## УДК 621.3.011+621.3.013+621.313:62-799

## Н.А. Шидловська, Ю.М. Васецький, М.В. Мислович, І.В. Хімюк

## ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ВІДДІЛУ ТЕОРЕТИЧНОЇ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ ІЕД НАН УКРАЇНИ ЗА 2008 РІК

Висвітлені основні наукові результати, отримані у відділі теоретичної електротехніки Інституту електродинаміки протягом 2008 р.

Освещены основные научные результаты, полученные в отделе теоретической электротехники Института электродинамики в течение 2008 г.

У 2008 році вчені відділу теоретичної електротехніки (№ 12) проводили наукові дослідження у наступних напрямках:

- створення аналітичних методів дослідження нелінійних електричних кіл (група під керівництвом члена-кореспондента НАН України Н.А. Шидловської);
- аналіз та оптимізація параметрів індуктивних накопичувачів енергії (група докт. техн. наук Ю.М. Васецького);
- розробка методів та систем статистичної діагностики електротехнічного обладнання (група докт. техн. наук М.В. Мисловича);
- розробка математичних моделей та алгоритмів для чисельного дослідження електромагнітних полів у елементах конструкції потужного електротехнічного обладнання (група канд. техн. наук І.В. Хімюка).

У цій статті зроблено короткий огляд основних наукових результатів, отриманих у цих напрямках за останній рік.

Дослідження нелінійних розрядних кіл за допомогою аналітичних методів. Багато важливих для практики нелінійних систем є збуренням систем, що описують затухаючі процеси. У спеціальній математичній літературі застосування методу усереднення Боголюбова до таких систем не розглядалося. Виявилося, що, використовуючи відомі ідеї методу Боголюбова, за допомогою цього методу можна досліджувати (за певних умов) також і нелінійні системи, породжуючі рівняння для яких описують затухаючі процеси. Для демонстрації такого узагальнення методу Боголюбова на випадок систем, які при відсутності зовнішніх збурень описують процеси з втратами, розглянемо процеси в нелінійному коливальному колі з втратами, нелінійність в якому зумовлена наявністю в індуктивності феромагнітного осердя [15], тобто потокозчеплення в індуктивності описується співвідношенням

$$\psi = L_0 \frac{dq}{dt} - \varepsilon \left(\frac{dq}{dt}\right)^3,\tag{1}$$

де q – величина заряду на конденсаторі;  $L_0$  – індуктивність, що відповідає лінійному випадку;  $\varepsilon$  – малий параметр.

Використовуючи рівняння Кірхгофа і враховуючи нелінійність, отримуємо диференціальне рівняння

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L_0}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{L_0C} = \varepsilon \frac{3}{L_0} \left(\frac{dq}{dt}\right)^2 \frac{d^2q}{dt^2},\tag{2}$$

звідки після певних перетворень знаходимо

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega^2 q = -\varepsilon \frac{3}{L_0} \left[ \frac{R}{L_0} \left( \frac{dq}{dt} \right)^3 + \frac{q}{L_0 C} \left( \frac{dq}{dt} \right)^2 \right].$$
(3)

<sup>©</sup> Шидловська Н.А., Васецький Ю.М., Мислович М.В., Хімюк І.В., 2009

Незбурене рівняння (3) (при  $\varepsilon = 0$ ) описує процес розряду конденсатора на індуктивність та активний опір, тобто затухаючий процес.

Для визначення величини заряду q = q(t) функцію запишемо у вигляді

$$q = a e^{-\delta t} \cos \varphi \,, \tag{4}$$

де a = a(t),  $\varphi = \varphi(t)$  – нові невідомі функції, які шукаються таким чином, щоб виконувалась рівність

$$\frac{dq}{dt} = -ave^{-\delta t}\sin\varphi - a\delta e^{-\delta t}\cos\varphi, \qquad (5)$$

де  $v^2 = \omega^2 - \delta^2$ . Зауважимо, що  $\omega^2 - \delta^2 > 0$ . Відмінність даного перетворення від класичного перетворення Боголюбова полягає в наявності множника  $\exp(-\delta t)$ .

Застосовуючи метод усереднення Боголюбова, одержимо диференціальні рівняння для визначення першого наближення для величин a = a(t) та  $\varphi = \varphi(t)$ :

$$\frac{da}{dt} = -\varepsilon \frac{3a^3}{2L_0} e^{-2\delta t} \delta \omega^2; \qquad (6)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \nu - \varepsilon \frac{3a^2}{8\nu L_0} e^{-2\hat{\sigma}} \omega^2 \left(3\omega^2 - 4\nu^2\right)$$
(7)

з початковими умовами  $\varphi(0) = 0$ ,  $q(0) = a(0) = a_0$ .

