

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ ПРОВОДНИКОВ ОБМОТОК СИЛОВЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ СТЕРЖНЕВОГО ТИПА ПРИ ИЗГИБЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ СИЛАМИ КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ

*Розглянуто обмотки силових трансформаторів, що мають провідники прямокутного поперечного перерізу з міді або алюмінію. Визначено граничні моменти у провідниках при згині осевими та радіальними електромагнітними силами короткого замикання. На основі чисельних методів отримано загальний розв'язок, який враховує заокруглення кутів поперечного перерізу провідників і розповсюджується на обмотки з провідниками круглого поперечного перерізу. За допомогою отриманих результатів вивчено вплив різних факторів на міцність провідників і показано шляхи її підвищення. Результати роботи використовуються для розрахунку електродинамічної стійкості обмоток при коротких замиканнях.*

**1. Введение.** Методы определения предельных изгибающих моментов в проводниках при изгибе осевыми и радиальными электромагнитными силами, представленные в статье [2] и реализованные в программе расчета электродинамической стойкости обмоток трансформаторов ELDINST [3], не учитывают закруглений углов прямоугольных поперечных сечений проводников. Однако в настоящее время при разработке новых трансформаторов для уменьшения потерь от вихревых токов стремятся использовать проводники с как можно меньшими размерами поперечного сечения. При этом относительное уменьшение площади поперечного сечения проводника за счет закруглений углов начинает играть заметную роль, следовательно, влияет на параметры, характеризующие прочность. Это определило задачу настоящей работы – разработку методов проверки прочности проводников при изгибе электромагнитными силами короткого замыкания (КЗ) с учетом закруглений углов прямоугольных поперечных сечений.

**2. Методика проверки прочности.** Используем расчетную модель и допущения работы [2]. Проверку прочности будем вести по предельному состоянию, при котором в каждой точке опасного сечения проводника напряжение равно условному пределу текучести его материала  $\sigma_{02}$ . Это состояние характеризуется предельными моментами при изгибе проводников в осевом и радиальном направлениях ( $M_{1\text{lim}}, M_{2\text{lim}}$ ) и предельной окружной силой ( $N_{\text{lim}}$ ). Прочность проводников при изгибе считается обеспеченной, если максимальные изгибающие моменты в опасном сечении проводника от осевых и радиальных электромагнитных сил КЗ ( $M_{1\text{max}}, M_{2\text{max}}$ ) не превышают соответствующие предельные моменты ( $M_{1\text{lim}}, M_{2\text{lim}}$ ). Опасным считается сечение, которое совпадает с радиальной и (или) осевой опорами, – столбом прокладок и (или) рейкой в осевом канале, через которые концентр опирается на стержень магнитной системы или другой концентр [2]. Концентр – это обмотка или ее часть, которая отделена от других обмоток или частей осевыми каналами, образованными с помощью реек. Обмотка может состоять из одного или нескольких концентр.

**3. Определение изгибающих моментов и анализ полученных результатов.** Для определения максимальных изгибающих моментов, обусловленных действием осевых и радиальных электромагнитных сил КЗ, остаются справедливыми результаты, представленные в статье [2].

При определении предельных изгибающих моментов как наиболее общий случай будем рассматривать третий вид изгиба проводников [2]. Эпюра напряжений для предельного состояния показана на рис. 1 а, где оси  $x_1$  и  $x_2$  направлены вдоль радиуса и оси обмотки, а  $x_3$  – вдоль оси проводника. В сечении проводника условно можно выделить три области, обозначенные цифрами 1, 2, 3 (рис. 1 б). В областях 1 и 2 напряжения противоположны, и их

