

## ТОРОЇДАЛЬНІ МАГНІТНІ СИСТЕМИ З КОТУШКАМИ РЕЙСТРЕКОВОЇ ФОРМИ

Ю.М. Васецький<sup>1</sup>, докт. техн. наук, І.Л. Мазуренко<sup>2</sup>, канд. техн. наук, А.В. Павлюк<sup>3</sup>, асп.

1–3 – Ін-т електродинаміки НАН України,  
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна

*Досліджено тороїдальні надпровідні індуктивні накопичувачі з котушками рейстрекової форми і механічною утримуючою системою, елементи якої розташовані всередині тороїдального об'єму. Виконано параметричний аналіз трьох конфігурацій магнітних систем, за результатами якого виділено розмірні і безрозмірні параметри, пов'язані радіальними розмірами, об'ємом надпровідної обмотки та об'ємом механічної утримуючої системи. За цими параметрами виконано порівняння різних магнітних систем з котушками рейстрекової форми, а також з відомими тороїдальними системами з безмоментними та круглими котушками. Показано, що за об'ємом надпровідника системи з котушками рейстрекової форми наближаються до теоретичного мінімуму, що реалізується для тороїдальних соленоїдів з безмоментними D-подібними котушками, і мають значно менші значення порівняно з круглими котушками. Найменші радіальні розміри та об'єм механічної утримуючої системи мають соленоїди з котушками рейстрекової форми. Бібл. 12, рис. 8, таблиця.*

**Ключові слова:** надпровідний індуктивний накопичувач енергії, математична модель, котушка рейстрекової форми, механічна утримуюча система.

**Вступ.** Надпровідні індуктивні накопичувачі (НПН) енергоємністю порядку  $10^8 \dots 10^9$  Дж можуть бути ефективним засобом для вирішення таких задач в електроенергетиці: забезпечення надійності і керованості передавання потужності, забезпечення динамічної стійкості, демпфірування низькочастотних коливань потужності, підтримання напруги і частоти в аварійних і нормальних режимах, забезпечення надійності електропостачання відповідальних споживачів [1–2, 5]. Відмінністю НПН від інших регульованих джерел активної та реактивної потужностей є їх практична безінерційність, можливість працювати в режимі як джерела, так і споживача активної та реактивної потужностей, високий коефіцієнт корисної дії та інші.

Для накопичувачів відносно невеликої енергоємності найбільша вартість припадає на надпровідну обмотку порівняно з іншими складовими [6]. Тому доцільними є дослідження магнітної системи НПН з метою вибору конфігурацій з оптимальними параметрами, при яких затрати надпровідного матеріалу будуть мінімальними. При цьому треба мати на увазі, що зі збільшенням енергії магнітного поля маса механічних утримуючих конструкцій зростає швидше, ніж маса надпровідної обмотки [4, 7], і тому для накопичувачів з великим енергозапасом об'єм механічної утримуючої системи суттєво впливає на вартісні показники НПН.

Відомо, що з точки зору величини об'єму матеріалу надпровідної обмотки найкращі показники має накопичувач у вигляді прямого короткого соленоїда [3, 6]. Але такий накопичувач має великі радіальні розміри і значні поля розсіювання, які поширюються на зовнішню область з розмірами значно більшими, ніж розміри самого накопичувача. Навпаки, поля розсіювання тороїдальних накопичувачів значно менші, вони обумовлені в першу чергу дискретністю обмотки і швидко зменшуються зі збільшенням числа котушок, з яких складається тороїдальна система [12].

У роботах [3, 10] досліджено тороїдальні магнітні системи НПН з котушками простої круглої і сегментної форм та механічною утримуючою системою, розміщеною всередині тороїдального об'єму. Основними перевагами таких конфігурацій є простота конструкції, відсутність згинаючих моментів у елементах утримуючої системи, можливість забезпечити однакові значення максимально допустимих механічних напружень у всіх частинах конструкції. В результаті об'єм утримуючої системи зменшується і не перевищує відповідну величину для більш складних за геометрією безмоментних D-подібних тороїдальних накопичувачів. Проте об'єм надпровідної обмотки значно більший, ніж для D-торів, що в свою чергу спону-

кає продовжувати дослідження інших конфігурацій обмоток з більш оптимальними показниками.

Аналіз тороїдальних соленоїдів з котушками D-подібної форми показав, що зі збільшенням відносного радіального розміру тора, коли зміна конфігурації котушок проявляється у збільшенні відношення вертикального розміру котушок до їх радіального розміру, енергія магнітного поля зростає при незначному збільшенні об'єму надпровідної обмотки [10]. Такий конструктивний підхід може виявитись перспективним і для торів з круглими котушками. Тому в цій статті досліджуються параметри тороїдальних систем з котушками рейстрєкової форми, які складаються з круглої та прямолінійної частин і для яких аналогічно D-подібним котушкам вертикальний розмір перевищує радіальний. Для порівняння накопичувачів з різною конструкцією котушок окремо виділяються розмірні та безрозмірні параметри. Останні не залежать від властивостей конструктивних матеріалів і дають змогу визначити вплив конфігурації магнітної системи на масогабаритні параметри, що зручно при виборі оптимальної конфігурації.

Вхідними параметрами при дослідженні є: накопичувана енергія магнітного поля  $W$ , властивості надпровідника (максимально допустимі індукція магнітного поля в обмотці  $B_m$  та густина струму в провідниках  $j_m$ ), властивості конструктивного матеріалу утримуючої системи (допустимі значення механічних напружень розтягу  $\tilde{\sigma}_t$  і стиску  $\tilde{\sigma}_c$ ).

Вихідними параметрами є розміри магнітної системи, перш за все великий радіус тора  $R$ , об'єми матеріалу надпровідної обмотки  $V_{sc}$ , об'єми конструктивних матеріалів механічної утримуючої системи, елементи якої зазнають напруження розтягу  $V_t$  і стиску  $V_c$ .

**Математична модель.** Для розрахунку параметрів НППН будемо використовувати ідеалізовану математичну модель у вигляді струмової поверхні, яка складається з безкінечної кількості ниток струму, що лежать у меридіональних площинах (рис. 1). При цьому кожна нитка струму повторює конфігурацію осьової лінії окремої котушки.

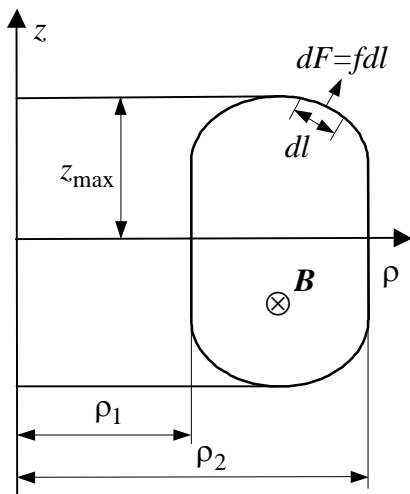


Рис. 1

Для характеристики геометричних розмірів і конфігурації тороїдальної системи застосовуються наступні параметри: великий радіус тора  $R$ , відносний радіальний розмір перерізу  $\varepsilon$ , а також відношення вертикального розміру перерізу тора до його радіального розміру  $\lambda$  (цей додатковий геометричний параметр не використовувався раніше для аналізу торів з круглими котушками):

$$R = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}; \quad \varepsilon = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2}; \quad \lambda = \frac{2z_{\max}}{\rho_2 - \rho_1}. \quad (1)$$

Прийнята ідеалізація із заміною системи котушок струмовою поверхнею широко використовується в теоретичних дослідженнях і є справедливою для тороїдальних систем з великою кількістю котушок. Для систем з малим

значенням відносного радіального розміру перерізу тора  $\varepsilon$  котушки можуть розміщуватися досить щільно. При збільшенні значення цього параметра радіальні розміри зростають і як наслідок зростає відстань між зовнішніми частинами котушок при  $\rho = \rho_2$ . Виникаюча похибка не може бути досліджена в рамках ідеалізованої моделі струмової поверхні, і для цього потрібен перехід до моделі з дискретними котушками, яка може бути розглянута в окремому дослідженні.

