

БАЛАНС МОЩНОСТЕЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С КЛЮЧЕВЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

В.А. Новский¹, канд. техн. наук, **Б.К. Жарский**², канд. техн. наук, **В.В. Голубев**³, канд. техн. наук
1, 2, 3 – Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина

Представлены результаты теоретических исследований по обеспечению баланса полной мощности и ее составляющих в электрических цепях с ключевыми преобразователями. Показано, что для выполнения баланса необходимо обязательно «вводить» ключевые элементы в энергообменные процессы, протекающие в таких цепях. Библиограф. 20, рис. 3.

Ключевые слова: электрическая цепь, баланс мощностей, электронный ключевой элемент, ряд Фурье, коммутационная функция.

Основной энергетической характеристикой любой электрической цепи является мощность, причем при наличии в цепи ключевого элемента (силового транзистора, тиристора и др.) полная мощность (модуль комплексной мощности) на входе ключевого преобразователя не равна полной мощности на его выходе. Несмотря на достаточно большое количество публикаций, посвященных развитию теории мощности и энергии в цепях с несинусоидальными кривыми токов и напряжений, которая основана на спектральном (рядов Фурье) и интегральном методах определения мощностей, окончательного ответа на вопросы о сохранении баланса полных мощностей и их составляющих в таких цепях, а также на каких участках (элементах) последних выделяются эти составляющие нет до сих пор [1, 4, 5, 8–11, 15, 17–20].

Сложившаяся ситуация, на наш взгляд, обусловлена тем, что поскольку мгновенная мощность в любой момент времени на ключевом элементе равна нулю, некоторыми исследователями делается некорректный вывод о том, что и любая иная мощность на ключе отсутствует. Однако необходимо указать на то, что интегральные составляющие полной мощности «выделяются» на ключевых элементах, т.е. последние, как и любые другие пассивные элементы (резистор, реактор, конденсатор...), в обязательном порядке должны учитываться при анализе электромагнитных и энергетических процессов в электрических цепях с ключевыми элементами. В противном случае в таких цепях не обеспечивается баланс полной мощности и ее составляющих.

Данная работа является развитием идеи, изложенной в статьях [12, 18], о том, что для обеспечения баланса мощностей в системах с ключевыми и вентильными элементами при соответствующих расчетах необходимо учитывать мощности, которые выделяются на ключевых элементах преобразовательной схемы. Если же их исключить из процесса энергооб-

мена в ней, то достичь баланса мощностей (и энергий в целом) в этом случае не представляется возможным.

Целью данной статьи является необходимость дополнительно привлечь внимание специалистов в области преобразовательной техники к проблеме обеспечения баланса мощностей в электрических цепях с ключевыми элементами, поскольку она имеет важное значение при анализе процессов генерирования и потребления электрической энергии в системах электроснабжения общего и специального

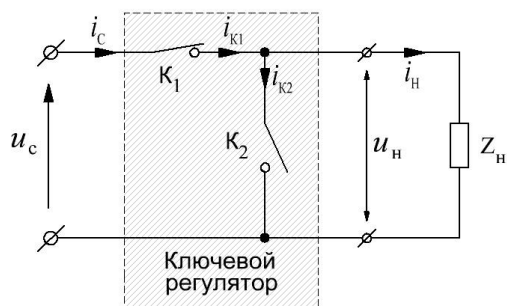


Рис. 1

назначения.

На примере двухключевого импульсного преобразователя переменного напряжения (рис. 1) проведем анализ протекающих в нем электромагнитных процессов для иллюстрации приведенных выше положений относительно выполнения баланса мощностей в электрических цепях с ключевыми элементами [2, 3, 7]. На рис. 2 и 3 показаны соответствующие графики изменения напряжений и коммутационных функций (КФ), например, при фазовом способе импульсного регулирования напряжения со сдвигом по основной гармонике, которые поясняют режимы работы данного ключевого регулятора.

На представленных графиках α – угол, соответствующий времени открытого состояния ключа К1 ($0 < \alpha < \pi$), а «продольный» К1 и «поперечный» К2 ключи переключаются в противофазе. Ключ К2 необходим для шунтирования («закоротки») реактивной нагрузки на время отключения ее с помощью ключа К1 от питающей сети (при активной нагрузке ключ К2 ток не проводит).

Кривую выходного напряжения преобразователя $u_H(\omega t)$ можно разложить в ряд Фурье:

$$u_H(\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_{nu_H} \cos(n\omega t) + b_{nu_H} \sin(n\omega t)],$$

где коэффициенты разложения a_{nu_H} и b_{nu_H} в зависимости от изменения угла выключения α К1 при симметричном управлении ключами определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} a_{nu_H} &= \frac{1 - (-1)^n}{2\pi} U_m \left\{ \frac{1 - \cos[(n+1)\alpha]}{n+1} - \frac{1 - \cos[(n-1)\alpha]}{n-1} \right\}; \\ b_{nu_H} &= \frac{1 - (-1)^n}{2\pi} U_m \left\{ \frac{\sin[(n-1)\alpha]}{n-1} - \frac{\sin[(n+1)\alpha]}{n+1} \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Откуда для основной гармоники после раскрытия неопределенностей имеем

$$a_{1u_H} = U_m \left[\frac{1 - \cos 2\alpha}{2\pi} \right]; \quad b_{1u_H} = U_m \left[\frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{2\pi} \right], \quad (2)$$

причем $a_0 = 0$ для симметричного регулирования напряжения (рис. 2).

