КОМП'ЮТЕРНІ ЗАСОБИ, МЕРЕЖІ ТА СИСТЕМИ

M.P. Semesenko, O.O. Tymashov

MEASURING COMPLEX AS THE TIME-SPACE FILTER

The methods and models of an estimation of parameters of signals, their detection, discrimination and sanction on short intervals of supervision (observation) in radiocomplexes of trajectory measurements are set up. Measurements of an environmental factors, radionavigation systems and others are described.

Изложены методы и модели оценки параметров сигналов для их обнаружения, различения и разрешения на коротких интервалах пространственного наблюдения в радиокомплексах измерений траекторных параметров, окржающей среды, радионавигационных системах и др.

УДК 62-50

М.П. СЕМЕСЕНКО, А.А. ТИМАШОВ

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС КАК ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ФИЛЬТР

Функционирование измерительных систем в основном сводится к оценке параметров сигналов, а также к обнаружению, различению и разрешению сигналов на сравнительно небольших интервалах наблюдения. Отличительной особенностью измерительных радиосистем, к которым относятся системы радиолокации, траекторных измерений, измерения параметров окружающей среды и другие, является то, что полезная информация накладывается на электромагнитные волны в процессе их распространения и взаимодействия с окружающей средой. Измерительные радиосистемы отличаются от систем передачи информации тем, что в последних высокочастотные колебания и электромагнитные волны используются только как переносчики информации от передатчика к приемнику, т.е. являются носителем информации излучаемого сигнала $S(t)$. В процессе взаимодействия с окружающей средой формируется принимаемый сигнал $u(t)$, для которого

$$u(t)=S(t,\lambda,\alpha)=V\left\{S(t),\lambda,\alpha\ \right\},$$

где λ – информационный параметр; α – вектор статистических параметров среды; V – оператор формирования принимаемого сигнала.

Излучаемый сигнал $S(t)$, как правило, является узкополосным процессом, имеющим практически ограниченную полосу частот

$$f\in\left[f_{\text{o}}-F,f_{\text{o}}+F\right],$$

где f_{o} – несущая частота; $f_{\text{o}}>2F$.

Сигнал обычно представляется в виде

$$S(t) = A(t)\exp(j2\pi f_o t),$$

где $A(t)$ – комплексная огибающая сигнала. Принимаемый отраженный от цели сигнал

$$u(t) = \varepsilon \exp(j\varphi) A(t-r)\exp(j2\pi(f_o + \Phi)t),$$

в котором информационными параметрами являются время запаздывания r и доплеровский сдвиг частоты Φ, а параметрами окружающей среды являются ε – ослабление сигнала и φ – фазовый сдвиг. К принимаемому сигналу добавляется помеха $n(t)$.

При непосредственной связи полезной информации с пространственными координатами (пеленгование, обзор и разрешение по угловым координатам, воспроизведение пространственного распределения интенсивности излучения, голографические задачи), а также при существующей роли внешних неизотопных или пространственно-коррелированных помех получаемые данные должны рассматриваться как пространственно-временные сигналы и помехи.

Для того, чтобы можно было пользоваться результатами теории статистических решений при обработке пространственно-временных сигналов, необходимо предварительно решить две задачи:

определить модели (пространственно-временные корреляционные функции $R(t_1,t_2;r_1,r_2)$ реальных помех, поступающих на вход системы;

определить обратную корреляционную функцию $W(t_1,t_2;r_1,r_2)$ или опорный сигнал системы обработки $\sigma(t,r,\lambda)$.

В некоторых измерительных системах (радиолокационные системы, системы траекторных изменений, радионавигационные системы) сигнал, поступающий на вход приемной системы, излученный или переизлученный малоразмерным объектом, находящимся в дальней зоне, на сравнительно небольшом интервале наблюдения представляется в виде

$$S(t,r,\lambda) = \mathrm{Re}\left\{\varepsilon e^{j\varphi}\hat{S}\left(t - \frac{R}{C} - \frac{r\theta}{C} - \frac{\dot{R}}{C} - \frac{r\dot{\theta}}{C}t\right)\right\}; \quad t \in (T_1,T_2), r \in L,$$

где $R, \dot{R}$ – дальность и скорость изменения дальности до объекта; $\theta, \dot{\theta}$ – единичный вектор, направленный по линии визирования объекта и скорость изменения этого вектора соответственно.

