УДК 621.311:519.863:004.415.2.031

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ПРОЦЕССЕ ОПЕРАТИВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПО НАПРЯЖЕНИЮ И РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ

П.А. Черненко[1], докт. техн. наук, **В.Л. Прихно**[2], канд. техн. наук, **В.В. Трубицын**[3], аспирант
1–3 – Ин-т электродинамики НАН Украины
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина

Приводится описание метода решения задачи оперативной оптимизации режима энергосистемы по напряжению и реактивной мощности, позволяющего определить количество и состав минимально необходимых управляющих воздействий, а также оценивать степень их влияния на искомую целевую функцию. Библ. 9, рисунок, табл. 2.
Ключевые слова: метод оптимизации второго порядка, реактивная мощность, минимизация управляющих воздействий.

Введение. Цель решения задачи оптимизации режимов электроэнергетических систем (ЭЭС) по напряжению и реактивной мощности состоит в минимизации потерь активной мощности в электрической сети за счет изменения загрузки источников реактивной мощности, изменения коэффициентов трансформации трансформаторов с регулированием под нагрузкой, а также за счет включения или отключения реакторов [1, 3, 4, 5, 8]. На основе описанных методов созданы программы промышленного назначения. К ним, например, относятся известные программы РАСТР и СДО. Однако эти и другие программы в основном предназначены для выполнения расчетов на этапе планирования режимов и не ориентированы на использование в практике оперативного управления, так как в них осуществляется поиск глобального минимума целевой функции. При этом в процессе решения задачи рассчитываются дозировки для всех располагаемых управляющих воздействий и технолог получает рекомендации о необходимости изменения десятков, а иногда и сотен параметров. Очевидно, при оперативном использовании программы выполнить эти рекомендации в полном объеме практически невозможно. Частичная реализация только некоторых рекомендаций в ряде случаев может не только не принести пользы, но и обернуться увеличением потерь.

Проведенные многочисленные вычислительные эксперименты на математических моделях реальных ЭЭС показали, что значительная часть экономического эффекта может быть достигнута за счет использования весьма ограниченного числа управляющих воздействий. Однако оценить потенциальную эффективность того или иного варианта по результатам решения задачи в традиционной постановке практически невозможно. Поэтому потребовалась разработка специальной методики, ориентированной на поиск решений, обеспечивающих получение существенного экономического эффекта за счет ограниченного числа наиболее эффективных управляющих воздействий. Для обоснованного принятия решений технологом или диспетчером программа должна предоставлять следующую информацию: 1) о величине экономического эффекта, который гипотетически может быть достигнут при привлечении к управлению всех располагаемых воздействий; 2) о наиболее эффективных вариантах оптимизации с привлечением от одного до десяти реально реализуемых воздействий; 3) об абсолютной и относительной эффективности каждого из предложенных вариантов оптимизации режима; 4) о дозировках управляющих воздействий для каждого из предложенных вариантов.

Как правило, решение задачи оптимизации сопряжено с учетом большого числа ограничений, поэтому получить оценочные суждения, например, на основе коэффициентов влияния управляющих воздействий на величину потерь, невозможно (поскольку в начальной стадии расчета неизвестен окончательный состав ограничений).

В связи с необходимостью расчета множества вариантов для поиска наиболее эффективных управлений сделан вывод о том, что в основе методики оперативных расчетов должен использоваться оптимизационный метод второго порядка, предполагающий использование квадратичной целевой функции при линейных ограничениях. Этот вывод обусловлен следующими соображениями:

- решение задачи квадратичного программирования информативно – рассчитанные воздействия позволяют получить минимум 90 % от эффекта, который возможен на основе расчета с использованием нелинейной целевой функции и нелинейных ограничений;
- расчет каждого нового варианта может быть осуществлен путем коррекции уже существующего решения без существенных затрат времени.

Для оперативной оптимизации режимов необходимо иметь информацию о его параметрах. Математическая модель текущего или ретроспективного установившегося электрического режима формируется в результате решения задачи оценивания состояния. В связи с этим принято решение о целесообразности разработки единого программного модуля, обеспечивающего решение сразу двух задач. При его использовании оптимизация выполняется сразу же вслед за оцениванием без затрат, связанных с обменом данными между независимыми программами.

Постановка задачи. Целевая функция задачи представляет собой сумму потерь активной мощности в элементах схемы замещения. Поскольку потери локализуются в активных сопротивлениях ветвей и активных проводимостях шунтов схемы замещения, их общая величина характеризуется следующей функцией:

$$F(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{n} I_i^2(\mathbf{X}) \cdot R_i + \sum_{j=1}^{k} U_j^2(\mathbf{X}) \cdot Y_j \;, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{X}$ – вектор независимых переменных состояния в узлах схемы замещения в виде модулей напряжений (U_j), фаз (φ_j), продольных (K') и поперечных (K'') коэффициентов трансформации трансформаторов с регулированием под нагрузкой, значений мощности источников реактивной мощности ($Q_{ген}$); k, n – общее число узлов, число ветвей соответственно в схеме замещения; $I_i(\mathbf{X})$, R_i – величины тока и активного сопротивления соответственно в i-й ветви; $U_j(\mathbf{X})$, Y_j – величины напряжения и активной проводимости соответственно в j-м узле.