Коммутационная функция Φ_{K1} записывается в виде следующего ряда Фурье:

$$\Phi_{K1} = \frac{\alpha}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n}{n\pi} \{ \sin(n\alpha) \cos(n\omega t) + [1 - \cos(n\alpha)] \sin(n\omega t) \}, \quad (3)$$

коэффициенты разложения которого таковы:

$$\alpha_0 = \frac{2\alpha}{\pi}; \quad \alpha_n = \frac{1 + (-1)^n}{n\pi} \sin(n\alpha); \quad \beta_n = \frac{1 + (-1)^n}{n\pi} [1 - \cos(n\alpha)]. \quad (4)$$

Для коммутационной функции Φ_{K2} справедливо выражение

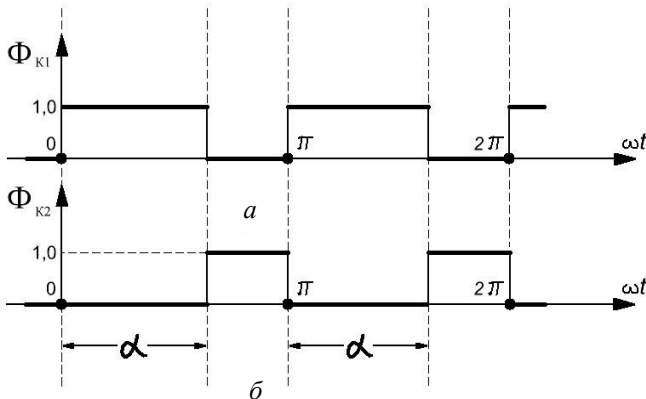


Рис. 2

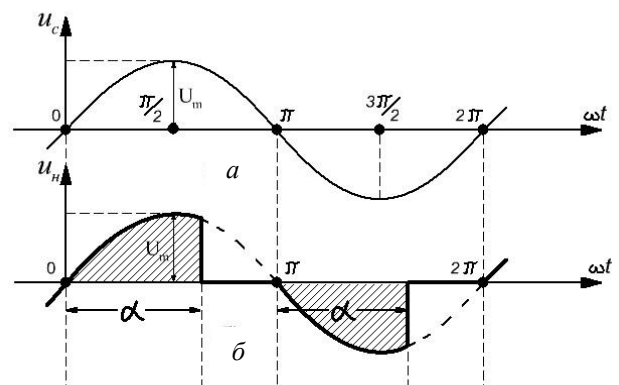


Рис. 3

$$\Phi_{K2} = 1 - \Phi_{K1} = \left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n}{n\pi} \{ \sin(n\alpha) \cos(n\omega t) + [1 - \cos(n\alpha)] \sin(n\omega t) \}, \quad (5)$$

коэффициенты разложения которого следующие:

$$\alpha'_0 = 2 \left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right); \quad \alpha'_n = -\frac{1 + (-1)^n}{n\pi} \sin(n\alpha); \quad \beta'_n = -\frac{1 + (-1)^n}{n\pi} [1 - \cos(n\alpha)]. \quad (6)$$

Для активно-индуктивной нагрузки протекающий через нее ток i_H можно с учетом (1) записать в виде следующего ряда:

$$i_H = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{a_{nu_H}}{z_{nH}} \cos(n\omega t + \varphi_n) + \frac{b_{nu_H}}{z_{nH}} \sin(n\omega t + \varphi_n) \right], \quad (7)$$

где полное сопротивление нагрузки для n -й гармоники

$$z_{nH} = z_{1H} \sqrt{\cos^2 \varphi + n^2 \sin^2 \varphi} = z_{1H} \sin \varphi \sqrt{n^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi}, \quad (8)$$

причем φ – фазовый угол сопротивления нагрузки Z_{1H} для основной частоты.

Отсюда после подстановки выражения (8) в (7) имеем

$$i_H = \frac{I_m}{\sin \varphi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\bar{a}_{nu_H} \cos(n\omega t + \varphi_n)}{\sqrt{n^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi}} + \frac{\bar{b}_{nu_H} \sin(n\omega t + \varphi_n)}{\sqrt{n^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi}} \right], \quad (9)$$

где

$$I_m = U_m / |z_{1H}|; \quad \bar{a}_{nu_H} = \frac{a_{nu_H}}{U_m}; \quad \bar{b}_{nu_H} = \frac{b_{nu_H}}{U_m}. \quad (10)$$

Фазовые сдвиги токов высших гармоник нагрузки определяются следующими выражениями:

$$\cos \varphi_{ni_H} = \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\sqrt{n^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi}}; \quad \sin \varphi_{ni_H} = \frac{n}{\sqrt{n^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi}}. \quad (11)$$

Приведем выражение (9) к следующему виду:

$$i_H = \sum_{n=1}^{\infty} [a_{ni_H} \cos(n\omega t) + b_{ni_H} \sin(n\omega t)], \quad (12)$$

причем $a_0 = 0$, а коэффициенты a_{ni_H} и b_{ni_H} в последнем выражении определим с учетом принципа единственности разложения функции в ряд Фурье [14] и выражения (9):

$$a_{ni_H} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_H(\omega t) \cos(n\omega t) d(n\omega t) = \frac{I_m (n\bar{b}_{nu_H} + \bar{a}_{nu_H} \operatorname{ctg} \varphi)}{\sin \varphi (n^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi)}; \quad (13)$$

$$b_{ni_H} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_H(\omega t) \sin(n\omega t) d(n\omega t) = \frac{I_m (\bar{b}_{nu_H} \operatorname{ctg} \varphi - n\bar{a}_{nu_H})}{\sin \varphi (n^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi)}. \quad (14)$$

Мгновенное значение тока сети i_C определяется с учетом (3), (4) и (12) по формуле

$$i_C = i_H \cdot \Phi_{K1}. \quad (15)$$

Воспользовавшись правилом умножения рядов Фурье [6], получим из (15) новый ряд

$$i_C = \frac{A_0}{2} + \sum_{N=1}^{\infty} [A_{Ni_C} \cos(N\omega t) + B_{Ni_C} \sin(N\omega t)], \quad (16)$$

в котором для случая симметричного регулирования (рис. 2) коэффициент $A_0=0$.