Енергія магнітного поля визначається інтегруванням питомої густини енергії поля по об'єму тора [12], і для соленоїда, що складається з  $N$  котушок, по кожній з яких протікає струм  $I$ , може бути записана у вигляді

$$W = \frac{1}{4} \mu_0 I^2 N^2 R k_W(\varepsilon, \lambda), \quad (2)$$

де  $IN$  – повний струм всіх котушок магнітної системи;  $k_W$  – безрозмірний параметр, який залежить від конфігурації тороїдальної обмотки.

Максимальне значення індукції магнітного поля досягається на внутрішній частині обмотки тора при  $\rho = \rho_1$ :

$$B_m = \frac{\mu_0 IN}{2\pi R} k_B(\varepsilon), \quad (3)$$

$$\text{де } k_B(\varepsilon) = \frac{1}{1-\varepsilon}.$$

У тороїдальних магнітних системах максимальне значення індукції магнітного поля не повинно перевищувати допустиме значення, яке залежить від властивостей надпровідника.

Довжину периметра однієї котушки зручно представити у вигляді співвідношення, яке містить вже введений розмірний параметр  $R$ :

$$l(\varepsilon, \lambda) = R k_l(\varepsilon, \lambda). \quad (4)$$

Розглядаючи вирази (2) і (3) як систему рівнянь відносно величин  $IN$  і  $R$ , отримаємо

$$IN = \frac{W^{1/3} B_m^{1/3}}{\mu_0^{2/3}} k_l(\varepsilon, \lambda), \quad (5)$$

$$\text{де } k_l(\varepsilon, \lambda) = 2 \left( \frac{\pi}{k_W k_B} \right)^{1/3};$$

$$R = \frac{W^{1/3} \mu_0^{1/3}}{B_m^{2/3}} k_R(\varepsilon, \lambda), \quad (6)$$

$$\text{де } k_R(\varepsilon, \lambda) = \left( \frac{k_B^2}{\pi^2 k_W} \right)^{1/3}.$$

Площа поперечного перерізу обмоток всіх котушок може бути виражена через максимальну допустиму густину струму надпровідної обмотки  $j_m$  у вигляді  $S = IN / j_m$ . Тоді об'єм обмотки, враховуючи (4), (5) і (6), представимо як

$$V_{sc} = Sl = \frac{INR}{j_m} k_l(\varepsilon, \lambda) = \frac{W^{1/3}}{j_m B_m^{1/3} \mu_0^{1/3}} k_{V_{sc}}(\varepsilon, \lambda), \quad (7)$$

$$\text{де } k_{V_{sc}}(\varepsilon, \lambda) = 2k_l \left( \frac{k_B}{\pi k_W^2} \right)^{1/3}.$$

Струм, що протікає в тороїдальній обмотці накопичувача, взаємодіє з магнітним полем. У результаті виникають електромагнітні сили, які повинні бути скомпенсовані механічною утримуючою системою, що має необхідну конструктивну міцність. Для розрахунку параметрів утримуючої системи розглянемо сили, які діють на тороїдальний соленоїд.

На елемент довжини обмотки  $dl$  кожної котушки діє сила  $d\mathbf{F} = \mathbf{f}dl$ , спрямована перпендикулярно до поверхні тора (рис. 1), де  $\mathbf{f}$  – лінійна густина сил. У моделі тороїдальної струмової поверхні індукція магнітного поля змінюється стрибком при переході через поверхню від максимального значення всередині до нуля ззовні тора. Тому величина лінійної густини сил, діючих на струм  $I$  однієї котушки, буде

$$f = \frac{1}{2} IB = \frac{\mu_0 I^2 N}{4\pi\rho}. \quad (8)$$

Через нерівномірний розподіл лінійної густини сил  $f$  по периметру кожної котушки рівнодійна  $F_p$  не рівна нулю і спрямована до центру тора [9]:

$$F_p = \int_l f_p(l) dl, \quad (9)$$

де  $f_p$  і  $F_p$  – проекції лінійної густини сил і сумарної сили на радіальний напрямок. Сила  $F_p$  має компенсуватись реакцією опори, на яку опирається котушка. Тому механічна утримуюча система повинна мати дві складові: одна з них компенсує розподілену по периметру котушки силу, яка створює зусилля розтягу, друга складова має протидіяти сумарній силі, спрямованій до вертикальної осі тора – вона зазнає зусилля стиску.

У роботах [7, 8] показано, що об'єм матеріалу механічної утримуючої системи пропорційний енергії магнітного поля накопичувача  $W$ , причому об'єм матеріалу, що сприймає як сили розтягу  $V_t$ , так і стиску  $V_c$ , визначається величиною енергії  $W$  і припустимим значенням механічних напружень розтягу  $\tilde{\sigma}_t$  і стиску  $\tilde{\sigma}_c$ :

$$V_t = Q_t \frac{W}{\tilde{\sigma}_t}; \quad V_c = Q_c \frac{W}{\tilde{\sigma}_c}, \quad (10)$$

де  $Q_c$  і  $Q_t$  – безрозмірні параметри. У роботі [7] показано, що при виборі допустимих напружень по величині середніх за об'ємом механічних напружень  $\tilde{\sigma}_t = \langle \sigma_t \rangle$  і  $\tilde{\sigma}_c = \langle \sigma_c \rangle$ , параметри  $Q_c$  і  $Q_t$  для тороїдальної магнітної системи пов'язані таким співвідношенням:

$$Q_t = 1 + Q_c. \quad (11)$$

Відзначимо, що при отриманні співвідношення (11) автори роботи [7] не розглядали можливість розміщення елементів утримуючої системи всередині тороїдального об'єму.

На підставі розрахунку безрозмірних параметрів  $k_R, k_{Vsc}, Q_t, Q_c$  магнітної системи НППН виконується порівняння різних конфігурацій обмоток з котушками рейстрекової форми, а також з відомими системами з круглими та D-подібними котушками. Критерієм порівняння є мінімальне значення об'єму матеріалів і розмірів системи.

### Параметри тороїдальних соленоїдів з котушками рейстрекової форми

**1. Тороїдальний накопичувач з котушками рейстрекової форми та стяжками і опорною системою всередині тороїдального об'єму.** На рис. 2 показано основні елементи тороїдального соленоїда. Кожна котушка складається з заокругленої частини радіусом  $a$  і прямолінійної частини довжиною  $h$ .