Систему ограничений задачи составляют уравнения балансов активных и реактивных мощностей в узлах схемы замещения:

$$\begin{cases} P_{\text{УЗЛ}}(\mathbf{X}) = P_{\text{ЗАД}}; \\ Q_{\text{УЗЛ}}(\mathbf{X}) = Q_{\text{ЗАД}}. \end{cases} \tag{2}$$

Ограничения, соответствующие уравнениям балансов активных мощностей, имеют вид равенств. Также вид равенств имеют ограничения, соответствующие уравнениям балансов реактивных мощностей в тех узлах схемы, в которых нет регулируемых источников реактивной мощности. В узлах, где есть источники реактивной мощности, ограничения имеют вид двусторонних неравенств. Однако с точки зрения используемых алгоритмов целесообразно неравенства превратить в равенства, добавив к каждому из них балансную переменную. При этом диапазоны изменения балансных переменных будут соответствовать диапазонам регулирования соответствующих источников. В одном из узлов схемы (балансирующем) фиксируется фаза напряжения и уравнение активной мощности отсутствует. Таким образом, общее число ограничений типа равенств в системе ограничений (2) равно $2 \cdot k - 1$. Ограничения на диапазон изменения независимых переменных в общем случае имеют вид двусторонних неравенств:

$$X_{\min} \le X \le X_{\max}. \tag{3}$$

Общий подход к реализации процесса минимизации целевой функции. Целевая функция (1) является нелинейной. Аналогичный характер имеют ограничения типа равенств. Оптимизация такой функции может осуществляться различными методами, например, достаточно распространенным является использование метода приведенного градиента [4]. Во введении обосновывалась необходимость использования в качестве основы алгоритма метода второго порядка – оценочные суждения об эффективности того или иного варианта оптимизации (с привлечением различных управляющих воздействий) могут быть получены лишь с использованием квадратичной аппроксимации целевой функции. С учетом изложенного в разработанном алгоритме минимизация целевой функции осуществляется в виде итерационного процесса, на каждом шаге которого решается задача квадратичного программирования. Такой подход предполагает в начале очередной итерации замену исходной целевой функции квадратичной и нелинейных ограничений – линеаризованными.

Квадратичная целевая функция, заменяющая исходную (1), является, по сути, первыми двумя членами разложения в ряд Тейлора и имеет следующий вид:

$$\Phi(\mathbf{X}) = \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{X} + \frac{1}{2}\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{X}; \tag{4}$$

$$\mathbf{C} = \left[\frac{\partial F(\mathbf{X})}{\partial x_i}\right]^{(k)}; \quad \mathbf{G} = \left[\frac{\partial^2 F(\mathbf{X})}{\partial x_i \partial x_j}\right]^{(k)},$$

где $\mathbf{C}$ – вектор-градиент целевой функции; $\mathbf{G}$ – матрица Гессе, рассчитанная на k-й итерации.

После линеаризации система ограничений принимает следующий вид:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}, \tag{5}$$

где $\mathbf{A}$ – прямоугольная матрица размерности $l \times m$ ($l = 2 \cdot k - 1$, m – число независимых переменных); $\mathbf{B}$ – вектор невязок узловых мощностей.

Структура матрицы A на начальном этапе оптимизации имеет следующий вид:

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{c:c:c:c:c} \dfrac{\partial P_{узл}}{\partial U} & \dfrac{\partial P_{узл}}{\partial \phi} & \dfrac{\partial P_{узл}}{\partial K'} & \dfrac{\partial P_{узл}}{\partial K''} & 0 \\ \hdashline \dfrac{\partial Q_{узл}}{\partial U} & \dfrac{\partial Qууз}{\partial \phi} & \dfrac{\partial Q_{узл}}{\partial K'} & \dfrac{\partial Q_{узл}}{\partial K''} & \dfrac{\partial Q_{узл}}{\partial Q_{ген}} \end{array}\right].$$

Первый подход к решению задачи квадратичного программирования. Решение задачи квадратичного программирования с ограничениями типа равенств может быть сведено к решению задачи безусловной оптимизации со спроектированной матрицей Гессе и спроектированным градиентом [2]. Такое преобразование выполняется с помощью специальной проектирующей матрицы $\mathbf{Z}$ и в [2] приводится несколько способов ее формирования. Однако для задач большой размерности, к которым относится и задача оптимизации режимов, для построения матрицы $\mathbf{Z}$ в наибольшей степени подходит метод исключения переменных. При этом прямоугольная матрица $\mathbf{A}$ может быть разбита на две подматрицы, именуемые базисной и небазисной, и соответственно вектор $\mathbf{X}$ – на два подвектора:

$$\left[\mathbf{A}_{\text{Б}} \;\vdots\; \mathbf{A}_{\text{Н}}\right] \times \left[\begin{array}{c} \mathbf{X}_{\text{Б}} \\ \hdashline \mathbf{X}_{\text{Н}} \end{array}\right] = \mathbf{B}, \tag{6}$$

где $\mathbf{A}_{\text{Б}}$ – базисная матрица размерности $l \times l$; $\mathbf{A}_{\text{Н}}$ – небазисная матрица размерности $l \times (m - l)$; $\mathbf{X}_{\text{Б}}$ – l – мерный вектор базисных переменных; $\mathbf{X}_{\text{Н}}$ – вектор небазисных переменных размерности $(m - l)$.

