Физика и техника высоких давлений 2011, том 21, № 3

PACS: 74.25.–q, 74.25.Dw, 74.25.F–, 74.25.Uv, 74.25.Wx

И.В. Бойло[1], Р.М. Таранец[2,3]

УПРУГОДЕФОРМИРОВАННАЯ ВИХРЕВАЯ РЕШЕТКА В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ ВТОРОГО РОДА

[1]Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина

[2]Институт прикладной математики и механики НАН Украины
ул. Р. Люксембург, 74, г. Донецк, 83114, Украина

[3]School of Mathematical Sciences, University of Nottingham
University Park, Nottingham NG7 2RD, UK

Статья поступила в редакцию 19 ноября 2010 года

Рассматривается влияние упругих деформаций на характер проникновения магнитного поля в высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) второго рода. Предполагается, что эффективный активационный барьер крипа зависит нелинейным образом от плотности транспортного тока. Учтены упругие свойства вихревой решетки и влияние модуля упругости на глубину проникновения магнитного поля в образец.

Ключевые слова: высокотемпературные сверхпроводники, проникновение магнитного поля, упругие деформации

1. Введение

Высокотемпературная сверхпроводимость является одной из наиболее стремительно развивающихся областей науки. Обнаружение иттрий-бариевого купрата с критической температурой сверхпроводящего перехода 93 K позволило решить проблему с хладагентом и перейти от дорогостоящего жидкого гелия, который позволяет работать со сверхпроводящими материалами только при очень низких температурах, к жидкому азоту, снизив тем самым расходы до 10000 раз. Этот фактор приводит к удешевлению, а следовательно, более широкому распространению различных сверхпроводниковых устройств, которые работают при температуре жидкого азота 77 K и выше [1]. По этой причине исследования транспортных характеристик объемных образцов ВТСП при температурах, близких к температуре их сверхпроводящего перехода T_c, и влияния на них таких внешних факторов, как магнитное поле и деформация, являются одними из наиболее актуальных задач физики твердых тел.

Характер релаксации магнитного потока в объеме сверхпроводника зависит от величины активационного барьера $U_a(J)$, высота которого определяется плотностью транспортного тока J, индукцией магнитного поля и тепловыми возмущениями. При низких температурах T пиннинг является одним из основных факторов, влияющих на характер проникновения вихревых нитей в высокотемпературные купраты, которые, как это хорошо известно, относятся к сверхпроводникам второго рода. С приближением к критической температуре T_c растет взаимодействие между вихрями по мере увеличения глубины проникновения магнитного поля λ. Влияние тепловых возмущений, которые срывают вихревые нити с центров пиннинга, традиционно описывается моделью Андерсона для классического крипа магнитного потока (см., напр., [2]). Заметим, что в ВТСП существует также и «гигантский» крип [3–5], и обычно в них доминируют точечные дефекты или так называемый δT_c-точечный пиннинг [6]. В этом случае для исследования отклика высокотемпературного сверхпроводника на слабые возмущения, обусловленные плотностью транспортного тока J, используется ряд других моделей (см. [6]), причем разным фазам сверхпроводника, как правило, соответствуют различные аналитические выражения для $U_a(J)$. Сама зависимость $U_a(J)$ является, вообще говоря, нелинейной функцией плотности транспортного тока и, возможно, амплитуды магнитного поля. К сожалению, экспериментальное подтверждение «линейных» теорий ограничивается лишь некоторыми специальными случаями [7–11].

Простейшей моделью, которая описывает влияние тепловых возмущений на характер движения вихревых нитей, является модель классического крипа вихревых нитей, когда их скорость движения v может быть описана с помощью закона Аррениуса $v \propto \exp\left(-U_a / k_B T\right)$. Скорость движения вихрей увеличивается под действием силы Лоренца $\mathbf{f}_L = c^{-1}\left[\mathbf{J},\mathbf{B}\right]$, где $\mathbf{J}$ – плотность транспортного тока, $\mathbf{B}$ – индукция магнитного поля, усредненная по решетке Абрикосова [12]. При этом высота активационного барьера убывает с ростом J.