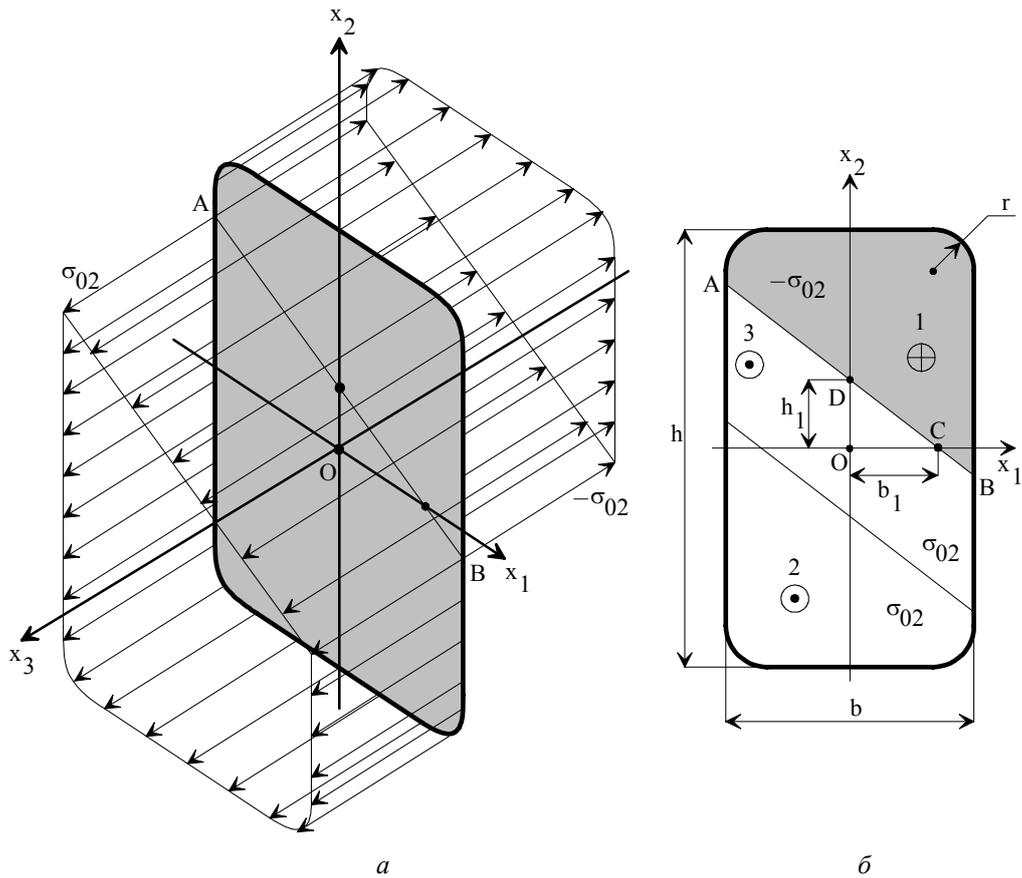


Рис. 1

равнодействующие удовлетворяют условию равновесия в проекции на ось  $x_3$  (уравновешивают друг друга). Именно эти напряжения дают предельные изгибающие моменты относительно осей  $x_1$  и  $x_2$  ( $M_{1\text{lim}}, M_{2\text{lim}}$ ) [2], равные

$$M_{1\text{lim}} = \int_{F_1} \sigma_{02} x_2 dx_1 dx_2 + \int_{F_2} \sigma_{02} x_2 dx_1 dx_2 ; \quad (1)$$

$$M_{2\text{lim}} = \int_{F_1} \sigma_{02} x_1 dx_1 dx_2 + \int_{F_2} \sigma_{02} x_1 dx_1 dx_2 , \quad (2)$$

где  $F_i$  – площадь  $i$ -й части сечения.