Если базисная матрица является неособенной, базисные переменные могут быть выражены через небазисные:

$$\mathbf{X}_{\text{Б}} = \mathbf{A}_{\text{Б}}^{-1} \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{A}_{\text{Н}} \cdot \mathbf{X}_{\text{Н}}). \tag{7}$$

Подстановка выражения (7) в (4) эквивалентна преобразованию исходной системы к следующему виду:

$$\Phi'(\mathbf{X}_{\text{н}}) = \mathbf{C}^{\text{T}} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{X}_{\text{н}} + \frac{1}{2}\mathbf{X}_{\text{н}}^{\text{T}} \cdot \mathbf{Z}^{\text{T}} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{X}_{\text{н}}, \tag{8}$$

где $\mathbf{Z}$ – проектирующая матрица размерности $l \times l$:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_{\text{Б}}^{-1} \cdot \mathbf{A}_{\text{Н}} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Матрица $\mathbf{A}_{\text{Б}}^{-1}$ в явном виде не формируется. С точки зрения экономии памяти более эффективно разложение исходной матрицы на треугольные сомножители, хранимые в виде связанных списков ненулевых элементов $\mathbf{A}_{Б} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{R}$, где $\mathbf{U}$ – нижняя, а $\mathbf{R}$ – верхняя треугольные матрицы. Для обеспечения вычислительной устойчивости разложение ведется с частичным выбором ведущего элемента. При этом в каждом столбце определяется максимальный по модулю поддиагональный элемент и строки матрицы меняются таким образом, чтобы выбранный элемент стал диагональным.

В результате преобразования (8) исходная задача с линейными ограничениями сводится к решению задачи безусловной оптимизации целевой функции:

$$\Phi'(\mathbf{X}_{\text{н}}) = \mathbf{C}'^{\text{T}} \cdot \mathbf{X}_{\text{н}} + \frac{1}{2} \mathbf{X}_{\text{н}}^{\text{T}} \cdot \mathbf{G}' \cdot \mathbf{X}_{\text{н}}, \tag{10}$$

где $\mathbf{C}' = \mathbf{Z}^T \cdot \mathbf{C}$ – спроектированный вектор-градиент; $\mathbf{G}' = \mathbf{Z}^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{Z}$ – спроектированная матрица Гессе.

Очевидно, если матрица $\mathbf{G}'$ является положительно определенной, экстремум функции (10) достигается при следующем условии:

$$\mathbf{G}' \cdot \mathbf{X}_{\text{н}} = -\mathbf{C}'. \tag{11}$$

Для решения системы линейных уравнений (11) с симметричной матрицей коэффициентов применяется модифицированное разложение Холесского:

$$\mathbf{G}' = \mathbf{L} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{L}^T, \tag{12}$$

где $\mathbf{L}$ – нижняя треугольная матрица; $\mathbf{D}$ – диагональная матрица.

Суть модификации заключается в том, что в процессе разложения контролируется положительная определенность матрицы $\mathbf{G}'$ и выполняется ее коррекция, если условие положительной определенности не соблюдается. В результате формируется разложение некоторой положительно определенной матрицы, отличающейся от $\mathbf{G}'$ элементами главной диагонали.

Разложение (12) позволяет определить компоненты вектора $\mathbf{X}_{\text{Н}}$ в результате решения систем линейных уравнений сначала с нижней треугольной матрицей, затем с диагональной и в завершение с верхней треугольной матрицей. После вычисления вектора $\mathbf{X}_{\text{Н}}$, компоненты вектора $\mathbf{X}_{\text{Б}}$ определяются в соответствии с выражением (7).

Необходимо отметить, что, в отличие от исходной, спроектированная матрица Гессе не является слабозаполненной и ее целесообразно хранить в памяти полностью. Этот недостаток компенсируется тем, что размерность спроектированной матрицы значительно меньше, чем в исходной – число строк и столбцов первой соответствует числу параметров регулирования.

В момент начала вычислений на основе описанного алгоритма необходимо быть уверенным в том, что исходное решение находится внутри допустимой области, то есть не нарушены ограничения на диапазон изменения независимых переменных (3). Поскольку в исходной точке данное условие может не соблюдаться, применяется специальная процедура ввода режима в допустимую область. Следует отметить, что некоторые из компонентов вектора $\mathbf{X}$, рассчитанные в соответствии с (11), могут приводить к нарушению допустимых пределов изменения независимых параметров, поэтому в большинстве случаев приходится ограничивать движение вдоль вектора $\mathbf{X}$ до первого нарушенного ограничения.

Если одной из переменных достигнута верхняя или нижняя граница, она должна быть зафиксирована на ограничении и выведена из оптимизации (число параметров оптимизации в связи с этим уменьшается на единицу). При этом возможны следующие ситуации:

1. На ограничение вышла небазисная переменная. Расширение списка активных ограничений не приводит к пересчету спроектированной матрицы Гессе, а лишь к вычеркиванию соответствующих столбца и строки, затем к повторному разложению (12) и вычислению компонент вектора $\mathbf{X}$.
2. На ограничение вышла базисная переменная. В этом случае требуется смена базиса. Соответствующая переменная выводится из базиса, а ее место занимает некоторая небазисная переменная, находящаяся внутри допустимого диапазона. Процедура смены

базиса заключается в следующем: меняются местами две строки и два столбца исходной матрицы Гессе, а также два столбца матрицы ограничений; выполняется коррекция разложения базисной матрицы; осуществляется пересчет спроектированной матрицы Гессе и спроектированного градиента; выполняется разложение Холесского и вычисляются новые компоненты вектора $\mathbf{X}$.

