PACS: 81.40.Np

Е.Н. Высоцкий

УСЛОВИЕ УСТОЙЧИВОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТРЕЩИНЫ

НПП «Станко Маш»
ул. Р. Люксембург, 72а, г. Донецк, 83114, Украина

Статья поступила в редакцию 19 мая 2005 года

Выполнен подробный качественный анализ напряженно-деформированного состояния длинномерного образца сплошного сечения с распространяющейся в нем краевой трещиной. Объясняются особенности распространения трещины при отделении длинной полосы (бруска) сплошного сечения методом изгиба.

Введение

Существует проблема устойчивости траектории распространения трещины при разделении длинномерного проката ломкой. В работе [1] показано, что для этой траектории напряженно-деформированное состояние стержня при изгибе может создавать устойчивые или неустойчивые условия. Указанные условия определяются направлениями площадок наибольших растягивающих напряжений в окрестности конца трещины. Эти направления задаются формулой

$$\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}. \tag{1}$$

Решающим оказывается фактор величины компоненты σ_x тензора напряжений в окрестности конца трещины. В настоящей работе проводится оценка соотношения времени распространения трещины τ и времени затухания изгибного колебания отделяемых частей стержня, от которого зависит величина компоненты σ_x. На основании оценки определяется условие устойчивого продвижения трещины.

Как уже отмечалось, при достаточно большом плече приложения нагрузки l в окрестности вершины трещины возникает ситуация $\sigma_y > 0$. Выясним, что происходит при этом с компонентой σ_x. Оценим, при каких условиях трещина обгоняет нейтральную линию эпюры изгибных напряжений.

Оценка рассмотренной модели экспериментальными исследованиями

Распределение $\sigma_x(y)$ при $x = 0$ в стержне при изгибе представляет собой момент, уравновешивающий внешние нагрузки, которые действуют на отделяемые части стержня, и исчезающий вместе с распространением трещины (рис. 1). Это позволяет рассмотреть изгибное колебание деформированного конца стержня под действием исчезающего момента на его торце.

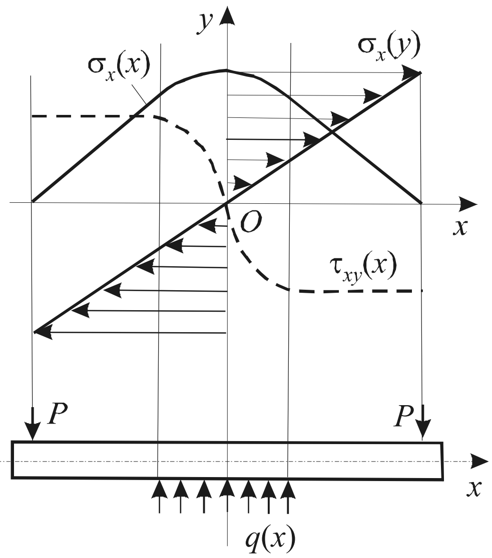

Рис. 1. Распределение усилий и напряжений при нагружении по схеме трехточечного изгиба

Воспользуемся следующей аналогией. В поле растягивающих напряжений трещина получает энергию для распространения, а в поле сжимающих она развиваться не может и тормозится, отдавая свою энергию материалу. Сравним время распространения трещины с четвертью периода колебаний деформируемой части стержня. Если период колебаний стержня слишком велик, то быстрая трещина успеет достигнуть сжимающих напряжений $\sigma_x(y) < 0$. В противном случае она распространяется в условиях $\sigma_x(y) > 0$.

Предположим, что уравновешивающий момент, действующий на торец стержня, уменьшаясь, остается распределенным по всей поверхности торца, т.е. $\sigma_x(y,t) = \sigma_x(y)\varphi(t)$. При этом момент совершает отрицательную работу, иными словами отбирает энергию у стержня. Изменяясь со временем достаточно быстро, момент может изменить знак раньше, чем стержень выпрямится. Совершаемая работа станет положительной, т.е. поток энергии изменит направление, что и будет соответствовать внедрению трещины в область сжимающих напряжений.