Заметим, что вихревые нити, с одной стороны, деформируются под влиянием управляющей силы Лоренца, а с другой – обладают упругостью. Конкуренция между этими двумя факторами (с дополнительным учетом тепловых флуктуаций) приводит к изменению характера проникновения магнитного поля в образец. В частности, она может привести к пластической деформации вихревой решетки с последующим ее плавлением и переходом в фазу вихревой жидкости. В этом случае барьер активации всегда нелинеен.

Общий подход к исследованию зависимости энергии активации от плотности тока J и индукции магнитного поля B рассмотрен в работах [13–15], где зависимость энергии активации вихревых нитей от плотности тока и/или индукции магнитного поля была записана в виде разложения в ряд Тейлора (при этом температура рассматривалась как параметр). В [13] показано, что в этом разложении квадратичное слагаемое отвечает упругим деформациям вихревой решетки, а остальные вклады соответствуют неупругим деформациям. Используя этот подход, в данной работе мы рассмотрим эволюцию автомодельных магнитных структур на упругой решетке Абрикосова. Предложенный нами математический формализм позволяет получить стационарные распределения магнитного поля в высокотемпературных сверхпроводниках второго рода.

2. Упругость вихревой решетки и барьер пиннинга

Предположим, что проникновение вихрей в объем сверхпроводника происходит посредством «прыжков» вихревых нитей между соседними центрами пиннинга. Из-за взаимодействия транспортного тока с вихрями (сила Лоренца) реальный потенциал пиннинга U_{eff} является функцией тока J. При конечных температурах T вихри спонтанно «прыгают» с одного места на другое, преодолевая потенциальный барьер U_{eff}. Характерное время такого «прыжка» определяется стандартным активационным законом

$$t = t_0 \exp\left(\frac{U_{\text{eff}}}{k_B T}\right), \tag{1}$$

где t_0 – эффективное время попытки преодолеть барьер.

В общем случае зависимость U_{eff} от J неизвестна, поскольку зависит от множества факторов – микроструктуры сверхпроводника, отношения плотности транспортного тока к плотности критического тока J_c и пр. Андерсон и Ким предположили, что функция $U_{\text{eff}}(J)$ является линейной [2,16]:

$$U_{\text{eff}} = U_c\left(1 - \frac{J}{J_c}\right), \tag{2}$$

где U_c – высота барьера в отсутствие тока. Заметим, что в этом выражении J_c означает плотность критического тока при данной индукции магнитного поля B, т.е. $J_c = J_c(B)$.

Чтобы найти зависимость $J(t)$, подставим (2) в (1) и получим

$$J = J_c\left(1 - \frac{k_B T}{U_c}\ln\frac{t}{t_0}\right). \tag{3}$$

Итак, если предположение (2) верно, то мы имеем логарифмический закон релаксации тока со временем. Именно такие зависимости и наблюдались в большинстве традиционных сверхпроводников. В то же время для ВТСП-материалов было обнаружено нелогарифмическое поведение, как, например, в монокристаллических образцах соединения $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$ (Bi-2212)

[13]. При этом вихревая динамика в нелогарифмическом режиме нечувствительна к микроструктуре образца, в частности к содержанию и распределению кислородных вакансий.

Для описания транспортных характеристик ВТСП-материалов при температурах, близких к критической, предположение Андерсона–Кима (2) является недостаточным. Следуя работе [13], будем использовать следующие предположения: 1) энергия $U_a(J)$ является нелинейной функцией плотности тока вследствие упругости вихревых нитей; 2) функция $U_a(J)$ задана на интервале $\left[0, J_c\right]$; 3) существует предел $U_a(J \to 0) \to U_c$, где U_c – энергия пиннинга; 4) $U_a(J \to J_c) \to 0$ и, следовательно, барьер активации $U_a(J)$ является ограниченной функцией при всех $J \in [0, J_c]$. Этим требованиям удовлетворяет представление активационного барьера в виде ряда

$$U_a(J) = U_c - \sum_{i=1}^{n} a_i J^i , \tag{4}$$

где $U_c = U_a(0)$, $a_1 = -U_a'(0)$, $a_2 = -\frac{U_a''(0)}{2!}$, …, $a_n = -\frac{U_a^n(0)}{n!}$. Заметим, что в механике энергия упругости описывается квадратичным полиномом, в то время как неупругие возмущения или взаимодействия представляются полиномами более высокого порядка (см. [13]). В дальнейшем мы не будем учитывать неупругие взаимодействия в системе. Предположим, что деформации вихревых нитей δ намного меньше расстояния между двумя соседними центрами пиннинга D, т.е. $\delta \ll D$. Тогда энергия упругости вихревых нитей определяется соотношением [13]:

$$U_e(J) = \frac{L^5 f_L^2}{40EI} = \frac{L^5 \Phi_0^2}{40EI} J^2 , \tag{5}$$

где L – характерная длина сегмента вихревой нити, E – величина модуля упругости, I – величина момента инерции, Φ_0 – квант магнитного потока. Коэффициент a_2 в (4) моделирует вклад упругой энергии деформации вихревых нитей. Энергией неупругой деформации вихревых нитей мы пренебрегаем, т.е. $a_n = 0$ при $n > 2$. В дальнейшем будем обсуждать именно этот случай, который соответствует учету малого слагаемого, пропорционального $(J/J_c)^2$, в разложении эффективной энергии барьера (2) по степеням J/J_c:

$$U_{\text{eff}}(J) = U_c - a_1 \frac{J}{J_c} - a_2 \left(\frac{J}{J_c} \right)^2 . \tag{6}$$

Подчеркнем особо, что параметры a_1 и a_2 не являются независимыми, так как $U_{\text{eff}}(J)$ при $J = J_c$ обращается в нуль, и, значит, $1 - a_1 - a_2 = 0$ или $a_2 = 1 - a_1$.

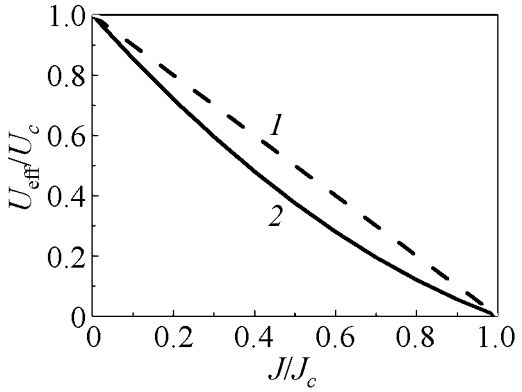

Рис. 1. Эффективный барьер пиннинга: *1* – линейный активационный барьер Андерсона (a_1 = 1, a_2 = 0); *2* – эффективный барьер, учитывающий вклад упругой энергии взаимодействия вихревых нитей ($a_1 > 0$, $a_2 < 0$)

Влияние линейного активационного барьера на процесс движения вихревых нитей, а следовательно, и процесс проникновения магнитного потока в образец были детально исследованы в [6]. В [13] показано, что линейное представление активационного барьера можно использовать при низких температурах. При более высоких температурах (а именно этот случай и интересует нас в данной работе) необходимо учитывать изгиб нитей вихревой решетки, который зависит от модуля упругости. Последний, в свою очередь, зависит от лондоновской глубины проникновения магнитного поля $\lambda(T) = \lambda_0(1 - T/T_c)^{-1/2}$ (λ_0 – глубина проникновения магнитного поля при T = 0), которая является возрастающей функцией T, следовательно, модуль упругости убывает с ростом температуры. При высоких температурах вихревая решетка сильно деформируется, что приводит к необходимости учитывать нелинейную зависимость активационного барьера от плотности тока, представленную на рис. 1, кривая *2*. Так как $a_2 = -U''_{\mathrm{eff}}(0)/2!$, то

$$a_2 = -\frac{L^5\Phi_0^2}{40EI} < 0\,. \tag{8}$$

Известно [13], что $a_1 \sim \Phi_B d^2$, где d – характерная длина элементарной связки вихревых нитей, а Φ_B – полный поток в ней, определяемый коллективным пиннингом вихрей. Итак, всегда выполняются неравенства: $a_1 > 0$ и $a_2 < 0$. С другой стороны, на активационный барьер $U_{\mathrm{eff}}(J)$ накладывается дополнительно требование монотонного убывания

$$\frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{eff}}(J)}{\mathrm{d}J} < 0 \ \text{при всех}\ 0 \le J < J_c. \tag{9}$$

В результате этого активационный барьер имеет вид, представленный на рис. 1, кривая *2*.

Дальнейшие теоретические расчеты будут подобны вычислениям Андерсона–Кима, но с заменой уравнения (2) на соотношение (6). В рамках нашей теории релаксация критического тока со временем будет иметь вид, представленный на рис. 2.