С точки зрения объема вычислений второй случай расширения состава активных ограничений является более тяжелым.

Такая коррекция обратной базисной матрицы заключается в расчете дополнительной матрицы – мультипликатора к уже существующему разложению. В результате после k+1 шагов коррекции обратная базисная матрица будет рассчитана следующим образом:

$$\left[\mathbf{A}_{Б}^{(k+1)}\right]^{-1} = \mathbf{M}^{(k)} \cdot \mathbf{M}^{(k-1)} \cdot \ldots \cdot \mathbf{M}^{(1)} \cdot \left[\mathbf{A}_{Б}^{(0)}\right]^{-1}, \qquad (13)$$

где $\mathbf{A}_{Б}^{(0)}$, $\mathbf{A}_{Б}^{(k+1)}$ – соответственно исходная базисная матрица и матрица после $k+1$ шага смены базиса; $\mathbf{M}^{(k)} \ldots \mathbf{M}^{(1)}$ – матрицы-мультипликаторы, учитывающие смену столбцов в базисной матрице. Каждая матрица-мультипликатор имеет простую структуру и отличается от единичной лишь одним столбцом.

После того как найдена точка оптимума с учетом ограничений на диапазон изменения независимых параметров, проверяется возможность сокращения числа переменных, находящихся в списке активных. Судить о целесообразности снятия ограничений можно по спроектированному градиенту. Поскольку величина целевой функции может быть уменьшена при движении в сторону антиградиента, выводить из активного набора ограничений можно лишь те переменные, для которых соответствующая компонента антиградиента указывает направление внутрь допустимой области.

Реализованная стратегия снятия ограничений предполагает последовательный вывод из набора переменных в очередности, определяемой величинами компонент градиента. Как и в случае выхода на ограничение небазисной переменной, при снятии ограничения не требуется коррекция разложения базисной матрицы, а необходимо лишь восстановить столбец и строку спроектированной матрицы Гессе, которые были вычеркнуты при наложении соответствующего ограничения.

Основной недостаток описанного алгоритма связан со значительными затратами времени на выполнение расчета, если число учитываемых ограничений оказывается большим. Как показывает опыт, основные затраты времени приходятся на расчет спроектированной матрицы Гессе после коррекции обратной базисной матрицы. Далее, приведем описание второго подхода, более эффективного с точки зрения быстродействия.

Второй подход к решению задачи квадратичного программирования. Для сокращения затрат времени на проведение расчетов необходимо, прежде всего, отказаться от пересчета спроектированной матрицы Гессе, связанного с учетом ограничений. Эффективное решение получено при использовании штрафных функций, вводимых в случаях нарушений допустимых диапазонов изменения каждой из переменных. Преимущество данного подхода в значительной степени объясняется тем, что ограничения типа неравенств связаны лишь с независимыми переменными, и добавка штрафного слагаемого затрагивает только один диагональный элемент исходной матрицы Гессе и одну компоненту вектора-градиента.

Введение штрафных слагаемых преобразует квадратичную аппроксимацию целевой функции (4) к следующему виду:

$$\Phi(\mathbf{X}) = \mathbf{C}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{X} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{X}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{X} + \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{X}_{\min/\max})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{R} \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{X}_{\min/\max}), \qquad (14)$$

где $\mathbf{X}_{\min/\max}$ – вектор значений нарушенных ограничений (либо минимальных, либо максимальных); $\mathbf{R}$ – диагональная матрица весовых коэффициентов штрафных слагаемых ($r_{ii} = 0$, если x_i находится внутри допустимого диапазона).

Очевидно, функция (14) легко может быть представлена в виде

$$\overline{\Phi}(\mathbf{X}) = \overline{\mathbf{C}}^T \cdot \mathbf{X} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{X}^T \cdot \overline{\mathbf{G}} \cdot \mathbf{X}, \qquad (15)$$

при $\overline{\mathbf{C}} = \mathbf{C} + \mathbf{R} \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{X}_{\min/\max})$; $\overline{\mathbf{G}} = \mathbf{G} + \mathbf{R}$.

Увеличение i-го диагонального элемента на величину r_{ii} при учете очередного ограничения приводит к следующему пересчету спроектированной матрицы Гессе $\overline{\mathbf{G}}'$:

$$\overline{\mathbf{G}}_i' = \mathbf{G}' + \mathbf{v}_i^T \cdot \mathbf{v}_i, \qquad (16)$$

где $\mathbf{v}_i$ – вектор-строка, полученная из i-й строки проектирующей матрицы $\mathbf{Z}$; $\mathbf{v}_i = \sqrt{r_{ii}} \cdot z_i$.