Для количественной оценки такого явления рассмотрим следующую простую колебательную систему (рис. 2). Масса m притягивается пружиной K к началу координат $x = 0$. Точка A связана с m посредством второй пружины k_1 и в начальный момент времени натягивает ее, удерживая массу m на некотором расстоянии от начала координат. При $t = 0$ точка A начинает двигаться в направлении начала координат по некоторому закону. Определим зависимость от времени силы $F(t)$, действующей со стороны пружины k_1 на массу m, пока последняя не достигнет начала координат.

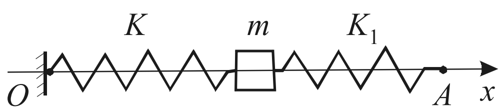

Рис. 2. Колебательная система

В рассматриваемой модели масса m соответствует моменту инерции деформированной части стержня, жесткость пружины k – жесткости стержня, сила $F(t)$ – моменту, действующему на торец стержня, закон движения точки A – закону распространения трещины.

Энергия, передаваемая силой $F(t)$ массе в течение времени t, равна

$$E = \int_0^t F(t)\dot{x}(t)\mathrm{d}t\,, \tag{2}$$

где $\dot{x}(t)$ – скорость перемещения m.

Изменение направления потока энергии происходит в момент времени, которому соответствует величина

$$\dot{E} = F(t)\dot{x}(t) = 0\,. \tag{3}$$

Поскольку $\dot{x}(t) < 0$ и не изменяет знака, установим момент времени, при котором $F(t) = 0$. В начальной стадии движения $F(t) > 0$. При $F(t) = 0$ точка A догоняет массу m, и тогда $F(t) < 0$.

Относительно движения точки A можно предположить следующее. Рост трещины в поле растягивающих напряжений ускоряется, однако эта скорость не может превышать некоторой предельной. Распространение трещины в поле сжатия не рассматривается, поэтому примем для простоты закон движения точки A в виде

$$x = A\cos\omega_0 t\,, \tag{4}$$

предполагая, что $\tau = \pi/2\omega_0$ – полное время распространения трещины, т.е. за время τ точка A достигнет начала координат.

Уравнение движения системы следующее:

$$\ddot{x} = -\Omega^2 x - \omega_1^2 x + \omega_1^2 A\cos\omega_0 t\,. \tag{5}$$

Обозначив через $\Omega^2 + \omega_1^2 = \omega^2$ квадрат собственной частоты колебаний массы m, будем иметь

$$\ddot{x} = -\omega^2 x + \omega_1^2 A\cos\omega_0 t\,. \tag{6}$$

Решение этого уравнения ищем с помощью подстановки

$$\xi = \dot{x} - i\omega x\,. \tag{7}$$

Решая (6) с учетом (7), получим

$$\xi = \mathrm{e}^{-i\omega t}\int_0^t \omega_1^2 A\cos\omega_0 t\,\mathrm{e}^{i\omega t}\mathrm{d}t - i\frac{\omega_1^2}{\omega}A\mathrm{e}^{i\omega t}\;; \tag{8}$$

$$x = -\frac{\operatorname{Im}\xi}{\omega} = \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega_0^2}A(\cos\omega_0 t - \cos\omega t) + \frac{\omega_1^2}{\omega^2}A\cos\omega t\,. \tag{9}$$

Из уравнения (5) найдем силу

$$F(t) = -\omega_1^2 + \omega_1^2 A\cos\omega_0 t = \frac{A\omega_0^2\omega_1^4}{\omega^2(\omega^2 - \omega_0^2)}\cos\omega t + \frac{A\omega_1^2(\Omega^2 - \omega_0^2)}{\omega^2 - \omega_0^2}\cos\omega_0 t\,. \quad (10)$$