Коэффициенты A_{Ni_C} и B_{Ni_C} этого ряда определим также по формулам умножения рядов Фурье. Например, для коэффициента A_{Ni_C} справедливо

$$A_{Ni_C} = \frac{a_0 \alpha_N + \alpha_0 a_{Ni_H}}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} [a_{ni_H} (\alpha_{n+N} + \alpha_{n-N}) + b_{ni_H} (\beta_{n+N} + \beta_{n-N})] - \lim_{n \rightarrow N} \left(\frac{a_{ni_H} \alpha_{n-N} + b_{ni_H} \beta_{n-N}}{2} \right). \quad (17)$$

Подставив соответствующие значения коэффициентов в последнюю формулу, после синтеза рядов получим

$$A_{Ni_c} = I_m \left\{ \frac{\bar{a}_{Nu_H} \operatorname{ctg} \varphi - \bar{b}_{Nu_H}}{2 \sin \varphi (N^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi)} + \frac{\bar{a}_{Nu_H} \cos \varphi}{2} - \frac{[1 - (-1)^N] \sin \varphi}{4\pi} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{\sin(N+1)\alpha}{N+1} + \frac{\sin(N-1)\alpha}{N-1} \right] + \Delta_{NA} \right\}, \quad (18)$$

где

$$\Delta_{NA} = \frac{1 - (-1)^N}{2\pi(N^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi)} \left\{ \left[\frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} - \cos \varphi [\cos \alpha + \cos(N\alpha)] - \sin \varphi [\sin \alpha - N \sin(N\alpha)] \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{\operatorname{ch}[(\alpha - \pi) \operatorname{ctg} \varphi] - \operatorname{ch}(\alpha \operatorname{ctg} \varphi)}{\operatorname{sh}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)} + [\sin(\alpha - \varphi) N \sin(N\alpha) + \cos(\alpha - \varphi) \cos(N\alpha) + \cos \varphi - \right. \\ \left. - \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} \cos(N\alpha)] \times \frac{\operatorname{ch}(\pi \operatorname{ctg} \varphi) - 1}{\operatorname{sh}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)} + \left\{ \cos \varphi [\cos(N\alpha) - \cos \alpha] + \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} - \sin \varphi [\sin \alpha + \right. \right. \\ \left. \left. + N \sin(N\alpha)] \right\} \times \frac{\operatorname{sh}(\alpha \operatorname{ctg} \varphi) - \operatorname{sh}[(\alpha - \pi) \operatorname{ctg} \varphi]}{\operatorname{sh}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)} \right\}. \quad (19)$$

Отметим, что для чисто активной нагрузки (при $\varphi = 0$) $\Delta_{NA} = 0$, а для чисто индуктивной нагрузки (при $\varphi = \pi/2$)

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi/2} \Delta_{NA} = \frac{1 - (-1)^N}{2\pi} \cdot \frac{\sin(N\alpha)}{N}, \quad (20)$$

т.е.

$$A_{Ni_c} = I_m \left\{ \frac{1 - (-1)^N}{2\pi} \cdot \frac{\sin(N\alpha)}{N} - \frac{\bar{b}_{Nu_H}}{2\pi} - \frac{1 - (-1)^N}{4\pi} \left\{ \frac{\sin[(N+1)\alpha]}{N+1} + \frac{\sin[(N-1)\alpha]}{N-1} \right\} \right\}. \quad (21)$$

Для основной гармоники ($N=1$) при произвольном значении фазного угла нагрузки имеем

$$A_{i_c} = I_m \left\{ a_{1u_H} \cos \varphi + \sin \varphi \left[(\sin \alpha - \cos \alpha \sin 2\varphi) \frac{\operatorname{ch}[(\alpha - \pi) \operatorname{ctg} \varphi] - \operatorname{ch}(\alpha \operatorname{ctg} \varphi)}{\pi \operatorname{sh}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)} + \right. \right. \\ \left. \left. + (\sin 2\varphi - \frac{\sin 2\alpha}{2}) \frac{\operatorname{ch}(\pi \operatorname{ctg} \varphi) - 1}{\pi \operatorname{sh}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)} + \sin \alpha \cos 2\varphi \frac{\operatorname{sh}[(\alpha - \pi) \operatorname{ctg} \varphi] - \operatorname{sh}(\alpha \operatorname{ctg} \varphi)}{\pi \operatorname{sh}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)} - \frac{\alpha}{\pi} \right] \right\}. \quad (22)$$

В случае подключения чисто индуктивной нагрузки из выражения (22) следует

$$A_{i_c} = I_m \left(\frac{\sin \alpha - \alpha}{\pi} \right). \quad (23)$$

Мгновенное значение тока i_{K1} , протекающего в ключе К1 (рис. 1), равно мгновенному значению тока сети i_C на входе преобразователя, т.е. $i_C = i_{K1}$.