Специальный вид добавки (16) в спроектированную матрицу Гессе позволяет организовать пересчет сомножителей разложения Холесского: $\overline{\mathbf{G}}_i' = \mathbf{L} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{L}^T + \mathbf{v}_i^T \cdot \mathbf{v}_i = \mathbf{L} \cdot (\mathbf{D} + p^T \cdot p) \cdot \mathbf{L}^T$, где p^T – решение треугольной системы $\mathbf{L} \cdot p^T = v^T$.

Матрицу $\mathbf{D} + p^T \cdot p$ в свою очередь можно представить в виде сомножителей разложения Холесского:

$$\overline{\mathbf{G}}_i' = \mathbf{L} \cdot \hat{\mathbf{L}} \cdot \hat{\mathbf{D}} \cdot \hat{\mathbf{L}}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{L}^{\mathrm{T}} = \overline{\mathbf{L}} \cdot \overline{\mathbf{D}} \cdot \overline{\mathbf{L}}^{\mathrm{T}}. \qquad (17)$$

Алгоритм вычисления $\overline{\mathbf{L}}$ и $\overline{\mathbf{D}}$ выглядит следующим образом [6]:

- устанавливается: $t^{(0)} = 1$ и $\mathbf{v}^{(1)} = \mathbf{v}$;
- для $j = 1, 2, \ldots n$ (n – число строк и столбцов матрицы $\mathbf{G}'$) рассчитывается в виде

$$p_j = v_j^{(j)}; \quad t_j = t_{j-1} + p_j^2 / d_j; \quad \bar{d}_j = d_j \cdot t_j / t_{j-1}; \quad \beta_j = p_j / (d_j \cdot t_j);$$

$$v_r^{j+1} = v_r^{(j)} - p_j \cdot l_{rj}; \quad \bar{l}_{rj} = l_{rj} + \beta_j \cdot v_r^{(j+1)} \qquad (r = j+1, \ldots, n).$$

При снятии ограничений используется тот же подход, что и при наложении – вносимая добавка в спроектированную матрицу Гессе компенсирует влияние соответствующего штрафного слагаемого, и коррекция разложения Холесского выполняется аналогично тому, как это происходит при наложении. Общая стратегия учета и снятия ограничений во втором подходе полностью соответствует изложенному при описании первого подхода.

Важно отметить, что в процессе расчета штрафы накладываются лишь на независимые переменные, что приводит к внесению добавок в главную диагональ спроектированной матрицы Гессе. Усиление главной диагонали лишь улучшает обусловленность матрицы. Это единственный случай (ограничения накладываются лишь на независимые переменные, а не на функции от них), когда использование штрафных функций благоприятно сказывается на свойствах матриц и, как следствие, на устойчивость вычислительного процесса.

Ввод режима в допустимую область. При использовании первого подхода к решению задачи квадратичного программирования необходимо, чтобы каждая точка приближения к решению удовлетворяла следующим требованиям:

1. Все базисные переменные должны находиться внутри допустимых диапазонов их изменения;
2. Каждая из небазисных переменных должна находиться либо внутри допустимого диапазона, либо на одной из его границ.

При использовании второго подхода соблюдение данных условий не является абсолютно необходимым, однако их учет положительно сказывается на работе алгоритма.

Если на начальном этапе расчета перечисленные требования не выполняются, запускается стартовый алгоритм, основанный на использовании подхода, традиционного для линейного программирования (обычно он называется первой фазой симплекс-метода) [6, 9]. При этом минимизируется вспомогательная линейная целевая функция $F(\mathbf{X})$, представляющая собой сумму модулей отклонений между значениями независимых переменных и нарушенными граничными величинами:

$$F(\mathbf{X}) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{X}, \qquad (18)$$

где $\mathbf{C}$ – вектор коэффициентов.

Компоненты вектора $\mathbf{C}$ могут принимать одно из следующих значений: $c_i = 0$, если переменная находится внутри диапазона; $c_i = +1$, если превышена верхняя граница; $c_i = -1$, когда нарушена нижняя граница.

При оптимизации на переменные $\mathbf{X}$ накладываются следующие ограничения. Если переменная находится внутри допустимого диапазона, то в процессе минимизации она не должна выходить за установленные ограничения (3). Если i-я переменная нарушила нижнюю границу, то для нее устанавливается диапазон $-\infty \le x_i \le x_{i\ \min}$; если же переменной нарушена верхняя граница, диапазон ее изменения задается в виде $x_{i\ \max} \le x_i \le \infty$.

В качестве ограничений для вспомогательной задачи линейного программирования используется та же система уравнений (5), что и при решении основной задачи.