В средней части сечения (область 3) напряжения сводятся только к предельной окружной силе  $-N_{\text{lim}}$ , приложенной в центре сечения проводника (точка O) и равной

$$N_{1\text{lim}} = \int_{F_3} \sigma_{02} dx_1 dx_2 . \quad (3)$$

Площади  $F_1, F_2, F_3$  зависят от параметров  $(k, h_1)$  нейтральной линии  $x_2(x_1) = kx_1 + h_1$  и функции, описывающей границы поперечного сечения:

$$fh(x_1) = \left\{ \Phi(|x_1|) - \Phi\left[|x_1| - \left(\frac{b}{2} - r\right)\right] \right\} \cdot \frac{h}{2} + \left\{ \Phi\left[|x_1| - \left(\frac{b}{2} - r\right)\right] - \Phi\left[|x_1| - \frac{b}{2}\right] \right\} \cdot \left\{ \left(\frac{h}{2} - r\right) + \sqrt{r^2 - \left[|x_1| - \left(\frac{b}{2} - r\right)\right]^2} \right\} \quad (4)$$

либо

$$fb(x_2) = \left\{ \Phi(|x_2|) - \Phi \left[ |x_2| - \left( \frac{h}{2} - r \right) \right] \right\} \cdot \frac{b}{2} + \left\{ \Phi \left[ |x_2| - \left( \frac{h}{2} - r \right) \right] - \Phi \left( |x_2| - \frac{h}{2} \right) \right\} \cdot \left\{ \left( \frac{b}{2} - r \right) + \sqrt{r^2 - \left[ |x_2| - \left( \frac{h}{2} - r \right) \right]^2} \right\}, \quad (5)$$

где  $b$ ,  $h$  – радиальный и осевой размеры поперечного сечения проводника;  $r$  – радиус закругления углов поперечного сечения проводника;  $\Phi(x_i - a)$  – функция Хэвисайда.

Выражения (1)...(3) и условия [2]

$$\begin{cases} \frac{M_{2\lim}}{M_{1\lim}} = \frac{M_{2\max}}{M_{1\max}}, \\ N_{\lim} = \sigma_w F, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\sigma_w$  – среднее напряжение обмотки и  $F$  – площадь поперечного сечения, вычисляемая по формуле

$$F = bh - (4 - \pi)r^2, \quad (7)$$

образуют систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\int_{F_1(k, h_1, fh(x_1))} \sigma_{02} x_1 dx_1 dx_2 + \int_{F_2(k, h_1, fh(x_1))} \sigma_{02} x_1 dx_1 dx_2}{\int_{F_1(k, h_1, fh(x_1))} \sigma_{02} x_2 dx_1 dx_2 + \int_{F_2(k, h_1, fh(x_1))} \sigma_{02} x_2 dx_1 dx_2} - \frac{M_{2\max}}{M_{1\max}} = 0; \\ \int_{F_3(k, h_1, fh(x_1))} dx_1 dx_2 - \frac{\sigma_w F}{\sigma_{02}} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Система уравнений (8) решается численно относительно параметров нейтральной линии  $(k, h_1)$  методом скорейшего покоординатного спуска [1]. Затем параметры нейтральной линии используются для расчета предельных моментов и предельной окружной силы с помощью выражений (1)...(3).

Если соотношение моментов больше соотношения осевого и радиального размеров проводника, удобно «повернуть» задачу на  $90^\circ$  и находить решение системы (8) относительно параметров  $(k', b_1)$  нейтральной линии  $x_1(x_2) = k'x_2 + b_1$ , используя при этом описание контура сечения функцией  $fb(x_2)$ .

В качестве примера рассмотрим обмотку, имеющую проводники прямоугольного поперечного сечения с размерами  $b = 5,0$  мм,  $h = 8,0$  мм,  $r = 1,0$  мм. На проводники действует

электромагнитная нагрузка, при которой максимальные изгибающие моменты и среднее напряжение обмотки имеют такие значения:  $M_{1\max} = 1,5$  Н·м,  $M_{2\max} = 1,0$  Н·м,  $\sigma_w = 15$  МПа.