Мгновенное значение тока i_{K2} , протекающего в ключе К2, с учетом (5), (6) и (12) определяется из следующего выражения:

$$i_{K2} = i_H \cdot \Phi_{K2}. \quad (24)$$

Вследствие того, что для Φ_{K2} коэффициенты α'_n и β'_n имеют противоположные знаки по сравнению с α_n и β_n для Φ_{K1} , и что

$$\lim_{n \rightarrow N} \frac{a_{ni_H} \cdot [-\alpha_{n-N}]}{2} = -\frac{\alpha}{\pi} a_{Ni_H}, \quad (25)$$

коэффициент $A_{Ni_{K2}}$ определится следующим образом:

$$A_{Ni_{K2}} = \bar{a}_{Ni_H} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \bar{a}_{ni_H} [\alpha_{n+N} + \alpha_{n-N}] + \bar{b}_{ni_H} [\beta_{n+N} + \beta_{n-N}] \right\}. \quad (26)$$

Заметим, что коэффициент $A_{Ni_{k2}}$ можно также определить согласно работе [16] как сумму модулей квазикомплексных величин:

$$A_{Ni_{k2}} = A_{Ni_H} - A_{Ni_C}. \quad (27)$$

Поскольку в выражении (26) второе слагаемое под суммой равно второму слагаемому в (17) с противоположным знаком, коэффициент $A_{Ni_{k2}}$ определится из следующего выражения:

$$A_{Ni_{k2}} = I_m \left\{ \frac{\bar{a}_{Nu_H} \operatorname{ctg} \varphi - N \bar{b}_{Nu_H}}{2 \sin \varphi (N^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi)} - \frac{\bar{a}_{Nu_H} \cos \varphi}{2} + \frac{\sin \varphi [1 - (-1)^N]}{4\pi} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{\sin(N+1)\alpha}{N+1} + \frac{\sin(N-1)\alpha}{N-1} \right] - \Delta_{NA} \right\}. \quad (28)$$

Для тока основной гармоники, протекающего в ключе К2, имеем

$$A_{i_{k2}} = I_m \left\{ \frac{\sin 2\alpha}{2\pi} \sin \varphi - \sin^2 \varphi \left[(\sin \alpha - \cos \alpha \sin 2\varphi) \frac{\operatorname{ch}[(\alpha - \pi) \operatorname{ctg} \varphi] - \operatorname{ch}(\alpha \operatorname{ctg} \varphi)}{\pi \operatorname{sh}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)} + \right. \right. \\ \left. \left. + (\sin 2\varphi - \frac{\sin 2\alpha}{2}) \frac{\operatorname{ch}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)}{\pi \operatorname{sh}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)} + \sin \alpha \cos 2\varphi \frac{\operatorname{sh}[(\alpha - \pi) \operatorname{ctg} \varphi] - \operatorname{sh}(\alpha \operatorname{ctg} \varphi)}{\pi \operatorname{sh}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)} \right] \right\}. \quad (29)$$

Для чисто индуктивной нагрузки ($\varphi = \pi/2$) примет вид

$$A_{Ni_{k2}} = I_m \left\{ \frac{1 - (-1)^N}{4\pi} \left[\frac{\sin[(N+1)\alpha]}{N+1} + \frac{\sin[(N-1)\alpha]}{N-1} \right] - \frac{\bar{b}_{Nu_H}}{2N} - \frac{1 - (-1)^N}{2\pi} \cdot \frac{\sin(N\alpha)}{N} \right\}, \quad (30)$$

а для тока основной гармоники в ключе К2 соответственно

$$A_{i_{k2}} = I_m \left(\frac{\sin 2\alpha - 2 \sin \alpha}{2\pi} \right). \quad (31)$$

Аналогичным образом определим значение коэффициента B_{Ni_C} тока сети i_C (на входе преобразователя). Учитывая, что в этом случае $a_0 = 0$ и $\alpha_{n-N} = \alpha_0$, получаем

$$B_{Ni_C} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \{ a_{ni_H} [\beta_{n+N} - \beta_{n-N}] - b_{ni_H} [\alpha_{n+N} - \alpha_{n-N}] \}, \quad (32)$$

где коэффициенты a_{ni_H} и b_{ni_H} определяются из выражений (13) и (14), а коэффициенты α_0 , α_n и β_n – из выражений (4). Подставив эти величины в (32), после необходимых преобразований получим

$$B_{Ni_C} = I_m \left\{ \frac{\bar{b}_{Nu_H} \operatorname{ctg} \varphi + N \bar{a}_{Nu_H}}{2 \sin \varphi (N^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi)} + \frac{\bar{b}_{Nu_H} \cos \varphi}{2} - \frac{\sin \varphi [1 - (-1)^N]}{4\pi} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{1 - \cos(N+1)\alpha}{N+1} + \frac{1 - \cos(N-1)\alpha}{N-1} \right] + \Delta_{NB} \right\}, \quad (33)$$