Алгоритм ввода режима в допустимую область имеет много общего с оптимизацией режима по первому методу. В соответствии с описанным выше матрица коэффициентов системы линейных ограничений разбивается на две подматрицы – базисную и небазисную (6). Выражение небазисных переменных через базисные (7) позволяет перейти от исходной целевой функции (18) к приведенной:

$$F(\mathbf{X}) = \mathbf{C}_Б^T \cdot \mathbf{X}_Б + \mathbf{C}_Н^T \cdot \mathbf{X}_Н = \mathbf{C}_Б^T \cdot \left[\mathbf{A}_Б^{-1} \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{A}_Н \cdot \mathbf{X}_Н)\right] + \mathbf{C}_Н^T \cdot \mathbf{X}_Н . \qquad (19)$$

Поскольку постоянная величина $\mathbf{C}_Б^T \cdot \mathbf{A}_Б^{-1} \cdot \mathbf{B}$ не оказывает влияния на оптимизацию, ее можно опустить и переписать функцию (19) в следующем виде:

$$F'(\mathbf{X}) = (\mathbf{C}_Н^T - \mathbf{C}_Б^T \cdot \mathbf{A}_Б^{-1} \cdot \mathbf{A}_Н) \cdot \mathbf{X}_Н = \mathbf{C}'^{\,T} \cdot \mathbf{X}_Н . \qquad (20)$$

Коэффициенты приведенной целевой функции $\mathbf{C}'$ показывают скорость убывания целевой функции при изменении небазисной переменной. В связи с этим в качестве ведущей выбирается переменная, имеющая наибольшую по модулю величину коэффициента при условии, что предполагаемое изменение переменной не нарушит ее допустимый диапазон. Иными словами, если небазисная переменная находится на верхней границе, то она может быть выбрана в качестве ведущей при положительном коэффициенте; если же переменная находится на нижней границе, то приемлемым для выбора переменной в качестве ведущей является наличие соответствующего положительного коэффициента.

Изменение ведущей переменной ограничивается наступлением одного из этих событий:

- на ограничение выходит базисная переменная;
- ведущая небазисная переменная переходит с одной границы на другую.

Очевидно, во втором случае необходимо найти новую ведущую переменную. Пересчет коэффициентов функции (20) при этом не требуется. В первом случае необходима смена базиса: вышедшая на ограничение переменная должна быть выведена из базы, а ее место должна занять ведущая переменная. Смена базиса предполагает перемещение двух столбцов матрицы коэффициентов системы ограничений и соответствующих компонент векторов $\mathbf{X}$, $\mathbf{X}_{\min}$, $\mathbf{X}_{\max}$, $\mathbf{C}$. Изменение одного из столбцов исходной базисной матрицы приводит к необходимости коррекции рассчитанной ранее обратной базисной матрицы. Последнее реализуется путем расчета матрицы – мультипликатора в соответствии с (13). Завершается смена базиса пересчетом коэффициентов приведенной целевой функции (20) и выбором новой ведущей переменной. После того как исчерпаны все возможности минимизации целевой функции (на очередном шаге не найдена подходящая ведущая переменная), проверяется, все ли переменные, у которых были нарушены границы, вошли в допустимую область. Если все переменные вошли внутрь допустимой области, осуществляется переход к одной из описанных процедур собственно оптимизации режима. Определяемый к концу работы стартового алгоритма состав активных ограничений используется в качестве начального процедурами оптимизации. Если некоторые переменные не удалось ввести в допустимую область, значит, среди ограничений задачи есть несовместные. В таком случае дальнейший расчет блокируется и выдаются соответствующие сообщения.

После каждой из итераций оптимизации режима, связанной с решением задачи квадратичного программирования, выполняется проверка нахождения режима в допустимой области. При использовании первого подхода выход за допустимые границы может быть связан с линеаризацией ограничений; если используется второй подход, то, кроме отмеченного, к нарушению ограничений могут приводить не слишком жесткие коэффициенты штрафных функций. Если в процессе оптимизации режима обнаруживается выход за установленные границы, процедура ввода режима в допустимую область запускается повторно.

Выбор эффективных управляющих воздействий. Алгоритм решения задачи выбора наиболее эффективных воздействий, реализация которых позволяет получить существенную долю от потенциально возможной величины снижения потерь, базируется на описанном алгоритме оптимизации методом второго порядка. Прежде всего, необходимо обосновать правомерность использования принятых упрощений. В табл. 1 приведены результаты расчетов режимов по моделям шести ЭЭС и объединенных энергосистем (ОЭС).

Таблица 1

№ п/п	Режим	Узлы	Ветви	Источники *Q*	Трансформаторы	Снижение потерь по итерациям				% dP на 1 итер.
						1 итер.	2 итер.	3 итер.	Всего	
1	НЭК «Укрэнерго»	630	994	35	13	56,923	6,799	0,581	64,30	89,6
2	Донбасская ЭС	665	992	47	44	60,234	0,666	-	60,90	98,9
3	Центральная ЭС	633	745	14	22	5,736	0,308	0,314	6,36	90,2
4	ОЭС Урала	847	1373	144	48	110,360	3,429	0,269	114,0	96,8
5	ОЭС Сибири	706	1233	130	45	43,916	2,919	0,761	47,59	92,3
6	Тюменская ЭС	661	1034	28	77	63,698	1,413	-	65,11	97,8

Для достижения минимума во всех расчетах требовалось выполнить 2–3 итерации минимизации целевой функции. Анализ показывает, что в наибольшей степени потери снижаются на первой итерации. В правой колонке приводятся величины относительной эффективности именно первой итерации. Как видно, эти величины изменяются в диапазоне от 89,6 до 97,8 %. На основе приведенных данных можно сделать вывод, что для определения состава управляющих воздействий для каждого из рассматриваемых вариантов достаточно ограничиться использованием квадратичной аппроксимации целевой функции и линеаризованными ограничениями.