В теории статистических выводов при использовании байесовского подхода к оцениванию параметров λ критерием качества служит средний риск

$$R = \int\limits_{\lambda}\int\limits_{\tilde{\lambda}} r(\tilde{\lambda}, \lambda)\, p(\tilde{\lambda}, \lambda) d\tilde{\lambda} d\lambda,$$

где $p(\tilde{\lambda}, \lambda)$ – совместная плотность вероятности параметра λ и его оценки $\tilde{\lambda}$; $r(\tilde{\lambda}, \lambda)$ – функция потерь.

В задачах радиосвязи наиболее распространены две функции потерь:

$$r(\tilde{\lambda}^{(i)}, \lambda^{(j)}) = 1 - \delta_{ij}\,.$$

При этом средний риск получается равным средней вероятности ошибочных решений:

$$r(\tilde{\lambda}, \lambda) = (\tilde{\lambda} - \lambda)^2\,.$$

Средний риск определяется среднеквадратичной ошибкой

$$R = \int\limits_{\lambda}\int\limits_{\tilde{\lambda}} (\tilde{\lambda} - \lambda)^2 p(\tilde{\lambda}, \lambda) d\tilde{\lambda} d\lambda = \int\limits_{u} p(u) du \int\limits_{\lambda} (\tilde{\lambda} - \lambda)^2 p(\lambda / u) d\lambda\,,$$

где u – пространство сигналов.

Простая функция потерь используется в задачах обнаружения сигнала и по ней определяется пороговое значение отношения сигнал-помеха. Квадратичная функция потерь используется в задачах оценки параметров принимаемого сигнала. Оптимальная оценка

$$\tilde{\lambda}_{\bullet\square} = \int\limits_{\lambda} \lambda p(\lambda / u) d\lambda = \lambda_{-p}\,,$$

т. е. математическое ожидание λ_{-p} апостериорного распределения $p(\lambda / u)$.

В статистической теории радиолокации, радионавигации и траекторных радиоизмерений используется функция неопределенности по времени и частоте $\Psi(r, \Phi)$. Узкополосный сигнал небольшой длительности, отраженный от малоразмерной цели или излученный малоразмерным источником, представляется обычно в виде

$$\hat{S}(t, r, \Phi, \varphi, \varepsilon) = \varepsilon \hat{A}(t - r) \exp(j(2\pi(f_o + \Phi) + \varphi)).$$

Время запаздывания r и доплеровский сдвиг частоты Φ являются информационными, а начальная фаза φ и параметр интенсивности ε полагаются несущественными параметрами. Функция неопределенности

$$\Psi(r,\Phi)=C\left|\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\hat{S}(t,r_1,\Phi_1,\varphi_1,\varepsilon_1)\hat{S}^*(t,r_2,\Phi_2,\varphi_2,\varepsilon_2)\,dt\right|=$$

$$=C\left|\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\hat{A}(t)\hat{A}^*(t-r)\exp(j2\pi\Phi t)dt\right|=C\left|\int\limits_{-\infty}^{+\infty}G(f)G^*(f+\Phi)\exp(j2\pi fr)df\right|,$$

где $r=r_2-r_1$; $\Phi=\Phi_2$; $G(f)$ – спектр комплексной огибающей сигнала $\hat{A}(t)$.

Если $\Psi(r,\Phi)$ не имеет существенных боковых лепестков, то ширина области высокой корреляции (разрешающая способность) по r и Φ может быть определена как

$$r_{\text{ђ"р}}=\int\limits_{-\infty}^{\infty}|\Psi(r,0)|^2\,dr=\int\limits_{-\infty}^{\infty}|G(f)|^4\Big/\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty}|G(f)|^2\,df\right]^2;$$

$$\Phi_{\text{ђ"р}}=\int\limits_{-\infty}^{\infty}|\Psi(0,\Phi)|^2\,d\Phi=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\hat{A}(t)^4\right|dt\Big/\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\hat{A}(t)\right|^2\,dt\right]^2.$$