где

$$\Delta_{NB} = \frac{[1 - (-1)^N] \sin \varphi}{2 \sin \varphi (N^2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi)} \{ [\operatorname{ctg} \varphi [N \sin \alpha + \sin(N\alpha)] + N[\cos(N\alpha) - \cos \alpha] \} \times \\ \times \frac{\operatorname{ch}[(\alpha - \pi) \operatorname{ctg} \varphi] - \operatorname{ch}(\alpha \operatorname{ctg} \varphi)}{\operatorname{sh}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)} + [\operatorname{ctg} \varphi [N \sin \alpha - \sin(N\alpha)] - N[\cos \alpha + \cos(N\alpha)]] \times \\ \times \frac{\operatorname{ch}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)}{\operatorname{sh}(\pi \operatorname{ctg} \varphi)} + \{ \cos \varphi [\cos(N\alpha) - \cos \alpha] + \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} - \sin \varphi [\sin \alpha + N \sin(N\alpha)] \} \times$$

$$\times \frac{\text{ch}[(\alpha - \pi)\text{ctg}\varphi] - \text{ch}(\alpha\text{ctg}\varphi)}{\text{sh}(\pi\text{ctg}\varphi)} + \left\{ \left[N + N \cos \alpha \cos(N\alpha) \right] - \text{ctg}^2 \varphi \sin \alpha \sin(N\alpha) + \right. \\ \left. + \text{ctg}\varphi \cos \alpha \sin(N\alpha) - N \sin \alpha \cos(N\alpha) \right] \frac{\text{ch}(\pi\text{ctg}\varphi) - 1}{\text{sh}(\pi\text{ctg}\varphi)} \left. \right\}. \quad (34)$$

Для основной гармоники входного тока i_{1C} коэффициент B_{1i_c} определяется по формуле

$$B_{1i_c} = I_m \cos \varphi \left\{ \bar{b}_{1u_H} + 2 \sin^2 \varphi \sin \alpha \frac{\text{sh}[(\alpha - \pi)\text{ctg}\varphi] - \text{sh}(\alpha\text{ctg}\varphi)}{\pi \text{sh}(\pi\text{ctg}\varphi)} - \right. \\ \left. - 2 \sin^2 \varphi \text{tg}\varphi \cos \alpha \frac{\text{ch}[(\alpha - \pi)\text{ctg}\varphi] - \text{ch}(\alpha\text{ctg}\varphi)}{\pi \text{sh}(\pi\text{ctg}\varphi)} + \text{tg}\varphi (\cos^2 \alpha - \cos 2\varphi) \frac{\text{ch}(\pi\text{ctg}\varphi) - 1}{\pi \text{sh}(\pi\text{ctg}\varphi)} \right\}. \quad (35)$$

Для нахождения коэффициента $B_{Ni_{k2}}$ тока i_{k2} в ключе К2 можно по аналогии с выражением (27) записать

$$B_{Ni_{k2}} = B_{Ni_H} - B_{Ni_c}, \quad (36)$$

откуда с учетом (14) и (33) получим

$$B_{Ni_{k2}} = I_m \left\{ \frac{\bar{b}_{nu_H} \text{ctg}\varphi + N \bar{a}_{nu_H}}{2 \sin \varphi (N^2 + \text{ctg}^2 \varphi)} - \frac{\bar{b}_{nu_H} \cos \varphi}{2} + \frac{\sin \varphi [1 - (-1)^N]}{4\pi} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{1 - \cos(N+1)\alpha}{N+1} + \frac{1 - \cos[(N-1)\alpha]}{N-1} \right] - \Delta_{NB} \right\}. \quad (37)$$

Для определения коэффициента $B_{1i_{k2}}$ основной гармоники тока в ключе К2 можно записать следующее выражение:

$$B_{1i_{k2}} = I_m \left\{ \bar{a}_{1u_H} \sin \varphi - \cos \varphi \left[2 \sin^2 \varphi \sin \alpha \frac{\text{ch}[(\alpha - \pi)\text{ctg}\varphi] - \text{ch}(\alpha\text{ctg}\varphi)}{\pi \text{sh}(\pi\text{ctg}\varphi)} - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \sin^2 \varphi \text{tg}\varphi \cos \alpha \frac{\text{ch}[(\alpha - \pi)\text{ctg}\varphi] - \text{ch}(\alpha\text{ctg}\varphi)}{\pi \text{sh}(\pi\text{ctg}\varphi)} + \text{tg}\varphi (\cos^2 \alpha - \cos 2\varphi) \frac{\text{sh}(\pi\text{ctg}\varphi) - 1}{\pi \text{sh}(\pi\text{ctg}\varphi)} \right] \right\}. \quad (38)$$

Полученные коэффициенты рядов Фурье, соответствующих мгновенным значениям токов i_C (i_{k1}), i_{k2} и i_H во всех ветвях рассматриваемой схемы, необходимы для нахождения основных интегральных и энергетических характеристик ключевых преобразователей при регулировании выходного напряжения со сдвигом по основной гармонике.

Действующее значение входного тока преобразователя согласно равенству Парсевала можно определить из выражения

$$I_C = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \sum_{N=1}^{\infty} (A_{Ni_c}^2 + B_{Ni_c}^2)},$$

где A_{Ni_c} и B_{Ni_c} – коэффициенты ряда Фурье (16), соответствующего мгновенному значению тока сети. Они определяются из выражений (18) и (19), а также (33) и (34).

После соответствующих подстановок в последнюю формулу, тригонометрических преобразований и гармонического синтеза получим в окончательном виде для импульсного регулирования напряжения со сдвигом по основной гармонике

$$I_C = I \sqrt{\bar{B}_{1i_c} \cos \varphi - \bar{A}_{1i_c} \sin \varphi}, \quad (39)$$

где $\bar{B}_{1i_c} = B_{1i_c} / I_m$ и $\bar{A}_{1i_c} = A_{1i_c} / I_m$ – нормированные коэффициенты ряда Фурье, соответствующего основной гармонике тока сети, которые вычисляются с помощью выражений (22) и (35), $I = I_m / \sqrt{2}$.