В начальной стадии процесса отбора вариантов оптимизации все переменные, соответствующие управляющим воздействиям, фиксируются на исходных значениях. Далее, ограничения поочередно снимаются, и оценивается эффективность подключения к процессу оптимизации каждой переменной в отдельности. Снятие фиксации выполняется с помощью коррекции решения задачи квадратичного программирования. При этом в соответствии с (17) рассчитывается дополнительная матрица – мультипликатор и уточняются диагональные элементы разложения спроектированной матрицы.

Для сокращения затрат времени на расчет сначала оценивается потенциальная эффективность каждого из возможных вариантов без учета того факта, что могут появиться новые нарушенные ограничения. Если оказывается, что некоторые варианты, даже без учета вновь возникших ограничений, не являются привлекательными, то они далее не рассматриваются и для них углубленный расчет с учетом ограничений не выполняется. Полный оценочный расчет с учетом ограничений выполняется лишь для воздействий, обеспечивающих значительную экономию. Далее, из рассчитанных вариантов (с учетом введения и снятия ограничений) отбирается один – самый лучший по величине снижения потерь.

Вычислительный процесс осуществляется в следующей последовательности. Сначала путем снятия фиксации определяется первое наиболее эффективное воздействие. Найденное воздействие составляет первый вариант. Далее программа начинает поиск второго воздействия, обеспечивающего максимальную экономию в сочетании с первым. Таким образом, процесс продолжается, и просматриваются варианты получения максимальной выгоды за счет сочетания нового воздействия с ранее отобранными. Очевидно, в каждом из предложенных вариантов рекомендуемые воздействия для одного и того же параметра будут иметь различные значения. Поэтому максимальный эффект достигается при полной реализации окончательно принятого варианта.

На рисунке представлена выходная форма, характеризующая расчет с выбором эффективных управляющих воздействий. Первый вариант, в соответствии с которым предлагается реализовать лишь одно управляющее воздействие, заключается в повышении напряжения на шинах узла 750 с 236,7 до 240,9 кВ. Естественно, такое повышение сопряжено с увеличением загрузки генераторов по реактивной мощности. При этом выполненный расчет гарантирует, что необходимые для этого резервы в узле есть. Следует отметить, что программа считает воздействием изменение напряжения в узле, а не изменение загрузки источника по реактивной мощности лишь по той причине, что эта информация более привычна диспетчерам (как правило, их команды касаются повышения или понижения напряжений, а не изменения загрузки источников реактивной мощности).

В соответствии с приведенным примером реализация единственного воздействия дает эффект в 2,2 МВт, что составляет 4,2 % от максимально достижимого эффекта, составляющего 51,4 МВт. Совместная реализация двух воздействий во втором варианте позволяет получить экономию в 7,3 МВт, или 14,1 % от потенциально возможного. Если реализовать десятый вариант и выполнить десять воздействий, можно получить эффект в 19,5 МВт, или 37,6 %. Десять воздействий составляют 8,1 % от общего числа тех, участие которых в оптимизации допустимо. Таким образом, в соответствии с выполненным расчетом за счет привлечения к управлению 8,1 % потенциально доступных воздействий можно получить 37,6 % общего эффекта.

Результаты оптимизационных расчетов

№	Узлы		Станция или подстанция	Воздей-ствие	Текущее значение	Варианты оптимизации									
						1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	750		НВ.ГРЭС	U	236,7	240,9	244,1	244	243,8	243,7	243,7	243,7	243,7	243,7	243,7
2	75		НВГРЭС	U	484		497,4	497,4	497,3	497,2	497,2	497,2	497,2	497,2	497,2
3	450 а	111 а	ПЫТЬ-ЯХ	K'	0,4693			-0,0251	-0,025	-0,0256	-0,0332	-0,0238	-0,0238	-0,0238	-0,0238
4	6900		УРС-Т	U	102,4				106,7	109,5	109,6	109,6	109,6	109,6	109,7
5	54	64	ПРОГРЕСС	K'	0,5155					-0,0642	-0,0638	-0,0641	-0,0646	-0,0646	-0,0644
6	430	431	Росляков	K'	0,5577						0,0546	0,0306	0,0306	0,0305	0,0313
7	195	197	ПРАВДИН	K'	0,5575							0,0459	0,045	0,0449	0,0447
8	221	220	ИРТЫШ	K'	0,2352								0,0287	0,0295	0,0294
9	240	278	КАРТОПЬЯ	K'	0,526									0,0514	0,0514
10	164	165	ПИМСКАЯ	K'	0,5575										0,113
Потенциальный эффект = 51.9 МВт				ΔP		2,2	7,3	9,7	12,1	14,6	15,5	17,3	18,2	18,9	19,5
при реализации 124 воздействий				ΔP / Pmax * 100 (%)		4,2	14,1	18,8	23,3	28,1	30	33,3	35,1	36,4	37,6

Опыт показывает, что близкие показатели по эффективности к приведенным в примере имеют место и при расчетах режимов большинства энергосистем.