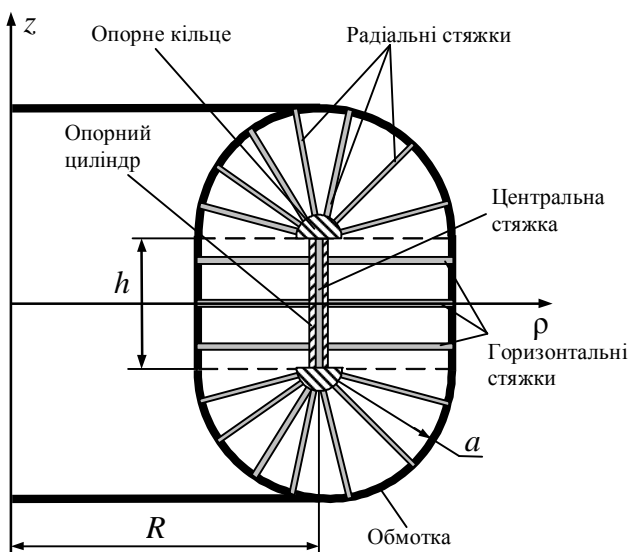


Рис. 2

При протіканні струму в обмотці виникають сили, які сприймаються механічною утримуючою системою. В заокругленій частині зусилля розтягу компенсують радіальні стяжки. Рівномірно розподілені сили, що діють на прямолінійну частину обмотки при  $\rho = \rho_1$  та при  $\rho = \rho_2$ , сприймаються горизонтальними стяжками.

Радіальні стяжки кріпляться до верхнього і нижнього опорних кілець, з'єднаних центральною стяжкою. Сила розтягу цієї стяжки дорівнює величині сумарної електромагнітної сили, що діє у вертикальному напрямі на верхню і нижню півкруглі частини котушок. Горизонтальні стяжки кріпляться до циліндра, розміщеного всередині тороїдального об'єму. Оскільки рівнодійна сил, що діє на котушку, спрямована до центру тора, то на

кільця і циліндр діють сили, які стискають їх.

Енергія магнітного поля тора може бути визначена за виразом (2), де безрозмірний параметр  $k_W$  рівний

$$k_W(\varepsilon, \lambda) = 2 \left( 1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2} + \frac{\varepsilon(\lambda - 1)}{\pi} \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \right). \quad (12)$$

Тут для досліджуваного типу котушок з виразу (1) впливає, що  $\varepsilon = a/R$ ,  $\lambda = (2a + h)/2a$ .

Підставляючи вирази (3), (12) у (6), (7), отримуємо значення параметрів  $k_R$ ,  $k_{V_{sc}}$ , які характеризують величину великого радіуса тора і об'єм надпровідника з урахуванням, що безрозмірний параметр пов'язаний з довжиною периметра котушки в даному випадку  $k_I(\varepsilon, \lambda) = 2\varepsilon[\pi + 2(\lambda - 1)]$ :

$$k_R(\varepsilon, \lambda) = \left[ 2\pi^2(1 - \varepsilon)^2 \left( 1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2} + \frac{\varepsilon(\lambda - 1)}{\pi} \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \right) \right]^{-1/3}; \quad (13)$$

$$k_{V_{sc}}(\varepsilon, \lambda) = 4\varepsilon(\pi + 2(\lambda - 1)) \left[ 4\pi(1 - \varepsilon) \left( 1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2} + \frac{\varepsilon(\lambda - 1)}{\pi} \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)^2 \right]^{-1/3}. \quad (14)$$

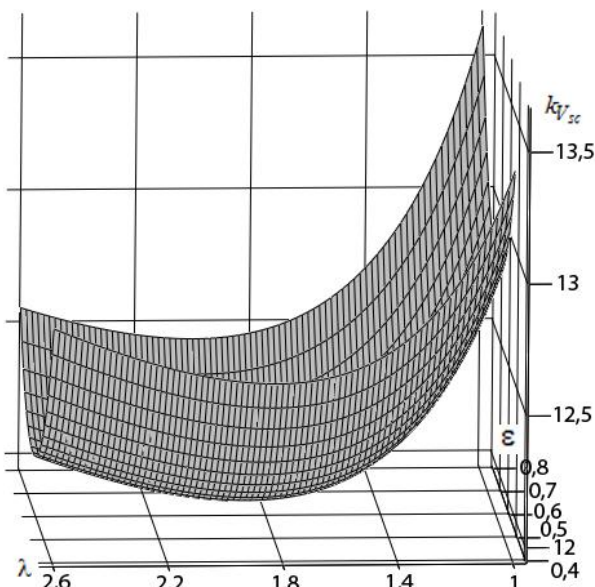


Рис. 3

На рис. 3 показано залежність  $k_{V_{sc}}(\varepsilon, \lambda)$  від двох безрозмірних параметрів  $\varepsilon$  і  $\lambda$ . Видно, що залежність має екстремум, при якому об'єм надпровідної обмотки мінімальний  $k_{V_{sc}}(\varepsilon_{\min V}, \lambda_{\min V}) = 11,99$ . Він досягається при  $\varepsilon_{\min V} = 0,63$ ,  $\lambda_{\min V} = 1,89$  і наближається до мінімального значення для систем з D-подібними котушками  $k_{V_{scD}}(\varepsilon_{D\min V}, \lambda_{D\min V}) = 11,70$  при  $\varepsilon_{D\min V} = 0,68$ ,  $\lambda_{D\min V} = 1,75$ . (Зазначимо, що для D-торів параметри  $\lambda$  і  $\varepsilon$  не є незалежними). Значення параметра  $k_{V_{sc}}$  торів з котушками рейстрекової форми значно менше, ніж для тора з круглими котушками, де  $k_{V_{scO}}(\varepsilon_{O\min V}, 1) = 12,9$  при  $\varepsilon_{O\min V} = 0,6$ .

На рис. 4 (крива 2) показано залежності параметра  $k_{V_{sc}}$  від відносного радіального роз-

міру перерізу тора  $\varepsilon$  при незмінному значенні  $\lambda = \lambda_{\min V}$ . Для досліджуваної тороїдальної системи порівнюємо залежності, представлені такими кривими: 1 – з круглими котушками, 4 – D-подібними котушками. Видно, що магнітна система з котушками рейстрекової форми за об'ємом надпровідної обмотки має кращі характеристики, ніж система з котушками круглої форми та наближається до оптимальної за величиною об'єму надпровідника системи з котушками D-подібної форми.

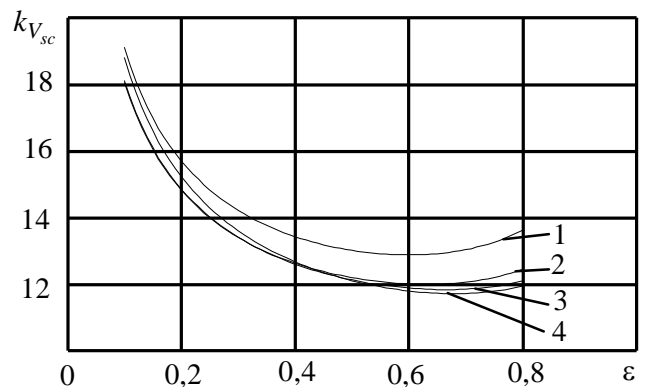


Рис. 4

Порівнюючи радіальні розміри різних тороїдальних систем, треба мати на увазі, що функція  $k_R(\varepsilon, \lambda)$  при зростанні параметра  $\lambda$  монотонно зменшується. Екстремум функції можна визначити тільки по параметру  $\varepsilon$  при незмінному  $\lambda$ . У цьому випадку на рис. 5 (крива 2) показано залежність для  $\lambda = \lambda_{\min V}$ , при якій було досягнуто мінімального значення об'єму надпровідника.