Функция правдоподобия $p(u/\lambda)$ для неизвестных параметров представляется в виде

$$p(u/\lambda)=C_u\exp\left[-M(\lambda)+g(\lambda)\right],$$

где $M(\lambda)$ – энергетическое соотношение сигнал / помеха.

$$M(\lambda)=\frac{g(\lambda)}{N_o}=\left[\frac{1}{2}\int\int\limits_{T_1}^{T_2}S(t_1,\lambda)W(t_1,t_2)S(t_2,\lambda)dt_1dt_2\right],\quad g(\lambda)=\int\limits_{T_1}^{T_2}S^2(t,\lambda)dt;$$

$g(\lambda)$ – корреляционный интеграл

$$g(\lambda)=\frac{2}{N_o}\int\limits_{T_1}^{T_2}u(t)S(t,\lambda)dt=\left[\int\int\limits_{T_1}^{T_2}u(t_1)W(t_1,t_2)S(t_2,\lambda)dt_1dt_2\right].$$

Корреляционный интеграл $g(\lambda)$ играет определяющую роль при синтезе оптимальных систем обработки.

В задачах простого различения сигнала и оценивания несущественные параметры отсутствуют (известны), а оценивается только информационный параметр λ (в общем случае векторный). Тогда корреляционный интеграл $g(\lambda)$ является достаточной статистикой. Если информационный параметр неэнергетический, $M(\lambda) = M = \mathrm{const}$ (при фазоизмерительных системах), то $g(\lambda)$ может быть принят в качестве оптимального выходного эффекта системы обработки.

При наличии несущественных параметров λ с использованием $p(u,\alpha/\lambda) = p(u/\lambda)\,p(\lambda)$ получаем общую формулу функции правдоподобия

$$p(u/\lambda) = \int p(u/\lambda,\alpha)\, p(\alpha)d\alpha .$$

Рассмотрим сигнал на приеме в виде $u(t) = S(t,\lambda_c) + n(t)$ с истинным значением параметра $\lambda = \lambda_c$. Корреляционный интеграл $g(\lambda)$ в этом случае представим как

$$g(\lambda) = g_s(\lambda,\lambda_c) + g_n(\lambda),$$

в котором

$$g_s(\lambda,\lambda_c) = \frac{2}{N_o}\int_{T_1}^{T_2} S(t,\lambda_c)S(t,\lambda)dt = \left[\int_{T_1}\int^{T_2} S(t_1,\lambda_c)W(t_1,t_2)S(t_2,\lambda)dt_1dt_2\right],$$

полезная или сигнальная составляющая выходного эффекта

$$g_n(\lambda) = \frac{2}{N_o}\int_{T_1}^{T_2} n(t)S(t,\lambda)dt = \left[\int_{T_1}\int^{T_2} n(t_1)W(t_1,t_2)S(t_2,\lambda)dt_1dt_2\right],$$

а шумовая составляющая с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией, совпадающей по форме с сигнальной функцией g_s.

Отношение мощности сигнальной составляющей в точке $\lambda = \lambda_c$ к дисперсии шумовой составляющей равно

$$\frac{g^2{}_s(\lambda_c,\lambda_c)}{Mg_n{}^2(\lambda_c)} = g_s(\lambda_c,\lambda_c).$$

Для формирования оптимальных оценок используется апостериорное распределение, которое при слабой зависимости от априорного распределения совпадает с функцией правдоподобия в пространстве принимаемых сигналов u.