Программная реализация. Описанная методика оптимизации режима по напряжениям и реактивным мощностям реализована в виде программы промышленного назначения и оформлена в двух вариантах: в виде исполняемого модуля (kocmoc_or.exe) и в виде динамической библиотеки (kocmoc_or.dll). Разработанная программа включена в состав ПК КОСМОС, предназначенного для выполнения оперативных расчетов режимов энергосистем на основе телеметрической информации [7]. Взаимодействие основано на использовании динамической библиотеки. ПК КОСМОС ориентирован на выполнение расчетов в интерактивном режиме, предполагающим участие технолога в вычислительном процессе. При работе программы в составе ПК КОСМОС для анализа результатов могут быть задействованы все средства, предусмотренные для этих целей – табличные и графические.

Автономные программные модули предназначены для работы в составе систем реального времени, например, «советчика диспетчера». В настоящее время ставится задача разработки первой системы автоматического управления, предназначенной для снижения потерь и контроля за режимом напряжений. Предполагается, что рассчитанные программой воздействия будут автоматически передаваться непосредственно на исполнительные органы, то есть загрузка источников реактивной мощности должна изменяться без участия персонала, и должны устанавливаться необходимые анцапфы трансформаторов, допускающих регулирование под нагрузкой.

Программа оптимизации прошла всестороннее тестирование, показала хорошие результаты по быстродействию и устойчивости вычислительного процесса. Тестирование состояло в выполнении множества расчетов на основе реальных моделей энергосистем и энергообъединений, используемых для проведения оперативных расчетов на основе телеметрической информации.

В качестве примера (табл. 2) приведем общие характеристики одного из расчетов, выполненного на основе модели крупной энергосистемы. Очевидно, быстродействие программы позволяет выполнять многовариантные расчеты.

Таблица 2

Число узлов	661
Число ветвей	1034
Число трансформаторов с регулированием под нагрузкой	93
Число источников реактивной мощности	31
Величина потерь в исходном режиме	467,8 МВт
Величина потерь в оптимальном режиме	416,0 МВт
Величина снижения потерь при полной оптимизации	51,9 МВт
Время выполнения расчета (без проработки вариантов)	1,23 с
Время выполнения расчета (с расчетом 10 вариантов)	2,78 с

Выводы. 1. Разработаны математическая модель, алгоритм (с применением метода второго порядка) и программа оперативной оптимизации режима ЭЭС по напряжению и реактивной мощности. Проведенное всестороннее тестирование программы на схемах реальных ЭЭС и ОЭС позволяет сделать заключение о ее пригодности для практического использования.

2. Предложена корректно обоснованная процедура ранжирования ограниченного количества управляющих воздействий, обеспечивающая максимальное снижение потерь активной мощности в электрической сети при оптимизации.

1. *Веников В.А., Журавлев В.Г., Филиппова Т.А.* Оптимизация режимов электростанций и энергосистем. – М.: Энергоиздат, 1981. – 463 с.
2. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
3. *Горнштейн В.М., Мирошниченко Б.П., Пономарев А.В., Тимофеев В.А., Юровский А.Г.* Методы оптимизации режимов энергосистем. – М.: Энергия, 1981. – 336 с.
4. *Крумм Л.А.* Методы приведенного градиента при управлении электроэнергетическими системами. – Новосибирск: Наука, 1977. – 368 с.
5. *Крумм Л.А.* Методы оптимизации при управлении электроэнергетическими системами. – Новосибирск: Наука, 1981. – 319 с.
6. *Муртаф Б.* Современное линейное программирование. – М.: Мир, 1984. – 224 с.
7. *Прихно В.Л.* Программный комплекс КОСМОС оперативных расчетов режимов энергосистем на основе телеметрической информации // Пр. Ін-ту електродинаміки НАНУ. Енергоефективність: Зб. наук. пр. – ІЕД НАН України, 2000. – С. 118–127.
8. *Синьков В.М.* Оптимизация режимов энергетических систем. – К.: Вища шк., 1976. – 307 с.
9. *Таха Х.* Введение в исследование операций. Т.1 – М.: Мир, 1985. – 480 с.

УДК 621.311:519.863:004.415.2.031

П.О. Черненко[1], докт. техн. наук, **В.Л. Прихно**[2], канд. техн. наук, **В.В. Трубіцин**[3], аспірант
1–3 – Ін-т електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна

Визначення ефективних керуючих впливів у процесі оперативної оптимізації режиму електроенергетичної системи за напругою і реактивною потужністю

Наводиться опис методу розв'язання задачі оперативної оптимізації режиму енергосистеми за напругою і реактивною потужністю, який дає змогу визначити кількість і склад мінімально необхідних керуючих впливів, а також оцінювати міру їх впливу на шукану цільову функцію. Бібл. 9, рисунок, табл. 2.

Ключові слова: метод оптимізації другого порядку, реактивна потужність, мінімізація керуючих впливів.

P.O. Chernenko[1]**, V.L. Pryhno**[2]**, V.V. Trubitsyn**[3]
1–3 – Institute of Electrodynamics National Academi of Sciences of Ukraine,
Peremogy, 56, 03680, Kyiv-57, Ukraine

Determination of effective managing influences in the process of operative optimization of mode of electroenergy system on voltage and reactive-power

Description over of method of decision of task of operative optimization of the mode of grid is brought on voltage and reactive-power, allowing to define an amount and composition minimum necessary managing influences, and also to estimate the degree of their influence on the sought after objective function. References 9, figure, tables 2.
Key words: method of optimization the second order, reactive-power, minimization of managing influences.

Надійшла 20.10.2011
Received 20.10.2011