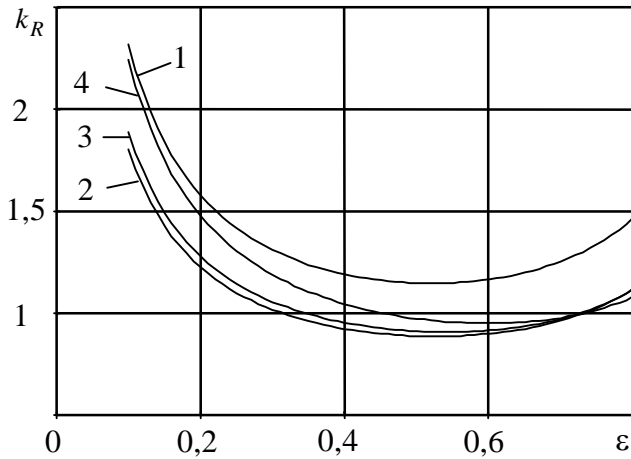


Рис. 5

Для досліджуваного типу рейстрєкових котушок мінімальне значення параметра  $k_R(\varepsilon_{\min R}, \lambda_{\min V}) = 0,89$  досягається при  $\varepsilon_{\min R} = 0,53$  і виявляється меншим, ніж для тора з круглими котушками, коли  $k_{OR}(\varepsilon_{O \min R}, 1) = 1,15$ , при  $\varepsilon_{O \min R} = 0,52$  та соленоїда з D-подібними котушками, де  $k_{RD}(\varepsilon_{D \min R}, \lambda(\varepsilon_{D \min R})) = 0,95$  при  $\varepsilon_{D \min R} = 0,6$ ,  $\lambda(\varepsilon_{D \min R}) = 1,61$ . На рис. 5 також показані залежності параметра  $k_R(\varepsilon)$  для круглих (крива 1) та D-подібних котушок (крива 4). Видно, що в діапазоні малих значень відносного радіального

розміру перерізу тора  $\varepsilon$ , магнітна система з досліджуваними рейстрєковими котушками має менші радіальні розміри порівняно з двома іншими конфігураціями і тільки при  $\varepsilon \approx 0,75$  розміри системи, що розглядається, зрівнюються з розмірами тороїда з D-подібними котушками.

Визначимо об'єм механічної утримуючої системи, що складається з елементів, які перебувають під дією механічного напруження розтягу – стяжки і стиску – опорний циліндр та опорні кільця.

Для знаходження об'єму матеріалу всіх радіальних стяжок, що компенсують сили у двох півкруглих частинах, необхідно об'єм однієї елементарної стяжки  $dV_{t1} = adS = a \frac{f(l)dl}{\tilde{\sigma}_t}$

проінтегрувати по довжині периметра кожної котушки і помножити на їх число  $N$ . У результаті інтегрування з урахуванням (8) маємо

$$V_{t1} = \frac{2a^2 N}{\tilde{\sigma}_t} \int_{\theta_0}^{\pi} f(\theta) d\theta = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R}{2\sigma_t} \frac{\varepsilon^2}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}. \quad (15)$$

Отриманий вираз (15) відповідає раніше наведеному в [3] для розрахунку радіальних стяжок у соленоїдах з круглими котушками і опорним кільцем всередині тора, що свідчить про подібність конструкції.

Горизонтальні стяжки сприймають сили, які діють на прямолінійні частини обмотки, що знаходяться на різних відстанях відносно вертикальної осі тора, відповідно  $\rho_1$  і  $\rho_2$ , і вони діють у протилежних напрямках. Кількість стяжок вважається достатньо великою. Тому кожна з них знаходиться під дією зусилля розтягу  $f dl$  елемента обмотки довжиною  $dl$ , причому на частину обмотки на відстані  $\rho_1$  від осі тора діє  $f_1 dl$ , а на відстані  $\rho_2$  –  $f_2 dl$ . Вважаємо, що всі стяжки мають однакове механічне напруження розтягу  $\sigma = \tilde{\sigma}_t = \text{const}$ . Об'єм всіх стяжок розраховується інтегруванням по довжині прямолінійної частини обмотки об'єму стяжки  $dV_{t2} = adS = a \frac{f(l)dl}{\tilde{\sigma}_t}$ , що розташована на довжині  $dl$  прямолінійної частини, помноженому на кількість котушок  $N$ .

З урахуванням різної величини сил, що діють на обмотку, об'єм всіх стяжок може бути записаний як сума об'ємів:

$$V_{t2} = \frac{aN}{\tilde{\sigma}_t} \int f_1(l)dl + \frac{aN}{\tilde{\sigma}_t} \int f_2(l)dl = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R}{2\pi\tilde{\sigma}_t} \varepsilon^2 (\lambda - 1) \left( \frac{1}{1-\varepsilon} + \frac{1}{1+\varepsilon} \right). \quad (16)$$

Центральна стяжка забезпечує рівновагу заокруглених частин, компенсуючи сили, які виникають у напрямку осі  $z$ . Об'єм стяжок такого типу може бути визначений як добуток довжини стяжки на площу її перерізу та на кількість котушок  $N$ . Тоді  $V_{t3} = Nh \frac{F_z}{\tilde{\sigma}_t}$ , де  $F_z$  – сила, яка діє на заокруглену частину котушки у вертикальному напрямі.

Оскільки на елемент довжини заокругленої частини обмотки котушки діє сила  $dF_z = f \sin \theta dl$ , вираз для об'єму всіх центральних стяжок може бути отриманий в результаті інтегрування по довжині периметра півкруглої частини обмотки:

$$V_{t3} = \frac{hN}{\tilde{\sigma}_t} \int_0^\pi f \sin \theta dl = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R}{2\pi\tilde{\sigma}_t} \varepsilon (\lambda - 1) \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}. \quad (17)$$

Об'єм всіх видів стяжок є сумою об'ємів  $V_t = V_{t1} + V_{t2} + V_{t3}$  і з врахуванням (2), (12) може бути записаний як

$$V_t = \frac{W}{\tilde{\sigma}_t} Q_t, \quad Q_t = 1 + \frac{\pi\sqrt{1-\varepsilon^2} + 2\varepsilon^2(\lambda-1) - \pi(1-\varepsilon^2)}{\pi(1-\varepsilon^2) \left( 1 - \sqrt{1-\varepsilon^2} + \frac{\varepsilon(\lambda-1)}{\pi} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)}. \quad (18)$$

Позначимо радіально спрямовані сили, що діють на верхню та нижню частини кожної котушки через  $F_{\rho 1}$ , а радіально спрямовану силу, що діє на частину котушки висотою  $h$  – через  $F_{\rho 2}$ , так що  $F_\rho = 2F_{\rho 1} + F_{\rho 2}$ .

Сили  $F_{\rho 1}$ , що діють на півкруглі частини кожної котушки, створюють в опорних кільцях силу стиску  $T_c = F_{\rho 1} N / 2\pi$ , і відповідно переріз кільця буде  $S_c = T_c / \tilde{\sigma}_c$ . Враховуючи вирази (8), (9), об'єм обох кілець виявляється

$$V_{c1} = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R}{2\tilde{\sigma}_t} \left( \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} - 1 \right). \quad (19)$$

Вираз для об'єму (19) відповідає отриманому раніше виразу в [3] для опорного кільця в соленоїдах з круглими котушками і опорним кільцем всередині тора.