При рассмотрении модели $u(t) = S(t,\lambda) + n(t)$, где $n(t)$ – некоррелированная гауссова последовательность, для условной плотности распределения $p(u/\lambda)$ получаем выражение

$$p(u/\lambda) = C\exp\left\{-\frac{1}{N_o}\int_{T_1}^{T_2}\left[u(t) - S(t,\lambda)\right]^2 dt\right\},$$

из которого вытекает процедура метода наименьших квадратов для оценки параметров λ. При более сложной модели, когда $n(t)$ имеет произвольную корреляционную функцию $R(t_1,t_2)$, задача усложняется. Условная плотность вероятности

$$p(u/\lambda) = C\exp\left\{-\frac{1}{2}\int_{T_1}\int^{T_2}\left[u(t_1) - S(t_1,\lambda)W(t_1,t_2)\right]\times\left[u(t_2) - S(t_2,\lambda)\right]dt_1 dt_2\right\},$$

где $W(t_1,t_2)$ – обратная корреляционная функция, определяемая решением уравнения

$$\int_{T_1}^{T_2} W(t_1,t_2)R(t_2,t_3)dt_2 = \delta(t_1 - t_2).$$

В случае стационарного процесса $n(t)$ с дискретным представлением сигнала задача нахождения обратной корреляционной функции сводится к обращению симметричной корреляционной матрицы (положительно определенной). В случае применения БПФ к оценке параметров сигнала, в частности, вопрос о некоррелированных оценках спектра при наличии коррелированных помех рассматривается как задача фильтрации.

Оценка параметров сигнала является основной задачей измерительной системы. При этом оцениваемые параметры рассматриваются как случайные величины с апостериорными распределениями, которые полностью определяются решением уравнения Смолуховского в частных производных. При использовании метода максимального правдоподобия в общем случае имеем

$$\frac{\partial \ln L'}{\partial \theta} J^{-1}\cdot\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} \sim \chi_k^{\ 2},$$

где L – функция максимального правдоподобия; θ – вектор параметров;
J – информационная матрица Фишера, вычисляемая по формуле

$$J_{ij} = M\left[\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_i}\cdot\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_j}\right], \quad i,j = \overline{1,k},$$

k – количество параметров (размерность вектора θ);
$\chi_k^{\ 2}$ – хи-квадрат распределения с k степенями свободы.

Фиксируя вероятность (уровень значимости α), можно построить границы области (например, двумерные сечения доверительных областей), тем самым получая представление о законе распределения оцениваемых параметров. В некоторых случаях, например, при оценке временного положения r и частотного сдвига сигнала со случайной начальной фазой, получаем диагональные информационные матрицы, т. е. оценки параметров как случайные величины независимы. Это верно для всех сигналов, использующих частотную модуляцию.

При блуждающей фазе радиосигнала обязательным элементом квазиоптимальной схемы радиоприемника является система фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), относящаяся к фазово-когерентным системам связи, в которых фазы принимаемого сигнала и управляющего генератора смещены относительно друг друга на угол $\pi/2$, а частоты синхронизированы. Система ФАПЧ, как правило, состоит из трех основных элементов: перемножителя, инвариантного во времени фильтра и управляемого генератора. Если мощность принимаемого сигнала A^2, то его амплитуда равна $\sqrt{2}A$ и принятый сигнал можно представить в виде $\sqrt{2}A\sin\theta(t)$. Сигнал управляемого генератора $\sqrt{2}K_1\cos\theta'(t)$, где K_1 – среднее квадратичное значение напряжения. Если ω_o – собственная частота управляемого генератора, то после подключения управляющего сигнала $e(t)$ она равна $\omega_o + K_2e(t)$, где K_2 – коэффициент пропорциональности.

Введем обозначения: определим фазовую ошибку как

$$\varphi(t) = \theta(t) - \theta'(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t),$$
$$\theta_1(t) = \theta(t) - \omega_o t,\ \theta_2(t) = \theta'(t) - \omega_o t$$

усиления петли регулирования, так как $K = K_1 \cdot K_2$.

При известной фазе на входе $\theta(t)$ искомой оценкой является решение интегро-дифференциального уравнения

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{d\theta_1(t)}{dt} - AK\int_0^t f(t-u)\sin\varphi(u)du .$$

1. *Бююль Ахим, Цефель Петер.* Искусство обработки информации. Анализ статистических данных и восстановление скрытых закономерностей: Пер. с нем. – СПб., 2001. – 240 с.
2. *Тихонов В.И.* Оптимальный прием сигналов. – М.: Сов.радио, 1983. – 438 с.
3. *Сосулин Ю.Г.* Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. – М.: Сов.радио, 1988. – 160 с.

Получено 28.04.2005