Чтобы проследить влияние условного предела текучести на величину предельных изгибающих моментов, при заданной нагрузке в уравнения (8) подставлялись значения  $\sigma_{02}$  в пределах от 40 (алюминий) до 240 МПа (одна из марок упрочненной меди) с шагом 5 МПа. В результате были получены зависимости, показанные на рис. 2, где верхняя линия отображает изменение  $M_{1\lim}$ , а нижняя –  $M_{2\lim}$ . Они носят ха-

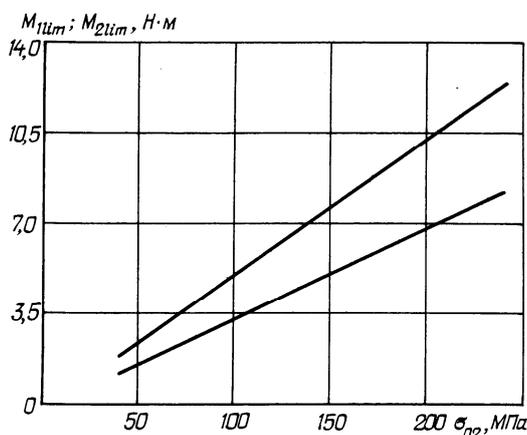


Рис. 2

рактер прямой пропорциональности, поскольку распределение напряжений по сечению, заданное нагрузкой, не изменяется, а следовательно, не меняется и геометрия областей 1, 2 и 3 (рис. 1). От этого распределения и соотношения максимальных моментов зависят углы наклона линий на рис. 2 и их расположение друг относительно друга. Полученные результаты наглядно показывают, что с увеличением условного предела текучести материала проводников (с увеличением упрочнения) предельные изгибающие моменты существенно увеличиваются. Это подтверждает эффективность упрочнения проводников как средства повышения их прочности при действии осевых и радиальных электромагнитных сил КЗ.

При заданном выше соотношении максимальных моментов варьировалось среднее напряжение обмотки  $\sigma_w$  в пределах от нуля до условного предела текучести. Графики, иллюстрирующие изменение предельных моментов в этом случае, показаны на рис. 3. Линии 1 были получены для проводников из алюминия ( $\sigma_{02} = 40$  МПа), линии 2 – для проводников из отожженной меди ( $\sigma_{02} = 100$  МПа). Здесь также верхние линии в каждой из пар кривых отображают изменение  $M_{1lim}$ , а нижние –  $M_{2lim}$ . Расстояние между графиками предельных моментов и их относительное расположение зависят от соотношения максимальных изгибающих моментов. При  $\sigma_w = 0$  площадь области 3 сечения проводника (рис. 1 б) равна нулю. Нейтральная линия проходит через центр тяжести сечения, а ее угол наклона определяется соотношением максимальных изгибающих моментов  $M_{1max}$  и  $M_{2max}$ . Площади областей 1 и 2 сечения имеют максимальные значения. В этом случае вся несущая способность проводников (способность сопротивляться действию внешних сил) идет на сопротивление изгибам, чему и соответствуют наибольшие значения предельных изгибающих моментов  $M_{1lim}$  и  $M_{2lim}$ . По мере увеличения среднего напряжения обмотки  $\sigma_w$  площадь области 3 сечения увеличивается, а площади 1 и 2 уменьшаются. Это приводит к уменьшению предельных изгибающих моментов  $M_{1lim}$  и  $M_{2lim}$ , так как все большая часть несущей способности проводников тратится на сопротивление деформациям растяжения или сжатия обмотки в радиальном направлении, которым соответствует среднее напряжение  $\sigma_w$ . В случае  $\sigma_w = \sigma_{02}$  область 3 охватывает все сечение проводника, а площади областей 1 и 2 равны нулю, чему соответствуют нулевые значения предельных изгибающих моментов ( $M_{1lim} = 0, M_{2lim} = 0$ ). То есть при  $\sigma_w = \sigma_{02}$  вся несущая способность проводников идет на сопротивление деформациям растяжения или сжатия обмотки в радиальном направлении. По этой причине в точке  $\sigma_w = \sigma_{02}$  линии, отражающие изменение предельных изгибающих  $M_{1lim}$  и  $M_{2lim}$ , пересекаются.