Потребуем, чтобы $F(t) = 0$ при $t = \tau = \pi/2\omega_0$. Избавляясь от постоянных множителей, получим

$$\frac{\cos\dfrac{\pi\omega}{2\omega_0}}{\omega^2 - \omega_0^2} = 0\,. \quad (11)$$

Последнее равенство выполняется при $\dfrac{\pi\omega}{2\omega_0} = \dfrac{3\pi}{2}$. Учитывая также, что $\omega =$ $= 2\pi/T$, получаем

$$\omega_0 = \frac{1}{3}\omega\,; \quad \tau = \frac{3T}{4}\,. \quad (12)$$

Соотношение (12) является условием устойчивого роста трещины: время ее распространения τ должно быть не менее чем в три раза больше четверти периода свободных колебаний деформируемой части отделяемой половины образца.

Полученный результат можно сравнить с экспериментальными данными о времени распространения трещины в фотоупругом образце [3], выполненном из эпоксидной смолы в виде прямоугольного стержня шириной 5 и высотой 20 mm. Здесь τ = 30–40 μs. Теоретически рассчитанная четверть периода свободных колебаний деформируемой части образца длиной 40 mm равна примерно 13 μs. Эти данные вполне удовлетворяют соотношению (12).

Оценка, получаемая рассмотренной моделью, зависит от того, насколько точно известна зависимость скорости распространения трещины от времени, поскольку эта зависимость обусловлена величиной внутренних напряжений и пластическими свойствами материала.

Таким образом, при неравных малых плечах приложения нагрузки трещина уходит в сторону большего плеча вследствие того, что с его стороны под центральной опорой уровень сжимающих напряжений σ_y^- ниже, чем в коротком плече, и ситуация $\sigma_y > 0$ в более длинном плече проявляется раньше, чем в коротком. По достижении критической длины плеч трещина успевает догнать нейтральную линию, и напряжения $\sigma_x < 0$, $\sigma_y > 0$ значительно отклоняют ее траекторию.

При малых равных плечах приложения внешних нагрузок и при малой длине более короткого недеформированного участка образца [4] в картину развития поля вблизи центральной опоры несимметрию вносит разность инерционных сил, создаваемых ускоренным движением недеформируемых участков образца. Более короткий конец прижимается к центральной опоре силой инерции в меньшей степени, чем более длинный, и трещина отклоняется в сторону недеформированного участка.

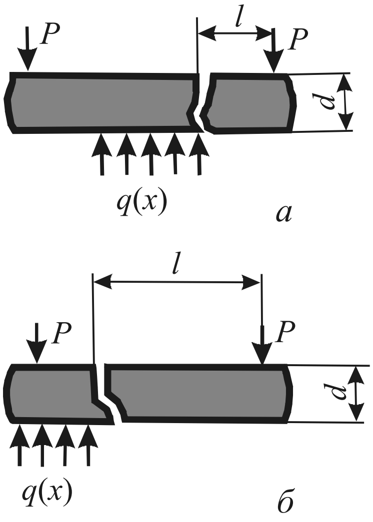

Рис. 3. Особенности отклонения трещины при ломке образцов по схеме консольного изгиба: *а* – $l < 2.5d$; *б* – $l > 2.5d$

Предлагаемое объяснение хорошо иллюстрируется следующим экспериментом. Образец разделяется по схеме трехточечного изгиба при неравных плечах так, что короткое плечо несколько меньше, а длинное – несколько больше $2d$. Со стороны длинного плеча на свободный конец действует еще одна неподвижная четвертая опора. Ее местоположение рассчитывается так, чтобы усилия под боковыми опорами были одинаковыми. Это выравнивает напряжения слева и справа от центральной опоры и в процессе разрушения стабилизирует трещину. Если в отсутствие четвертой опоры отклонение трещины достигает $0.5d$, то при ее наличии трещина уходит в сторону не более чем на $0.05d$.

