структуры в анизотропных материалах относится в настоящее время к одной из самых сложных задач в области теории фазовых переходов [3–11]. В последние годы появляются все новые и новые публикации, которые указывают, что детальная картина фазовой диаграммы этих материалов еще далека от завершения [3–5]. В настоящей работе показано, что для понимания фазовой диаграммы вихревой материи необходимо учитывать поведение модуля жесткости Y_{ab} , а также соотношение $C_{66}(T) = C_{66}(0) Y_{ab}(T) / Y_{ab}(0)$. Связь $C_{66} \sim Y_{ab}$ не зависит от дефектности ХУ-модели, поэтому в самом общем случае линия, на которой модуль Y_{ab} обращается в нуль, в термодинамическом пределе совпадает с линией, на которой происходит депиннинг вихрей. В таком случае зависи-

мость $H_{Y_{ab}=0}(T)$ разделяет область VG на две части: низкотемпературная часть соответствует фазе, в которой сохраняется топологический порядок и пиннинг ($C_{66} \neq 0$), а в высокотемпературной части пиннинг отсутствует ($C_{66} = 0$), но топологический порядок сохраняется вплоть до температуры плавления. При T_m происходит переход первого рода, тогда как при температурах, где обращается в нуль модуль Y_{ab} (и одновременно обращается в нуль модуль сдвига C_{66}), реализуется переход второго рода.

Такое поведение вихревой материи в области достаточно малой величины магнитного поля ($B \leq B_{cr}$) согласуется с экспериментом [5]. Однако в реальных образцах всегда имеются дефекты наноразмера, в частности, возникающие в результате явления фазовой сепарации. А в таком случае, наряду с влиянием термических флуктуаций, плавление решетки вихрей может быть вызвано дефектами кристаллической структуры даже при низких температурах. Предполагается, что при этом возникает VG-фаза, физическая природа которой окончательно не выяснена [7–9]. Тем не менее на основе полученных нами результатов, используя соотношение $C_{66} \sim Y_{ab}$ для области больших магнитных полей, получаем, что фазовый переход от VG к VL также будет фазовым переходом второго рода. Наконец отметим, что согласно нашим результатам и результатам, полученным в других работах, при температуре плавления обращается в нуль модуль Y_c , но это справедливо для области фазовой диаграммы, где происходит переход от С-«кристалла» к жидкости. На настоящий момент не ясно, насколько такое соответствие выполняется на границе BG–VG, где также происходит переход первого рода. На основе имеющихся данных можно только предположить, что на этой границе происходит скачкообразное изменение модуля Y_c , но это предположение еще требует дополнительной проверки.

Наконец отметим, что по аналогии с соотношением $Y_{ab} \sim C_{66}$ можно получить соотношение $Y_c \sim C_{44}^1$, где C_{44}^1 – часть модуля наклона, которая не включает электромагнитную связь между вихрями и коротковолновые флуктуации «стренг». Зависимость $Y_c \sim C_{44}^1$ дает физическое обоснование обнаруженному соответствию между температурой плавления T_m и температурой, при которой обращается в нуль модуль Y_c ($T = T_c^z$). В результате проведения трудоемких расчетов было показано, что в термодинамическом пределе $T_m = T_c^z$, т.е. предполагаемая в [19] область фазовой диаграммы между T_m и T_c^z отсутствует. С другой стороны, применение соотношения $Y_c \sim C_{44}^1$ для границы между BG и VG позволит понять причину наблюдаемого в этой области смягчения модуля наклона C_{44} [20].

Таким образом, в данной работе показана важность анализа температурной и магнитополевой зависимостей геликоидального модуля Y_{ab} для построения фазовой диаграммы вихревой материи. Линия, на которой обращается в нуль модуль сдвига C_{66} , совпадает с кривой $Y_{ab}(H_g, T_g) = 0$ и соответствует фазовому переходу второго рода.