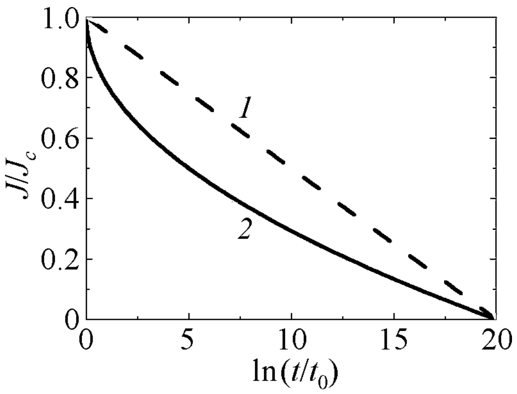

Рис. 2. Эволюция критического тока во времени: *1* – модель Андерсона–Кима; *2* – нелинейная модель, учитывающая энергию упругих взаимодействий вихревых нитей

3. Эволюция магнитного поля при температурах, близких к критической

Получим уравнение, которое описывает распределение индукции магнитного поля в случае сильного взаимодействия вихрей между собой. Как уже отмечалось выше, скорость, с которой вихрь перепрыгивает из одного места пиннинга в другое (т.е. скорость его движения), задается простым соотношением Аррениуса [17]:

$$v = v_0 \exp\left(-\frac{U_{\mathrm{eff}}(J)}{k_B T}\right), \tag{10}$$

где $v_0 = \Omega D$ – микроскопическая скорость движения вихрей, Ω – частота колебаний вихревой нити, D – среднее расстояние между центрами пиннинга, зависимость $U_{\mathrm{eff}}(J)$ задается выражением (6), в котором $J_c = J_c(B)$.

Рассматривая «гигантский» крип потока вихрей при температурах, близких к T_c, когда $U_c / k_B T < 1$ и $U_{\mathrm{eff}} / k_B T << 1$, можем представить скорость движения вихрей в виде

$$v \simeq v_0 \left(1 - \frac{U_{\mathrm{eff}}(J)}{k_B T}\right) = v_0 \left(1 - \frac{U_c}{k_B T} + \frac{a_1}{k_B T} J + \frac{a_2}{k_B T} J^2\right). \tag{11}$$

Будем считать, что сверхпроводник занимает все полупространство $x \geq 0$, и рассмотрим параллельную геометрию $\mathbf{B} \parallel \mathbf{e}_z$, $\mathbf{E}, \mathbf{J} \parallel \mathbf{e}_y$ и $\mathbf{v} \parallel \mathbf{e}_x$, где $\mathbf{e}$ – единичный орт. Предположим также, что температура сверхпроводника совпадает с температурой охладителя, т.е. пренебрежем неизотермичностью процесса, исходя из того факта, что значение коэффициента диффузии обеспечивает быстрое выравнивание градиента температуры. Такое эффективное охлаждение имеет место для композитных сверхпроводников [18,19]. При изотермических условиях температуру можно рассматривать как параметр, и, следовательно, взаимосвязь между магнитной индукцией, электрическим полем $\mathbf{E}$ и транспортным током $\mathbf{J}$ определяется уравнениями Максвелла.

Тогда, в рамках подхода [3], из равенства $E = c^{-1} B v$ и уравнения Максвелла $B_t = -c E_x$ получаем следующее уравнение распределения индукции магнитного поля в образце:

$$b_t + k_0 b_x = k_1 \left(b b_x \right)_x + k_2 \left(b b_x^2 \right)_x , \tag{12}$$

где $k_0 = \frac{v_0 t_h}{\lambda} \left(1 - \frac{U_c}{k_B T} \right)$, $k_1 = \frac{v_0 t_h a_1 \kappa}{\lambda k_B T}$, $k_2 = -\frac{v_0 t_h a_2 \kappa^2}{\lambda k_B T}$. Параметр κ определяется из уравнения $j = -\kappa b_x$, где $\kappa = \frac{c H_{c_1}}{4\pi J_c^0 \lambda}$, $j = J / J_c^0$, $J_c^{\,0}$ – плотность критического тока при нулевой температуре [6].