Полная мощность на входе ключевого преобразователя определяется произведением действующих значений входного тока I_C и напряжения питающей сети $U = U_m / \sqrt{2}$:

$$S_C = UI \sqrt{\bar{B}_{1ic} \cos \varphi - \bar{A}_{1ic} \sin \varphi}. \quad (40)$$

Вследствие того, что активная и реактивная мощности отдаются питающей сетью только на основной гармонике [13], $P_C = P_{1C}$ и $Q_C = Q_{1C}$, имеем

$$P_C = UI \cdot \bar{B}_{1ic}; \quad (41)$$

$$Q_C = UI \cdot \bar{A}_{1ic}. \quad (42)$$

Если принять, что $S_C^2 = P_C^2 + Q_C^2 + T_C^2$, мощность искажения сети T_C можно определить по формуле

$$T_C = UI \sqrt{\bar{B}_{1ic} (\cos \varphi - \bar{B}_{1ic}) - \bar{A}_{1ic} (\sin \varphi + \bar{A}_{1ic})}. \quad (43)$$

Поскольку действующее значение тока нагрузки I_H ключевого регулятора с учетом выражений (12)...(14) имеет вид

$$I_H = I \sqrt{\bar{B}_{1ic} / \cos \varphi}, \quad (44)$$

а действующее значение напряжения нагрузки с учетом выражений (1) и (2) равно

$$U_H = U \sqrt{\bar{b}_{1u_H}}, \quad (45)$$

где $\bar{b}_{1u_H} = b_{1u_H} / U_m$ – нормированный (приведенный) синусный коэффициент ряда Фурье, соответствующего основной гармонике напряжения нагрузки, и определяется из выражения (2), т.е. $b_{1u_H} = U_m \left(\frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{2\pi} \right)$. Тогда полная мощность, выделяемая в нагрузке, определяется следующим образом:

$$S_H = UI \sqrt{\bar{B}_{1ic} \cdot \bar{b}_{1u_H} / \cos \varphi}. \quad (46)$$

Поскольку в данном случае нагрузка Z_H является линейной, то потребляемая ею реактивная мощность равна

$$Q_H = \sqrt{S_H^2 - P_C^2} = UI \sqrt{\bar{b}_{1u_H} \cdot \left(\frac{\bar{B}_{1ic}}{\cos \varphi} \right) - \bar{B}_{1ic}^2}. \quad (47)$$

Активная мощность, отдаваемая питающей сетью, равна активной мощности, потребляемой нагрузкой:

$$P_C = P_H = UI \cdot \bar{B}_{1ic}. \quad (48)$$

Неактивные составляющие полной мощности нагрузки:

$$\sqrt{Q_H^2 + T_H^2} = \sqrt{S_H^2 - P_H^2} = UI \sqrt{\bar{B}_{1ic} \cdot \left(\frac{\bar{b}_{1u_H}}{\cos \varphi} - \bar{B}_{1ic} \right)}.$$

Коэффициент мощности преобразователя равен отношению активной мощности нагрузки P_H к полной S_C на его входе, т.е.

$$\lambda = \frac{P_H}{S_C} = \frac{\bar{B}_{1ic}}{\sqrt{\bar{B}_{1ic} \cos \varphi - \bar{A}_{1ic} \sin \varphi}} = v \cos \varphi, \quad (49)$$

и характеризует эффективность использования электрической энергии полупроводниковым преобразователем, т.е. чем ближе λ к единице, тем эффективнее используется энергия питающей сети.

В последней формуле v – коэффициент искажения тока сети:

$$v = \frac{I_{1c}}{I_c} = \sqrt{(\bar{A}_{1ic}^2 + \bar{B}_{1ic}^2) / (\bar{B}_{1ic} \cos \varphi - \bar{A}_{1ic} \sin \varphi)}.$$

Коэффициент сдвига основной гармоники тока сети:

$$\cos \varphi_{1i_c} = \bar{B}_{1i_c} / \sqrt{\bar{A}_{1i_c}^2 + \bar{B}_{1i_c}^2}.$$

Сравнив формулы (40) и (46) для определения полных мощностей сети S_C и нагрузки S_H соответственно, можно сделать вывод об отсутствии равенства этих величин, т.е. о формальном отсутствии баланса полных мощностей на входе и выходе ключевого преобразователя.

Для того чтобы достичь баланса указанных мощностей в рассматриваемой схеме, необходимо учесть полные мощности ее ключей К1 и К2. Для этого запишем соотношения между действующими значениями токов в цепях данного преобразователя и покажем зависимость между полными мощностями сети, нагрузки и ключей К1 и К2.

Поскольку для токов ключей i_{k1} и i_{k2} справедливы выражения (15) и (24)

$$\left. \begin{aligned} i_{k1} &= i_H \Phi_{k1} \\ i_{k2} &= i_H \Phi_{k2} \end{aligned} \right\}, \quad (50)$$

с учетом свойств единичных КФ

$$\Phi_{k1} + \Phi_{k2} = 1, \quad \Phi_{k1} \cdot \Phi_{k2} = 0, \quad (\Phi_{kj})^2 = \Phi_{kj}$$

и равенства $i_c = i_{k1}$ из (50) получим

$$i_c + i_{k2} = i_H (\Phi_{k1} + \Phi_{k2})$$

или

$$i_H = i_c + i_{k2}, \quad \text{т.е.} \quad i_H = i_H \Phi_{k1} + i_H \Phi_{k2}. \quad (51)$$

Последние выражения указывают на то, что при проводящем К1 (ключ К2 разомкнут) ток сети равен току нагрузки, а при включенном К2 (ключ К1 разомкнут) ток нагрузки равен току ключа К2.