1. И.К. Камиров, А.К. Муртазаев, Х.К. Алиев, УФН **169**, 773 (1999).
2. С.Е. Коршунов, УФН **176**, 233 (2006).
3. N. Avraham, B. Khaykovich, Yu. Myasoedov, M. Rappaport, H. Shtrikman, D.E. Feldman, T. Tamegai, P.H. Kes, Ming Li, M. Konczykowski, Kees van der Beek, Eli Zeldov, Nature **411**, 451 (2001).
4. B. Khaykovich, D.T. Fuchs, K. Teitelbaum, Y. Myasoedov, E. Zeldov, T. Tamegai, S. Ooi, M. Konczykowski R.A. Doyle, S.F.W.R. Rycroft, Phys. Rev. **B61**, 9261 (2000).
5. H. Beidenkopf, N. Avraham, Y. Myasoedov, H. Shtrikman, E. Zeldov, B. Rosenstein, E.H. Brandt, T. Tamegai, Phys. Rev. Lett. **95**, 257004 (2005).
6. D.T. Fuchs, E. Zeldov, T. Tamegai, S. Ooi, M. Rappaport, H. Shtrikman, Phys. Rev. Lett. **80**, 4971 (1998).
7. M.B. Gaifullin, Yuji Matsuda, N. Chikumoto, J. Shimoyama, K. Kishio, Phys. Rev. Lett. **84**, 2945 (2000).
8. T. Giamarchi, S. Bhattacharya, in: Vortex phases High Magnetic Fields: Applications in Condensed Matter Physics, Spectroscopy, Springer (2002).
9. T. Natterman, S. Scheidl, Adv. Phys. **49**, 607 (2000).
10. P. Olsson, S. Teitel, Phys. Rev. Lett. **87**, 137001 (2001).
11. D. Li, B. Rosenstein, Phys. Rev. Lett. **90**, 167004 (2003).
12. L. Bulaevskii, J.R. Clem, Phys. Rev. **B44**, 10234 (1991).
13. A.E. Koshelev, Phys. Rev. **B56**, 11201 (1997).
14. К. Бундер, Методы Монте-Карло в статистической физике, Мир, Москва (1982).
15. И.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика, Т. V. Статистическая физика, Наука, Москва (1976).
16. M.E. Fisher, M.N. Barber, D. Jasnow, Phys. Rev. **A8**, 1111 (1973).
17. L.I. Glazman, A.E. Koshelev, Phys. Rev. **B43**, 2835 (1991).
18. G. Blatter, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, V.M. Vinokur, Rev. Mod. Phys. **66**, 1125 (1994).
19. G. Blatter, V.B. Geshkenbein, The Physics of Superconductors, Springer (2003), vol. I, chap. 10, p. 725.
20. S. Ryu, D. Stroud, Phys. Rev. **B57**, 14476 (1998).
21. S. Colson, M. Konczykowski, M.B. Gaifullin, Y. Matsuda, P. Gierlowski, Ming Li, Peter H. Kes, C.J. van der Beek, Phys. Rev. Lett. **90**, 137002 (2003).

A.I. Dyachenko, I.V. Boylo

ANALYSIS OF RIGIDITY MODULUS WITHIN THE 3D XY MODEL FROM THE INTERPLANE BOND STANDPOINT

The role of rigidity modulus Y in formation of phase diagram of the classical 3D-XY model in magnetic field has been investigated. It is shown that the temperature dependence of rigidity modulus in the plane normal to the magnetic field $Y_{ab}(H_g, T_g) = 0$ gives boundary H_g separating the Bragg-glass (BG) phase from a new «crystalline» phase with vortex matter retaining topological order but losing glass properties.

Fig. 1. Dependence of the XY-model parameters on temperature: $-\blacksquare-$ — I_c , $-\bullet-$ — $-Y_z$, $\cdots \blacktriangle \cdots$ — Y_{ab} , $-\diamond-$ — $\langle \cos\theta \rangle$

Fig. 2. Peak developed in heat capacity of the lattice at T_c^{ab}

Fig. 3. Changes in lattice structure under heating. Temperature $T = 0.13J$ is somewhat higher than T_c^{ab} and $T = 0.15J$ is at a boundary of melting temperature T_m