4. Стационарные распределения магнитного поля с учетом упругого взаимодействия вихревых нитей

В данной работе мы исследуем стационарные распределения магнитного поля в одномерном полупространстве, полагая $b_t = 0$ в уравнении (12):

$$k_1 b b_x + k_2 b b_x^2 - k_0 b + c = 0 , \tag{13}$$

где $c = k_0 b(0) - k_1 b(0) b_x(0) - k_2 b(0) b_x^2(0)$.

Тогда

$$b_x = -\frac{k_1}{2k_2} - \frac{1}{2k_2} \sqrt{k_1^2 + 4k_2 \left(k_0 - c b^{-1} \right)} , \tag{14}$$

где $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $k_0 > 0$, $c \le 0$. Решение уравнения (14) дает следующий интеграл:

$$I = \frac{2k_2}{k_1} \int\limits_{b(0)}^{b(x)} \frac{\mathrm{d}z}{-1 - \sqrt{1 + \frac{4k_2}{k_1^2} (k_0 - c\, z^{-1})}} = x , \tag{15}$$

который имеет вид

$$I(z) = \frac{k_1}{2k_0} z + \frac{k_1 c}{2k_0^2} \ln \left(\frac{4k_0 k_2}{k_1^2} z - \frac{4k_2 c}{k_1^2} \right) - \frac{k_1}{2k_0} \sqrt{\left(1 + \frac{4k_0 k_2}{k_1^2} \right) z^2 - \frac{4k_2 c}{k_1^2} z} -$$

$$- \frac{c}{k_0} \left(\frac{k_1}{2k_0} + \frac{k_2}{k_1} \right) \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4k_0 k_2}{k_1^2}}} \times$$

$$\times \ln \left(\frac{ -\frac{4k_2 c}{k_1^2} + 2\left(1 + \frac{4k_0 k_2}{k_1^2} \right) z + 2\sqrt{\left(1 + \frac{4k_0 k_2}{k_1^2} \right) z^2 - \frac{4k_2 c}{k_1^2} z} \sqrt{1 + \frac{4k_0 k_2}{k_1^2}} }{ 2\sqrt{1 + \frac{4k_0 k_2}{k_1^2}} } \right) +$$

$$+\frac{k_1c^2}{2k_0^3}\sqrt{\frac{k_0^2}{c^2}}\ln\left(\frac{2c\left(1+\frac{2k_0k_2}{k_1^2}\right)z-\frac{4k_2c^2}{k_1^2}+2\sqrt{\frac{c^2}{k_0^2}}\sqrt{\left(1+\frac{2k_0k_2}{k_1^2}\right)z^2-\frac{4k_2c}{k_1^2}z\cdot k_0}}{k_0z-c}\right),$$

где $c \le 0$.

Полученные в результате численных расчетов стационарные распределения магнитного поля в одномерном полупространстве $x \ge 0$ представлены на рис. 3. Соответствующие кривые определяли из условия $I\big(b(x)\big)-I\big(b(0)\big)=x$. Как видно из рис. 3, с ростом параметра $k_2 \propto a_2 \propto E^{-1}$, т.е. с уменьшением упругого модуля вихревой решетки происходит увеличение глубины проникновения магнитного поля в ВТСП-образец.

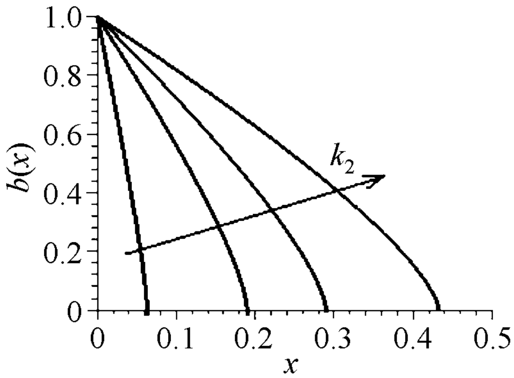

Рис. 3. Распределения магнитного поля внутри сверхпроводящего полупространства в зависимости от величины параметра k_2 = 1, 5, 10 и 20, характеризующего влияние энергии упругости вихревых нитей. Стрелкой показано направление возрастания параметра k_2

5. Заключение

Предложенный в данной работе подход к анализу распределения магнитного поля внутри высокотемпературного сверхпроводника второго рода позволил исследовать влияние деформации вихревой решетки под действием сил Лоренца и упругих взаимодействий вихревой решетки. При этом важную роль играет конкуренция трех факторов: величины транспортного тока, высоты барьера пиннинга и значения модуля упругости вихревой решетки. Нами впервые показано, что уменьшение модуля упругости решетки вихрей приводит к увеличению глубины проникновения магнитного поля в образец.