Опорний циліндр, розміщений всередині тора, знаходиться під дією різниці сил збоку прямолінійної частини обмотки  $F_{\rho 2} = F_1 - F_2$ , де  $F_1$  – сила, яка діє на частину обмотки, розміщену на відстані  $\rho = \rho_1$  відносно вертикальної осі тора,  $F_2$  – на відстані  $\rho = \rho_2$  відповідно. Під дією сили  $F_{\rho 2}$  від кожної котушки в циліндрі виникає сила стиску  $T_c = F_{\rho 2} N / 2\pi$ , яка створює механічні напруження стиску  $\tilde{\sigma}_c = F_R N / 2\pi S_c$ , де  $S_c$  – площа перерізу циліндра. Тоді об'єм опорного циліндра

$$V_{c2} = 2\pi R S_c N = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R}{2\pi\tilde{\sigma}_c} \varepsilon (\lambda - 1) \left( \frac{1}{1-\varepsilon} - \frac{1}{1+\varepsilon} \right). \quad (20)$$

Сумарний об'єм опорної системи, рівний  $V_c = V_{c1} + V_{c2}$ , з врахуванням (2), (12) буде

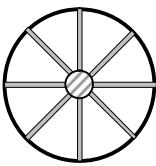
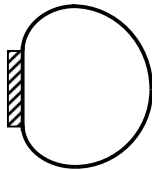
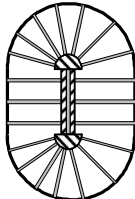
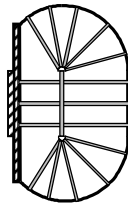
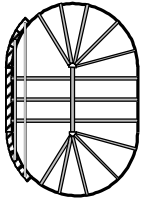
$$V_c = \frac{W}{\tilde{\sigma}_c} Q_c, \quad Q_c = \frac{\pi\sqrt{1-\varepsilon^2} + 2\varepsilon^2(\lambda-1) - \pi(1-\varepsilon^2)}{\pi(1-\varepsilon^2) \left( 1 - \sqrt{1-\varepsilon^2} + \frac{\varepsilon(\lambda-1)}{\pi} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)}. \quad (21)$$

З порівняння виразів (18) і (21) видно, що умова  $Q_t = 1 + Q_c$  виконується. У цьому випадку вирази було отримано незалежно один від одного, що є доведенням загального співвідношення і для систем зі стяжками всередині тороїдального об'єму.

Для характеристики об'єму механічної утримуючої системи використаємо сумарний безрозмірний коефіцієнт  $Q = Q_t + Q_c$ . При цьому будемо вважати, що властивості конструктивних матеріалів однакові:  $\tilde{\sigma}_c = \tilde{\sigma}_t$ .

Залежність параметра  $Q$  для соленоїдів з котушками рейстрекової форми і опорною системою всередині тора від відносного розміру перерізу тора  $\varepsilon$  при оптимальному за об'ємом надпровідної обмотки значенні величини  $\lambda_{\min V} = 1,89$  наведено в таблиці під відповідним рисунком.

Об'єм механічної утримуючої системи досліджуваних соленоїдів з рейстрековими котушками більший, ніж для торів з D-подібними котушками (таблиця), причому при збільшенні відносного перерізу тора  $\varepsilon$  він зростає аналогічно системі з круглими котушками і опорним кільцем всередині тора.

$\varepsilon$	Круглі котушки з стяжками	D-подібні котушки з бандажем	Рейстрекові котушки зі стяжками	Рейстрекові котушки сегментної форми	Рейстрекові котушки зі стяжками
					
0,1	3,01	2,813	3,012	2,811	2,811
0,2	3,041	2,649	3,049	2,641	2,641
0,3	3,097	2,5	3,114	2,486	2,487
0,4	3,182	2,362	3,217	2,343	2,344
0,5	3,309	2,232	3,373	2,208	2,21
0,6	3,5	2,104	3,611	2,077	2,081
0,7	3,801	1,976	3,999	1,946	1,953
0,8	4,333	1,838	4,728	1,807	1,821

**2. Тороїдальний накопичувач з рейстрековими котушками сегментної форми і опорним циліндром.** У роботі [3] показано, що тороїдальна система з котушками сегментної форми, коли  $h = 0$ , але  $\lambda > 1$  за величиною об'єму надпровідника наближається до соленоїдів з котушками D-подібної форми та має менший об'єм механічної утримуючої системи. Тому з точки зору досягнення найменшого об'єму надпровідника доцільно дослідити тороїдальну систему з рейстрековими котушками сегментної форми (рис. 6), для яких у загальному випадку  $h \neq 0$ . Радіальні стяжки розміщуються тільки в заокруглених частинах і з'єднані у двох вузлах, з'єднаних для кожної котушки центральною стяжкою. Горизонтальні стяжки сприймають сили, що діють на прямолінійні частини обмотки, розміщеної на відстані  $r = r_2$  від вертикальної осі тора. Всі котушки опираються на циліндр, який може мати змінну площу перетину.

Для конфігурації котушок, що показані на рис. 6, зручно поряд з введеними раніше геометричними характеристиками  $R$ ,  $\varepsilon$ ,  $\lambda$  ввести інші, прив'язані до точок з'єднання стяжок, а саме  $R_1$ ,  $\varepsilon_1 = \frac{a}{R_1}$ ,  $\lambda_1 = \frac{2a + h}{2a}$ . Легко показати, що геометричні характеристики пов'язані наступними співвідношеннями:



$$R_1 = R(1 + \varepsilon)/(1 + \varepsilon_1); \quad \varepsilon_1 = 2\varepsilon/(1 + \cos\theta_0 - \varepsilon(1 - \cos\theta_0)); \quad \lambda_1 = 1 + \varepsilon(\lambda - 1)/\varepsilon_1. \quad (22)$$

Оскільки всі радіальні стяжки з'єднані у вузол, який не має опорного елемента, то рівнодійна всіх сил має бути рівною нулю. Звідси визначається умова знаходження кута  $\theta_0$ , в межах якого стяжки відсутні:

$$F_{\rho 1} = \int_l f_{\rho}(l)dl = -2a \int_{\theta_0}^{\pi} f(\theta)\cos\theta \cdot d\theta = 0. \quad (23)$$

Для тороїдальних систем з досліджуванним типом котушок енергія магнітного поля може бути визначена з виразу (2), де безрозмірним параметром є

$$k_W = \frac{2(1 + \varepsilon)}{\pi(1 + \varepsilon_1)} \left( \varepsilon_1^2(\pi - \theta_0) - \varepsilon_1 \sin\theta_0 + \varepsilon_1(\lambda_1 - 1) \ln \frac{1 + \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1 \cos\theta_0} \right). \quad (24)$$