Результаты, представленные на рис. 4, иллюстрируют влияние размеров (площади) поперечного сечения проводников на их прочность при изгибе осевыми и радиальными электромагнитными силами КЗ. Построены зависимости, аналогичные представленным на рис. 3. Рассматривались обмотки, имеющие проводники из алюминия ( $\sigma_{02} = 40$  МПа) прямоугольного поперечного сечения с размерами  $b = 5,0$  мм,  $h = 8,0$  мм,  $r = 1,0$  мм – линии 1.1 и 1.2 и круглого поперечного сечения с диаметром  $d = 5,0$  мм – кривые 3.1, 3.2. Такие же зависимости были построены для проводников, у которых соответствующие размеры поперечного сечения увеличены на 20 %. Линии 2.1, 2.2 на рис. 4 соответствуют обмотке, у которой про-

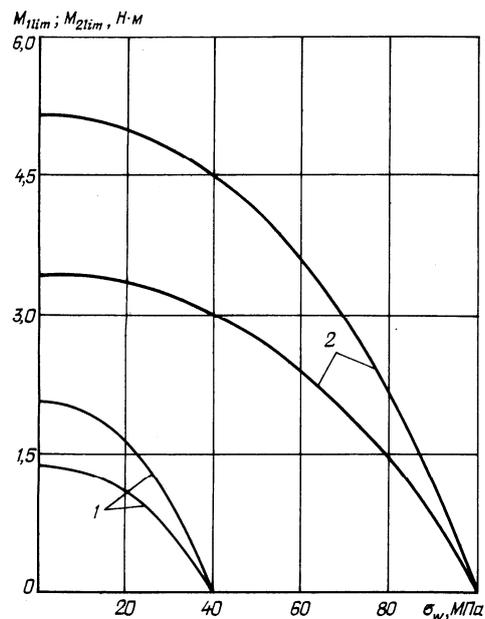


Рис. 3

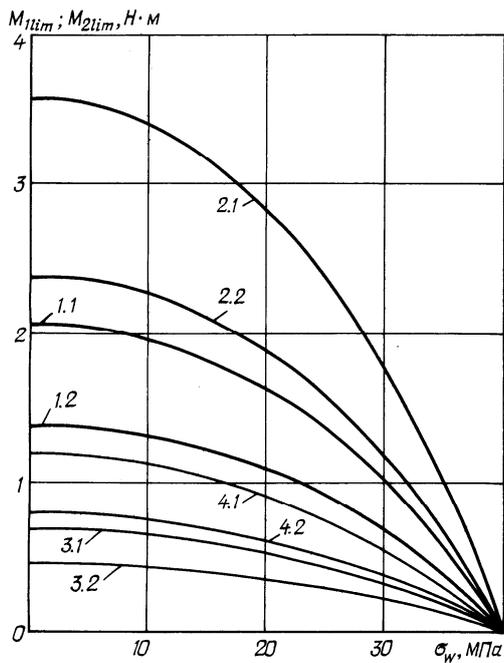


Рис. 4

водники имеют прямоугольное поперечное сечение с размерами  $b = 6,0$  мм,  $h = 9,6$  мм, линии 4.1, 4.2 – круглое поперечное сечение с диаметром  $d = 6,0$  мм. Из представленных графиков видно, что увеличение на 20 % размеров поперечного сечения проводников привело к более значительному увеличению предельных изгибающих моментов  $M_{1lim}$  и  $M_{2lim}$ . Таким образом, изменение размеров поперечного сечения проводников также является эффективным способом влияния на их прочность при изгибе в осевом и радиальном направлениях.