Весьма показательно поведение трещины в случае разделения стержня чистым изгибом. При любом соотношении плеч трещина, пройдя половину пути, разветвляется симметрично в стороны. Очевидно, в отсутствие центральной опоры компонента $\sigma_y = \sigma_y^+$. С ростом трещины компонента σ_y возрастает настолько, что превышает $|\sigma_x|$, в результате дальнейшее продвижение трещины становится неустойчивым.

Рассматривая схему разделения консольным изгибом (рис. 3), видим, что устойчивая трещина должна уходить вглубь, под опору, а неустойчивая – выталкиваться за ее пределы. Это подтверждает эксперимент. Если свободный конец достаточно короткий ($l < 2.5d$), то трещина уходит в область под опорой, но финиширует на ее кромке (рис. 3,*а*). При $l > 2.5d$ трещина уходит в свободную часть стержня (рис. 3,*б*). Вероятно, такое поведение трещины связано с тем, что вдоль предполагаемой поверхности разделения $\tau_{xy} \neq 0$. Поэтому в конце пути трещины всегда складывается условие ее неустойчивости.

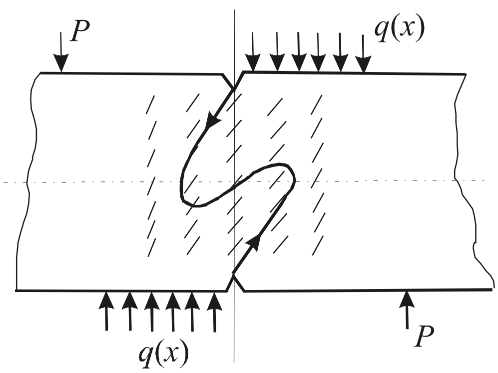

Рис. 4. Распределение площадок наибольших растягивающих напряжений и предполагаемая траектория трещины при нагружении по схеме сдвига

Схему разделения сдвигом можно представить как суперпозицию смещенных и противоположных распределенных контактных нагрузок и пары сил с противоположным моментом. На рис. 4 представлены распределение площадок наибольших растягивающих напряжений и предполагаемая траектория трещины. Видно, что схема распределения сдвигом принципиально не позволяет получить удовлетворительную поверхность разделения в хрупком материале.

Выводы

1. Прогнозировать направление траектории продвижения трещины при разделении длинномерного проката на мерные длины методом ломки можно только при учете динамических эффектов, связанных со скоростью распространения трещины и с затуханием различных компонентов поля внутренних упругих напряжений.

2. При разработке конструктивных схем разделения проката методом ломки их следует организовать так, чтобы вдоль предполагаемой плоскости разделения выполнялись условия $\tau_{xy} = 0$ и $\sigma_x > \sigma_y$ (Ox – ось, перпендикулярная к плоскости разделения).

1. *В.В. Гришаев, Е.Н. Высоцкий*, Пробл. прочности № 6, 52 (1989).
2. *Л.Д. Ландау, Е.М Лифшиц*, Краткий курс теоретической физики. Кн. 1. Механика. Электродинамика, Наука, Москва (1969).
3. *Е.Н. Высоцкий, В.В. Гришаев*, Пробл. прочности № 6, 37 (1987).
4. *Е.Н Высоцкий, В.В. Гришаев*, Пробл. прочности № 2, 25 (1988).

E.N. Vysotsky

CONDITION FOR STABLE CRACK PROPAGATION

A detailed qualitative analysis of the stressed-strained state of a long sample having solid section with edge crack propagating there has been done. Peculiarities of crack propagation upon separating a long strip (bar) of solid section by bending method are explained.

Fig. 1. Force and stress distribution under loading by the three-point bending scheme

Fig. 2. Vibratory system

Fig. 3. Peculiarities of crack deviation upon crushing the samples by the scheme of cantilever bending: *а* – $l < 2.5d$; *б* – $l > 2.5d$

Fig. 4. Distribution of areas of the highest tensile stresses and hypothetical crack trajectory upon loading by shearing scheme