Значення параметрів  $k_R$ ,  $k_{V_{sc}}$  визначається підстановкою виразу (24) у (6) і (7) з врахуванням безрозмірних параметрів, які характеризують довжину периметра котушки та індукцію магнітного поля відповідно  $k_l = 2\varepsilon_1(1 + \varepsilon)[\pi - \theta_0 + \sin\theta_0 + 2(\lambda_1 - 1)]/(1 + \varepsilon_1)$  та  $k_B = (1 + \varepsilon_1)/(1 - \varepsilon_1 \cos\theta_0)(1 + \varepsilon)$ :

$$k_R = \frac{1 + \varepsilon_1}{1 + \varepsilon} \left[ 2\varepsilon_1\pi(1 - \varepsilon_1 \cos\theta_0)^2 \left( \varepsilon_1(\pi - \theta_0) - \sin\theta_0 + (\lambda_1 - 1) \ln \frac{1 + \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1 \cos\theta_0} \right) \right]^{-1/3}; \quad (25)$$

$$k_{V_{sc}} = (\pi - \theta_0 + \sin\theta_0 + 2(\lambda_1 - 1)) \left[ \frac{16\pi\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1 \cos\theta_0} \left( \varepsilon_1(\pi - \theta_0) - \sin\theta_0 + (\lambda_1 - 1) \ln \frac{1 + \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1 \cos\theta_0} \right)^{-2} \right]^{1/3}. \quad (26)$$

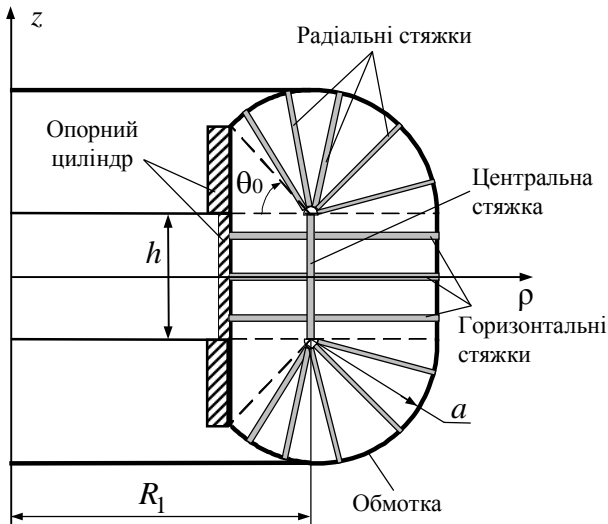


Рис. 6

На рис. 7 показано залежність  $k_{V_{sc}}(\varepsilon_1, \lambda_1)$  від двох безрозмірних параметрів  $\varepsilon_1$  і  $\lambda_1$ . У цьому випадку мінімальне значення параметра  $k_{V_{sc}}(\varepsilon_{\min V}, \lambda_{\min V}) = 11,82$  досягається при  $\varepsilon_{\min V} = 0,67$ ,  $\lambda_{\min V} = 1,66$  і у порівнянні з попереднім соленоїдом є меншим.

На рис. 5 поряд з іншими представлено залежність  $k_R(\varepsilon, \lambda_{\min V})$  (крива 3). Видно, що значення радіального розміру більше, ніж для попереднього тора з рейстреківими котушками. Мінімум параметра  $k_R(\varepsilon_{\min R}, \lambda_{\min V}) = 0,85$  досягається при  $\varepsilon_{\min R} = 0,65$ . Параметри  $\varepsilon_{\min V}$  і  $\varepsilon_{\min R}$  практично не відрізняються, мінімальні значення об'єму і радіальних розмірів будуть

практично при однакових значеннях  $\varepsilon$ .

Об'єм радіальних стяжок визначається аналогічно до соленоїдів з круглими сегментними котушками [3] інтегруванням вздовж заокругленої частини котушки в межах зміни кута  $\theta_0 \leq \theta \leq \pi$ . Отже, отримаємо

$$V_{t1} = \frac{a^2 N}{\tilde{\sigma}_t} \int_{\theta_0}^{2\pi - \theta_0} f(\theta) d\theta = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R_1}{2\pi \tilde{\sigma}_t} \varepsilon_1^2 (\pi - \theta_0). \quad (27)$$

Горизонтальні стяжки знаходяться під дією зусилля розтягу збоку частини обмотки, розміщеної на відстані  $\rho = \rho_2$  відносно вертикальної осі. Інтегруючи об'єм однієї стяжки за довжиною прямолінійної ділянки котушки і враховуючи кількість котушок, отримуємо вираз

$$V_{t2} = \frac{a(1 + \cos \theta_0)N}{\tilde{\sigma}_t} \int f(l)dl = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R_1}{2\pi \tilde{\sigma}_t} \varepsilon_1^2 (\lambda_1 - 1) \frac{(1 + \cos \theta_0)}{1 + \varepsilon_1}. \quad (28)$$

На відміну від попереднього соленоїда з рейстреківими котушками, об'єм центральних стяжок визначається з врахуванням дії сил у вертикальному напрямі лише в межах кута  $\theta_0 \leq \theta \leq \pi$ . В результаті інтегрування знаходимо об'єм центральних стяжок

$$V_{t3} = \frac{hN}{\tilde{\sigma}_t} \int_{\theta_0}^{\pi} f \sin \theta dl = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R_1}{2\pi \tilde{\sigma}_t} \varepsilon_1 (\lambda_1 - 1) \ln \frac{1 + \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1 \cos \theta_0}. \quad (29)$$

Підсумовуючи значення в (26)...(28), отримуємо вираз для об'єму всіх типів стяжок, що зазнають зусилля розтягу. З врахуванням (10), (23) знайдемо

$$V_t = \frac{W}{\tilde{\sigma}_t} Q_t, Q_t = 1 + \frac{\varepsilon_1 (\lambda_1 - 1) (1 + \cos \theta_0) + \sin \theta_0 (1 + \varepsilon_1)}{(1 + \varepsilon_1) \left( \varepsilon_1 (\pi - \theta_0) - \sin \theta_0 + (\lambda_1 - 1) \ln \frac{1 + \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1 \cos \theta_0} \right)}. \quad (30)$$

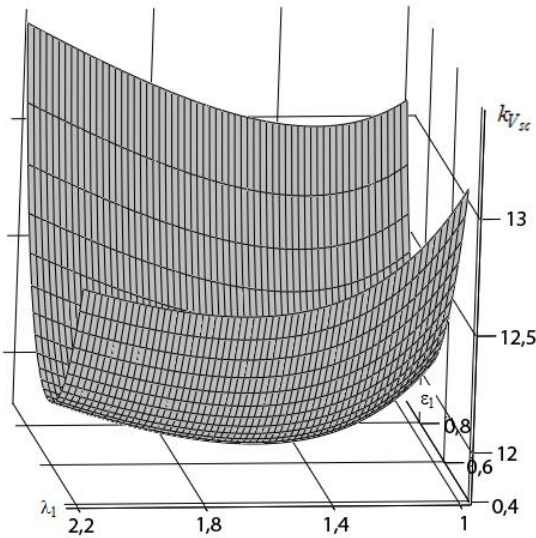


Рис. 7

Опорний циліндр складається з двох частин і зазнає напруження стиску: одна сприймає сили, які діють на прямі ділянки у верхній і нижній частинах котушки довжиною  $a \sin \theta_0$ , де відсутні радіальні стяжки, інша сприймає сили, що діють на прямолінійну ділянку довжиною  $h$ . Вираз для об'єму першої частини циліндра є таким же, як і для соленоїдів з сегментними котушками, і наведено в [11]:

$$V_{c1} = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R_1}{2\pi \tilde{\sigma}_c} \varepsilon_1 \sin \theta_0. \quad (31)$$

Визначимо об'єм опорного циліндра, на який опирається прямолінійна частина обмотки довжиною  $h$ . З боку кожної котушки на опорний циліндр діють сили, рівномірно розподілені по його висоті. В результаті для досліджуваної системи з