Исследования Р.М. Таранца были частично поддержаны Седьмой рамочной программой Европейского Союза, грант № PIIF-GA-2009-254521.

1. *В.С. Эдельман*, Вблизи абсолютного нуля, Изд-во физ.-мат. лит., Москва (2001).
2. *P.W. Anderson, Y.B. Kim*, Rev. Mod. Phys. **36**, 39 (1964).
3. *И.Б. Краснюк, Р.М. Таранец*, ЖТФ **77**, 1 (2007).
4. *И.Б. Краснюк*, ЖТФ **77**, 30 (2007).
5. *И.Б. Краснюк, Р.М. Таранец*, ЖТФ **78**, 83 (2008).

6. *G. Blatter, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, V.M. Vinokur*, Rev. Mod. Phys. **66**, 1125 (1994).
7. *Carlos Bolesh, Gustavo C. Buscaglia, A. Lopes*, Phys. Rev. **B52**, R15719 (1995).
8. *Eran Sela, Lan Affleck*, Phys. Rev. **B79**, 024503 (2009).
9. *A.D. Hernandes, A. Lopes*, Phys. Rev. **B77**, 144506 (2008).
10. *B.J. Baelus, A. Kanda, N. Shimizu, K. Tanado, Y. Ootuka, K. Kadowaki, F.M. Peeters*, Phys. Rev. **B73**, 024514 (2006).
11. *B.J. Baelus, K. Kadowaki, F.M. Peeters*, Phys. Rev. **B71**, 024514 (2005).
12. *А.А. Абрикосов*, ЖЭТФ **32**, 1442 (1957).
13. *Rongchao Ma*, J. Appl. Phys. **108**, 053907 (2010).
14. *Rongchao Ma*, J. Appl. Phys. **109**, 013913 (2011).
15. *Rongchao Ma*, J. Appl. Phys. **109**, 103910 (2011).
16. *P.W. Anderson*, Phys. Rev. Lett. **9**, 309 (1962).
17. *M. Tinkham*, Introduction to Superconductivity, McGraw-Hill, New York (1996).
18. *В.Р. Романовский*, ЖТФ **70**, 47 (2000).
19. *В.Р. Романовский*, ЖТФ **73**, 77 (2003).

І.В. Бойло, Р.М. Таранець

ПРУЖНОДЕФОРМОВАНА ВИХРОВА КОМІРКА У ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНИХ НАДПРОВІДНИКАХ ДРУГОГО РОДУ

Розглядається вплив пружних деформацій на характер проникнення магнітного поля у високотемпературні надпровідники другого роду. Припускається, що ефективний активаційний бар`єр кріпу залежить нелінійним чином від густини транспортного струму. Враховано пружні властивості вихрової комірки і вплив модуля пружності на глибину проникнення магнітного поля у зразок.

Ключові слова: високотемпературні надпровідники, проникнення магнітного поля, пружні деформації

I.V. Boylo, R.M. Taranets

ELASTICALLY DEFORMED VORTEX LATTICE IN HIGH-TEMPERATURE TYPE-II SUPERCONDUCTORS

Elastic deformation effect on character of the magnetic-field penetration into high-temperature type-II superconductors is considered. The effective creep activation barrier is assumed to depend nonlinearly upon the transport current density. Elastic properties of a vortex lattice and influence of the elastic module on the depth of the magnetic field penetration into a sample are taken into account.

Keywords: high-temperature superconductors, magnetic field penetration, elastic deformations

Fig. 1. Effective pinning barrier: *1* – Anderson's linear activation barrier ($a_1 = 1$, $a_2 = 0$); *2* – effective barrier taking into account the contribution of the elastic interaction energy of the vortex lines ($a_1 > 0$, $a_2 < 0$)

Fig. 2. Time evolution of the critical current: *1* – Anderson–Kim model; *2* – nonlinear model taking into account the elastic interaction energy of the vortex lines

Fig. 3. Magnetic field distribution in a superconducting half-space depending on the value of the parameter k_2 = 1, 5, 10, and 20, that characterizes the effect of the elastic energy of the vortex lines. The arrow indicates the direction of k_2 parameter increase