Возведя в квадрат токи, определяемые выражением (51), получим

$$i_H^2 = i_c^2 \Phi_{k1}^2 + 2i_c i_{k2} \Phi_{k1} \Phi_{k2} + i_{k2}^2 \Phi_{k2}^2.$$

Учитывая указанные свойства единичных КФ и выражений (15) и (50), из последнего выражения следует

$$i_c^2 = i_H^2 - i_{k2}^2. \quad (52)$$

Для действующих значений токов сети, нагрузки и ключа К2 справедливы следующие формулы:

$$I_C = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_c^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (i_H \Phi_{k1})^2 dt}; \quad I_H = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_H^2 dt}; \quad I_{K2} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (i_H \Phi_{k2})^2 dt}.$$

Воспользовавшись этими формулами и проинтегрировав правую и левую части выражения (52), получим соотношение между действующими значениями искомых токов в ветвях цепи преобразователя:

$$I_C^2 = I_H^2 - I_{K2}^2. \quad (53)$$

После умножения каждого из токов в формуле (53) на соответствующую величину U_C^2 , выраженную через действующее значение напряжений на нагрузке U_H и поперечном

ключе U_{K2} , т.е. $U_C = \frac{U_H}{\sqrt{b_{1u_n}}}$ и $U_C = \frac{U_{K2}}{\sqrt{b_{1u_n}}}$,

имеем

$$(U_C I_C)^2 = \left(\frac{U_H I_H}{\sqrt{b_{1u_n}}} \right)^2 - \left(\frac{U_{K2} I_{K2}}{\sqrt{b_{1u_n}}} \right)^2.$$

Из последнего выражения следует соотношение для соответствующих полных мощностей

$$\bar{b}_{1u_n} \cdot S_C^2 = S_H^2 - S_{K2}^2. \quad (54)$$

Поскольку для полной мощности продольного ключа S_{K1} с учетом того, что

$$U_{K1} = U_C \cdot \sqrt{1 - \bar{b}_{1u_n}}$$

можно записать

$$S_{K1}^2 = S_C^2 \cdot (1 - \bar{b}_{1u_n}), \quad (55)$$

то с учетом выражений (54) и (55) в окончательном виде имеем

$$S_C^2 = S_H^2 + S_{K1}^2 - S_{K2}^2. \quad (56)$$

Данная формула (56) отражает наличие баланса полных мощностей в двухключевой схеме рассматриваемого преобразователя и будет использована в дальнейшем.

Полная мощность продольного ключа K1 равна произведению действующих значений протекающего через него тока I_{K1} и приложенного к нему напряжения U_{K1} . С учетом выражений

$$\left. \begin{aligned} I_{K1} &= I_C = I \sqrt{B_{1i_c} \cos \varphi - \bar{A}_{1i_c} \sin \varphi}, \\ U_{K1} &= U \sqrt{1 - \bar{b}_{1u_n}} \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

полная мощность ключа K1 определяется следующим образом:

$$S_{K1} = UI \sqrt{(1 - \bar{b}_{1u_n})(B_{1i_c} \cos \varphi - \bar{A}_{1i_c} \sin \varphi)}. \quad (58)$$

Аналогично полная мощность ключа K2 определяется произведением действующих значений протекающего через него тока I_{K2} и приложенного к нему напряжения U_{K2} с учетом выражения (53):

$$\left. \begin{aligned} I_{K2} &= \sqrt{I_H^2 - I_C^2} = I \sqrt{\frac{B_{1i_c}}{\cos \varphi} - (B_{1i_c} \cos \varphi - \bar{A}_{1i_c} \sin \varphi)} \\ U_{K2} &= U \sqrt{\bar{b}_{1u_n}} \end{aligned} \right\}. \quad (59)$$

Следовательно, для полной мощности ключа K2 имеем

$$S_{K2} = UI \sqrt{\bar{b}_{1u_n} \left[\frac{B_{1i_c}}{\cos \varphi} - (B_{1i_c} \cos \varphi - \bar{A}_{1i_c} \sin \varphi) \right]}. \quad (60)$$

Подставив все величины, определяемые выражениями (46), (58) и (60), в формулу (56), можно достаточно просто убедиться в равенстве ее левой и правой частей, что свидетельствует о балансе мощностей в ключевом преобразователе переменного напряжения:

$$S_C = \sqrt{S_H^2 + S_{K1}^2 - S_{K2}^2} = UI \sqrt{B_{1i_c} \cos \varphi - \bar{A}_{1i_c} \sin \varphi}, \quad (61)$$

т.е. выражения (61) и (40) являются идентичными.

Следует отметить, что полученные выражения справедливы для цепей преобразователей с ключевыми элементами, которые питаются от источника напряжения синусоидальной формы и бесконечной мощности. При питании преобразователей от источника напряжения конечной мощности (или при их работе в автономных системах электроснабжения) либо несинусоидального напряжения приведенные выражения требуют определенной коррекции.

В заключение на основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- для обеспечения баланса мощностей при анализе электромагнитных процессов в ключевых преобразователях необходимо «вводить» ключевые элементы в энергообменные процессы, протекающие в схеме преобразователя. В противном случае достижение баланса мощностей в цепях с ключевыми преобразователями невозможно;
- все энергетические характеристики ключевых преобразователей электроэнергии можно описать с помощью параметров основных гармоник токов и напряжений на различных участках преобразовательной схемы.