великою кількістю котушок в циліндрі створюються однорідні механічні напруження стиску  $\tilde{\sigma}_c = F_{\rho_2} N / 2\pi S_c$ , де  $S_c$  – площа перерізу циліндра. Об'єм опорного циліндра запишемо як

$$V_{c2} = 2\pi \rho_1 S_c = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R_1}{2\pi \tilde{\sigma}_c} \varepsilon_1^2 (\lambda_1 - 1) \frac{1 + \cos \theta_0}{1 + \varepsilon_1}. \quad (32)$$

Об'єм опорної системи, рівний сумі об'ємів  $V_c = V_{c1} + V_{c2}$ , враховуючи (2), (24), буде мати вид

$$V_c = \frac{W}{\tilde{\sigma}_c} Q_c, Q_c = \frac{\varepsilon_1 (\lambda_1 - 1) (1 + \cos \theta_0) + \sin \theta_0 (1 + \varepsilon_1)}{(1 + \varepsilon_1) \left( \varepsilon_1 (\pi - \theta_0) - \sin \theta_0 + (\lambda_1 - 1) \ln \frac{1 + \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1 \cos \theta_0} \right)}. \quad (33)$$

Порівнюючи вирази (30), (33), отримані незалежно один від одного, бачимо, що і у цьому випадку виконується умова (11).

Значення сумарного безрозмірного параметра  $Q$  для досліджуваного соленоїда з рейстреківими котушками при  $\lambda = \lambda_{\min V}$  наведено в таблиці. Слід зауважити, що у порівнянні з

торами з круглими, D-подібними та рейстреківими котушками з опорною системою в центрі тора, розглянутий соленоїд має найкращі характеристики і при збільшенні відносного перерізу тора  $\varepsilon$  об'єм утримуючої системи зменшується.

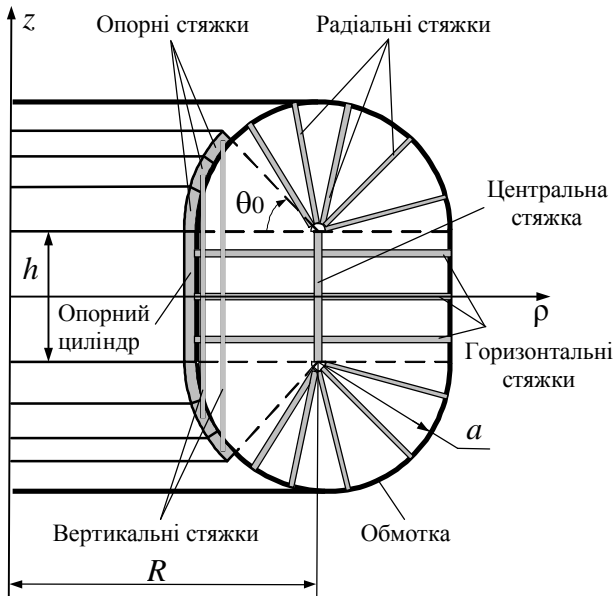


Рис. 8

**3. Тороїдальний накопичувач з рейстреківими котушками та опорними кільцями і опорним циліндром найменшого радіуса.** Розміщення опорного циліндра всередині соленоїда, як було зроблено в попередньому випадку, дало змогу зменшити об'єм утримуючої системи, тому доцільно розглянути ще один тип тороїдальних магнітних систем з опорним циліндром та опорними кільцями найменшого радіуса (рис. 8). Як і у попередньому випадку стяжки розміщені тільки в межах кута  $\theta_0 \leq \theta \leq \pi$  в заокругленій частині котушки. Для компенсації зусиль у вертикальному напрямі у частині обмотки, де відсутні радіальні стяжки, використано вертикальні стяжки у кожній окремій котушці.

У даному випадку обмотка є такою ж, як і в соленоїда з рейстреківими котушками і опорною системою в центрі тора, тому значення енергії

магнітного поля, індукції та довжини периметра котушок однакові і відповідно безрозмірні параметри  $k_R$  і  $k_{V_{sc}}$  можуть бути визначені з (13), (14). Значення параметрів  $k_R$ ,  $k_{V_{sc}}$  залежно від  $\varepsilon$  представлено на рис. 4 і 5 (криві 2).

Кут  $\theta_0$ , об'єм радіальних, горизонтальних та центральних стяжок знаходимо, як і для соленоїдів з сегментними котушками, за формулами (26)...(29) з урахуванням, що у цьому випадку  $\varepsilon_1 = \varepsilon = \frac{a}{R}$ ,  $\lambda_1 = \lambda = (2a + h)/2a$ .

Об'єм вертикальних стяжок визначаємо з умови рівноваги опорних кілець у вертикальному напрямі:

$$V_{t4} = N \int_{-\theta_0}^{\theta_0} l_{\parallel}(\theta) dS_2. \quad (34)$$

Необхідно врахувати, що не тільки вертикальна складова лінійної густини сил, але і довжина стяжок  $l_{\parallel}(\theta) = 2(a \sin \theta + h/2)$  залежать від кута  $\theta$ . Кожна стяжка сприймає напруження розтягу, рівне  $\sigma_t = \frac{f(\theta)ad\theta}{dS_2}$ , де  $dS_2$  – площа перерізу стяжки.

У результаті інтегрування виразу (34) отримаємо

$$V_{t4} = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R}{2\pi \tilde{\sigma}_t} \varepsilon^2 \left( \frac{\pi}{1 + \sqrt{1 - \varepsilon^2}} + \frac{\sin \theta_0}{\varepsilon} + \theta_0 - \pi + \frac{(\lambda - 1)}{\varepsilon} \ln \frac{1 - \varepsilon \cos \theta_0}{1 - \varepsilon} \right). \quad (35)$$

Для визначення об'єму стяжок підсумовуємо об'єми всіх типів стяжок  $V_t = V_{t1} + V_{t2} + V_{t3} + V_{t4}$  за умови  $\tilde{\sigma}_t = const$ . У результаті знайдемо

$$V_t = \frac{W}{\tilde{\sigma}_t} Q_t, Q_t = 1 + \frac{2\varepsilon^2(\lambda - 1) + \varepsilon(1 + \varepsilon) \sin \theta_0}{(1 + \varepsilon) \left( \pi(1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}) + \varepsilon(\lambda - 1) \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)}. \quad (36)$$

Визначення об'єму опорних кілець для торів з круглими котушками наведено в [11]. Відповідний вираз справедливий і для розрахунку досліджуваного соленоїда:

$$V_{c1} = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R}{2\pi \tilde{\sigma}_c} \varepsilon \sin \theta_0. \quad (37)$$

Об'єм опорного циліндра аналогічно системі з сегментними рейстреківими котушками визначимо за виразом (32).

У результаті об'єм опорної системи, що складається з суми  $V_c = V_{c1} + V_{c2}$ , з врахуванням (2), (12) буде

$$V_c = \frac{W}{\tilde{\sigma}_c} Q_c, Q_c = \frac{2\varepsilon^2(\lambda - 1) + \varepsilon(1 + \varepsilon)\sin \theta_0}{(1 + \varepsilon)\left(\pi(1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}) + \varepsilon(\lambda - 1)\ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}\right)}. \quad (38)$$

З порівняння виразів (36), (38) видно, що умова  $Q_t = 1 + Q_c$  тут також виконується.