Влияние радиуса закругления углов поперечного сечения проводников на прочность при изгибе отражают результаты, показанные на рис. 5. Рассматривалась обмотка, имеющая проводники из меди ( $\sigma_{02} = 100$  МПа) с размерами поперечного сечения  $b = 1,0$  мм,  $h = 5,0$  мм. Строились зависимости предельных изгибающих моментов  $M_{1lim}$  и  $M_{2lim}$  от предельной окружной

силы  $N_{lim}$  при нулевом радиусе закругления углов поперечного сечения ( $r = 0$ ) – линии 1.1, 1.2 и радиусе, соответствующем нормативной документации на провода ( $r = 0,5$  мм), – кривые 2.1, 2.2. Как и в предыдущих случаях, верхние линии отображают изменение  $M_{1lim}$ , а нижние –  $M_{2lim}$  от предельной окружной силы, вычисленные при отношении максимальных изгибающих моментов, равном  $M_{1max}/M_{2max} = 1,5$ . Полученные кривые пересекаются при значениях предельной окружной силы, соответствующих среднему напряжению обмотки, равному  $\sigma_w = \sigma_{02}$ . Из представленных результатов видно, что при нулевом радиусе закруглений углов поперечных сечений предельные изгибающие моменты имеют заметно большие значения, чем при реальном радиусе ( $r = 0,5$  мм), особенно когда значения среднего напряжения обмотки близки к условному пределу текучести материала проводников  $\sigma_{02}$ . Следовательно, в общем случае выполнять расчеты по проверке прочности проводников при их изгибе осевыми и радиальными электромагнитными силами без учета закруглений углов поперечных сечений нельзя.

Результаты расчетов, произведенных по данной методике для случаев  $r = 0$  (прямоугольное сечение без учета закруглений) и  $b = h = 2r$  (круглое сечение) и выполненных по полученным ранее соотношениям [2], совпадают. Таким образом, полученные ранее результаты [2] являются частными случаями настоящей теории.

Разработанный метод проверки прочности проводников применяется для расчетов электродинамической стойкости обмоток трансформаторов при КЗ. В качестве примера в таблице представлены результаты расчета на прочность при изгибе проводников обмоток ряда трансформаторов, испытанных на электродинамическую стойкость при

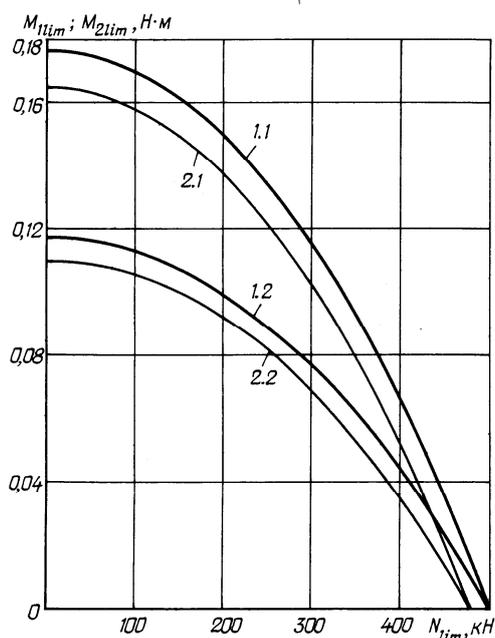


Рис. 5

коротких замыканиях. Расчеты проводились с учетом закруглений углов поперечных сечений проводников. Радиусы закруглений определялись по нормативным документам на провода в соответствии с размерами поперечных сечений. Для трансформаторов GIT-154 и 26/32/11.5 приведены данные по нескольким режимам КЗ. Проверяемые обмотки в этих трансформаторах состоят из одного концентратора, чем объясняется отсутствие радиальных изгибающих моментов. В трансформаторе 70000/220 рассчитываемая обмотка состоит из двух концентраторов, что приводит к возникновению радиальных изгибающих моментов во внешнем концентрате. Из таблицы видно, что во всех случаях предельные изгибающие моменты значительно больше максимальных, то есть в рассмотренных обмотках прочность проводников при изгибе осевыми и радиальными электромагнитными силами обеспечена. Все представленные трансформаторы успешно выдержали испытания на электродинамическую стойкость при КЗ, что соответствует результатам расчетов по разработанной методике.