1. Беркович Е.И. К определению понятия мощности в нелинейных цепях // Электричество. – 1989. – № 1. – С. 61–64.
2. Голубев В.В., Жарский Б.К. Регулирование напряжения переменного тока с помощью многоступенчатой вольтодобавки // Пробл. техн. электродинамики. – К.: Наук. думка, 1977. – Вып. 62. – С. 42–47.
3. Голубев В.В. Анализ работы широтно-импульсного регулятора напряжения переменного тока на индуктивную нагрузку // Пробл. техн. электродинамики. – К.: Наук. думка, 1979. – Вып. 69. – С. 19–25.
4. Демирчян К.С. Реактивная или обменная мощность? // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1984. – № 2. – С. 66–72.
5. Жарков Ф.П. Об одном способе определения реактивной мощности // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1984. – № 2. – С. 73–81.
6. Жарський Б.К., Голубев В.В., Новський В.О. Модифіковане правило множення рядів Фур'є // Техн. електродинаміка. – 2008. – № 1. – С. 25–31.
7. Жарский Б.К., Голубев В.В. Импульсное регулирование переменного напряжения. – Киев, 1975. – 59 с. – (Препр. / АН УССР, Ин-т электродинамики, 96).
8. Зиновьев Г.С. Прямые методы расчета энергетических показателей вентильных преобразователей. – Новосибирск: НГУ, 1990. – 220 с.
9. Крогерис А.Ф., Рашевец К.К., Трейманис Э.П., Шинка Я.К. Мощность переменного тока. – Рига: Физико-энергетический ин-т Латв. АН, 1993. – 294 с.
10. Карташов Р.П. Применение комплексного метода для анализа процессов в ключевых преобразователях // Пробл. техн. электродинамики. – К.: Наук. думка, 1974. – Вып. 45. – С. 33–39.
11. Маевский О.А. Энергетические показатели вентильных преобразователей. – М.: Энергия, 1978. – 319 с.
12. Миях А.Н., Жарский Б.К. Полная мощность и ее составляющие при наличии в электрической цепи ключевого элемента // Пробл. техн. электродинамики. – К.: Наук. думка, 1977. – Вып. 62. – С. 3–7.
13. Новский В.А., Жарский Б.К., Козлов А.В., Бойко П.С. Анализ электромагнитных процессов в цепях ключевого преобразователя для расчета его энергетических характеристик // Техн. електродинаміка. – Темат. вип. «Силова електроніка та енергоефективність». – 2010. – Ч. 1. – С. 18–21.
14. Новский В.А., Жарский Б.К., Голубев В.В. Обобщенная форма представления функций тригонометрическими рядами для анализа процессов в импульсных системах // Пр. Ін-ту електродинаміки НАН України: Зб. наук. пр. – К.: ІЕД НАН України, 2009. – Вип. 23 – С. 75–86.
15. Оявээр М., Сарв В. Обмен энергии между гармониками в ключах регулятора переменного напряжения при высокочастотной широтно-импульсной модуляции // Изв. АН ЭССР. Физ., матем.: Таллинн, 1979. – 28, № 1. – С. 48–52.
16. Пухов Г.Е. Квазикомплексные векторы и их применение в электротехнике // Техн. электродинамика. – 1984. – № 3. – С. 3–8.
17. Тонкаль В.Е., Новосельцев А.В., Денисюк С.П., Жуйков В.Я., Стрелков М.Т., Яценко Ю.А. Баланс энергии в электрических цепях. – К.: Наук. думка, 1992. – 311 с.
18. Чиженко И.М., Выдолоб Ю.Ф. К вопросу о расчете нормальных и аварийных режимов мощных преобразователей // Тр. КПИ: Сб. статей электротехн. фак-та. – К.: Изд. КПИ, 1962. – XXXIX. – С. 84–112.
19. Чиженко А.И. Обменные энергетические процессы в цепях вентильных полупроводниковых преобразователей. – К.: Наук. думка, 2003. – 226 с.
20. Шидловский А.К., Мостовяк И.В., Москаленко Г.А. Уравновешивание режимов многофазных цепей. – К.: Наук. думка, 1990. – 271 с.

В.О. Новський¹, канд. техн. наук, **Б.К. Жарський**², канд. техн. наук, **В.В. Голубев**³, канд. техн. наук
1,2,3 – Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна

Представлено результати теоретичних досліджень із забезпечення балансу повної потужності та її складових у електричних колах з ключовими перетворювачами. Показано, що для виконання балансу необхідно обов'язково «вводити» ключові елементи в енергообмінні процеси, які протікають у таких колах. Бібл. 20, рис. 3.

Ключові слова: електричний ланцюг, баланс потужностей, електронний ключовий елемент, ряд Фур'є, комутаційна функція.

V.O. Novskyi¹, **B.K. Zharskyi**², **V.V. Golubev**³
Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,
Peremogy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine

Providing the balance of power in electrical circuits with switch elements

The results of theoretical researches to balance the total power and its components in the electrical circuits with electronic switch converters are presented. It is shown that to achieve a balance must be obligatory to enter the electronic switch elements in the energy exchange processes in such circuits. References 20, figures 3.

Key words: electrical circuits, balance of power, electronic switch elements, Fourier series, commutation function.

Надійшла 8.12.2010
Received 8.12.2010