Залежність значення безрозмірного параметра  $Q(\varepsilon, \lambda)$  при  $\lambda = \lambda_{\min V}$  наведено в таблиці. Для досліджуваної конструкції рейстреківих котушок з опорними кільцями та опорним циліндром найменшого радіуса з ростом відносного розміру перерізу тора  $\varepsilon$  об'єм конструкційних матеріалів утримуючої системи зменшується, тоді як для рейстреківих котушок з опорною системою в центрі тора він зростає. Разом з цим за величиною безрозмірного параметра  $Q$  тороїдальні системи з рейстреківими котушками сегментної форми мають трохи кращі показники.

**Висновки.** Порівняння безрозмірних параметрів, які характеризують радіальні розміри, об'єм надпровідної обмотки та об'єм механічної утримуючої системи, дає змогу вибрати найбільш оптимальну конфігурацію котушок, з яких складається тороїдальний соленоїд. Оскільки досліджуються практично всі основні масогабаритні параметри магнітної системи, то можна говорити, що підхід дає змогу комплексно оцінити показники кожної досліджуваної моделі.

У порівнянні з соленоїдами з круглими та D-подібними котушками тори з котушками рейстреківої форми мають найменші значення радіальних розмірів та об'єм механічної утримуючої системи. За величиною об'єму надпровідника вони наближаються до значень теоретичного мінімуму, який реалізується у D-торах, і мають кращі показники, ніж накопичувачі з круглими котушками. Серед соленоїдів з рейстреківими котушками найбільш оптимальними є тори з котушками сегментної форми, проте їх недоліком є наявність згину обмотки. Тому перспективними можуть бути соленоїди з опорними кільцями і опорним циліндром найменшого радіусу.

1. Авраменко В.М., Арістов Ю.В., Васецький Ю.М., Мазуренко І.Л., Черненко П.О. Деякі області ефективного використання надпровідних індуктивних накопичувачів енергії (НППН) в енергетичних системах України // Техн. електродинаміка. – 2008. – № 3. – С. 43–48.
2. Божко С.В. Применение сверхпроводящих накопителей электромагнитной энергии при решении задач повышения устойчивости энергосистем и улучшения качества электроэнергии // Промелектро. – 2002. – № 4. – С. 40–44.
3. Васецький Ю.М. Концепция тороидального индуктивного накопителя энергии со стяжками внутри тора для компенсации электродинамических сил в катушках // Відновлювана енергетика. – 2005. – № 2. – С. 100–107.
4. Ларионов Б.А., Спевакова Ф.М., Столов А.М., Азизов Э.А. Проблемы накопления и преобразования электромагнитной энергии в импульсных системах питания с индуктивными накопителями // Физика и техника мощных импульсных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – С. 66–104.
5. Якимец І.В., Дмитрієва Г.А. Сверхпроводниковые индуктивные накопители как средство управления перетоками активной мощности по межсистемным связям ЭЭС // Электричество. – 2003. – № 2. – С. 6–16.
6. Застосування надпровідних індуктивних накопичувачів енергії (НППН) для підвищення надійності та керованості передачі потужності енергооб'єднань: Звіт по НДР „Інтеграція” / Ін-т електродинаміки НАН України. – № 0107U000070. – Інв. № 0208U006899. – К.: ІЕД НАН України, 2008. – 160 с.

7. *Eyssa Y.M., Boom R.W.* Considerations of a Large Force Balanced Magnetic Energy Storage System // IEEE Trans. on Magnetics. – 1981. – Vol. 17. – N 1.– P. 460–462.
8. *Georgiyevskiy A., Ostrow S., Vasetsky Yu., Rotachov Yu.* Toroidal magnetic systems with tilted coils for superconducting magnetic energy storage (SMES) // Техн. електродинаміка. Темат. вип. «Проблеми сучасної електротехніки». – 2004. – Ч. 2. – С. 3–6.
9. *Hassenzahl W.V., Baker B.I., Keller W.E.* The economics of superconducting magnetic energy storage systems for load leveling: A comparison with other systems // Los Alamos National Laboratory. Rep. LA-5377-MS, Aug., 1973.
10. *Huang X., Eyssa Y.M., Abdelsalam M.K., El-Marazki L., Abdelmonsien M.H., Hilal M.A., Mcintosh G.E.* Structure optimization of space borne toroidal magnets // IEEE transactions on magnetics. – 1989. – Vol. 25. – N 2. – P. 1858–1861.
11. *Schoenung S.M., Meier W.R., Hassenzahl W.V.* A Comparison of Large-scale Toroidal and Solenoidal SMES System // IEEE Trans. on Magnetics. – 1991. – Vol. 27. – № 2. – P. 2324–2328.
12. *Thome R.J., Tarrh J.M.* MHD and Fusion Magnets. Field and Force Design Concepts. New York, A Wiley-Interscience publication, 1982. – 316 p.

УДК 621.355

**Ю.М. Васецкий<sup>1</sup>**, докт. техн. наук, **И.Л. Мазуренко<sup>2</sup>**, канд. техн. наук, **А.В. Павлюк<sup>3</sup>**, асп.

1–3 – Ин-т электродинамики НАН Украины,

пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина

#### **Тороидальные магнитные системы с катушками рейстрекковой формы**

*Исследованы тороидальные сверхпроводящие индуктивные накопители с катушками рейстрекковой формы и механической удерживающей системой, элементы которой расположены внутри тороидального объема. Выполнен параметрический анализ трех конфигураций магнитных систем, в результате которого выделены размерные и безразмерные параметры, связанные с радиальными размерами, объемом сверхпроводящей обмотки и объемом механической удерживающей системы. По этим параметрам выполнено сравнение разных магнитных систем с катушками рейстрекковой формы, а также с известными тороидальными системами с безмоментными и круглыми катушками. Показано, что по объему сверхпроводника системы с катушками рейстрекковой формы приближаются к теоретическому минимуму, который реализуется для тороидальных соленоидов с безмоментными D-образными катушками и имеют значительно меньшие значения по сравнению с круглыми катушками. Наименьшие радиальные размеры и объем механической удерживающей системы имеют соленоиды с катушками рейстрекковой формы. Библ. 12, рис. 8, таблица.*

**Ключевые слова:** сверхпроводящий индуктивный накопитель энергии, математическая модель, катушка рейстрекковой формы, механическая удерживающая система.

**Y.M.Vasetskyi<sup>1</sup>, I.L. Mazurenko<sup>2</sup>, A.V. Pavlyuk<sup>3</sup>**

1–3 – Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,

Peremogy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine

#### **Toroidal magnetic systems with racetrack-shaped coils**

*The toroidal superconducting magnetic energy storage with racetrack-shaped coils and with elements of mechanical support system located inside torus are examined. As a result of the parametrical analysis the dimensional and dimensionless parameters connected with radial sizes, volume of superconducting winding and volume of mechanical support system are selected. The parametrical analysis of three configurations of magnetic systems is carried out. On the base of the dimensionless parameters the different magnetic systems with racetrack-shaped coils as well as well-known systems with D-shaped and O-shaped coils are compared with each other. It is shown, that volume of superconductor material of system with racetrack-shaped coils approach to a theoretical minimum which is realised for toroidal solenoids with D-shaped coils and have considerably smaller values in comparison with O-shaped coils. The least values of radial sizes and volume of mechanical support system have solenoids with racetrack-shaped coils. References 12, figures 8, table.*

**Key words:** superconducting magnetic energy storage, mathematical model, racetrack-shaped coil, support system.

Надійшла 28.07.2011

Received 28.07.2011