Трансформатор (страна)	Обмотка, концентр	b, mm	h, mm	$\sigma_w$ , МПа	$M_{1max}$ , N·m	$M_{1lim}$ , N·m	$M_{2max}$ , N·m	$M_{2lim}$ , N·m
GIT-154, 20 МВА элегазовый (Южная Корея)	ВН	3	7.1	9.08	0.381	2.839	0	—
				9.3	0.385	2.838		
				14.9	0.124	2.777		
				14.96	0.03	2.776		
70000/220 (Индия)	ВН, 1	3	11.9	4.89	0.56	14.408	0	—
	ВН, 2			18.4	0.58	13.950	0.026	0.5334
26/32/11.5 (Иран)	ВН	2,36	10,6	29.47	0.128	4.3899	0	—
				38.13	0.02	3.8733		
				38.99	0.0045	3.8416		
				39.5	0.011	3.8416		
				39.55	0.009	3.8385		

**Выводы.** Рассмотрены обмотки силовых трансформаторов с проводниками прямоугольного поперечного сечения. С учетом закруглений углов поперечного сечения получена система уравнений для определения предельных изгибающих моментов в проводниках при изгибе осевыми и радиальными электромагнитными силами КЗ. Предложен численный метод решения этой системы уравнений. С помощью полученных результатов можно выполнять расчеты для обмоток, имеющих проводники круглого поперечного сечения. Следовательно, разработан обобщенный метод проверки прочности проводников при изгибе осевыми и радиальными электромагнитными силами короткого замыкания, распространяющийся на все формы сечений проводников, применяемых в силовых трансформаторах. На основе численного анализа показаны пути повышения прочности при изгибе проводников. Результаты расчетов прочности проводников с помощью разработанного метода согласуются с данными испытаний трансформаторов на стойкость к действию электромагнитных сил, обусловленных КЗ. Метод проверки прочности проводников применяется при расчетах электродинамической стойкости обмоток трансформаторов при КЗ.

*Рассмотрены обмотки силовых трансформаторов с проводниками прямоугольного поперечного сечения из меди или алюминия. Определены предельные изгибающие моменты в проводниках при изгибе осевыми и радиальными электромагнитными силами короткого замыкания. На основе численных методов получено общее решение, которое учитывает закругления углов поперечного сечения проводников и распространяется на обмотки с проводниками круглого поперечного сечения. С помощью полученных результатов изучено влияние различных факторов на прочность проводников и показаны пути ее повышения. Результаты работы используются для расчета электродинамической стойкости обмоток при коротких замыканиях.*

*The windings of power transformers with rectangular and round conductors made of copper or aluminium were considered. The limiting moments at bending by axial and radial electromagnetic forces due to short circuit were determined. Based on numerical methods, a general solution was acquired, such that takes into account the rounding radii of conductor cross-sections and covers windings with round conductors. By means of the obtained results, the*

*effect of different factors on conductors bending strength was researched and methods for improvement of the latter shown. The results of the work are used for analysis of short-circuit electrodynamic stability of windings.*

1. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1978. – 512 с.
2. *Лазарев И.В.* Проверка прочности проводников обмоток силовых трансформаторов при изгибе электромагнитными силами короткого замыкания // Техн. електродинаміка. – 2006. – №3. – С. 49–54.
3. *Комп'ютерна програма “Розрахунок електродинамічної стійкості обмоток трансформаторів при короткому замиканні” (“ELDINST 2.0”):* Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 11667 Україна / В.І. Лазарев, П.Г. Кохан, О.Л. Тарчуткін, О.В. Артьомченко, М.В. Остренко, Т.С. Молдован, В.П. Семусева (Україна). – Дата реєстрації 30.11.04.

Надійшла 22.08.2008