Звідки, інтегруючи рівняння (6), (7), знаходимо вираз для заряду на конденсаторі

$$q(t) = \frac{e^{-\vartheta}}{\sqrt{\frac{1}{a_0^2} + \varepsilon \frac{3\omega^2}{2L_0} \left(1 - e^{-2\vartheta}\right)}} \cos \left[ \varphi_0 + \nu t - \frac{3\omega^2 - 4\nu^2}{8\nu^2 \delta} \left[ \ln \left( \frac{1}{a_0^2} + \varepsilon \frac{3\omega^2}{2L_0} \left(1 - e^{-2\vartheta}\right) \right) - \ln \frac{1}{a_0^2} \right] \right].$$
(8)

Диференціальне рівняння (2) з початковими умовами  $q(0) = a_0$  розв'язувалось чисельно в операційному середовищі математичного пакету MathCad'2001 з використанням методу Рунге-Кутта. Результати обчислень показано на рис. 1. Максимальна розбіжність результатів, отриманих аналітичним та чисельним методами, не перевищила 3,6 %. Зауважимо, що розбіжність одержаних результатів може бути зумовлена, перш за все, тим, що при використанні наближених аналітичних формул враховуються лише перші доданки.

З рис. 1 видно, що найбільша розбіжність результатів спостерігається на перших періодах коливань і при різкому експоненціальному зменшенні їх амплітуди в часі (рис. 1 б).

При дослідженні нелінійних систем важливе значення має не лише застосування існуючих математичних методів, а й їх розвиток та узагальнення [17]. Саме конкретні практичні задачі спонукають прогрес у розробці нових математичних методів [14]. Розглянемо новий математичний метод дослідження нелінійних систем на прикладі рівняння (2), яке розглядалося вище [10, 16, 17]. В основі цього методу лежить ідея про запис шуканого наближеного розв'язку у вигляді розкладів за деякими спеціальними функціями, які є розв'язками породжуючого рівняння. Для цього рівняння (2) подамо у вигляді системи

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = W \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \varepsilon r H(y), \tag{9}$$

$$\mathsf{de} \quad W = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}; \quad H(y) = \begin{pmatrix} -D \\ D \end{pmatrix}; \quad D = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \Big[ \omega^2 \big( y_1 + y_2 \big) \big( \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 \big)^2 + 2\delta \big( \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 \big)^3 \Big].$$

Тут

$$y_1 = \frac{\frac{dq}{dt} - \lambda_2 q}{\lambda_1 - \lambda_2}; \qquad y_2 = -\frac{\frac{dq}{dt} - \lambda_1 q}{\lambda_1 - \lambda_2}, \tag{10}$$



де  $\lambda_1 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega^2}$ ;  $\lambda_2 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega^2}$  – характеристичні числа незбуреної (при  $\varepsilon = 0$ ) системи (3).

Розв'язок системи (9) шукається у вигляді

$$y = \varphi(t, z) = \begin{pmatrix} U(t, z) \\ V(t, z) \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

де z – нова невідома вектор-функція змінної t, а функції U(t,z) та V(t,z) мають вигляд

$$U(t,z) = u_{11}z_1 + u_{12}z_2 + u_{21}z_1^2 + u_{22}z_1z_2 + u_{23}z_2^2 + u_{31}z_1^3 + u_{32}z_1^2z_2 + u_{33}z_1z_2^2 + u_{34}z_2^3 + \dots;$$

$$V(t,z) = v_{11}z_1 + v_{12}z_2 + v_{21}z_1^2 + v_{22}z_1z_2 + v_{23}z_2^2 + v_{31}z_1^3 + v_{32}z_1^2z_2 + v_{33}z_1z_2^2 + v_{34}z_2^3 + \dots;$$
(12)

*u*<sub>11</sub>,*v*<sub>11</sub>,...,*u*<sub>34</sub>,*v*<sub>34</sub>,... – деякі невідомі функції, залежні від змінної *t*, явний вигляд яких визначається рекурентним чином.

Після деяких математичних перетворень отримуємо систему з двох диференціальних рівнянь для чотирьох невідомих функцій:  $z_1(t)$ ,  $z_2(t)$ , U(t,z), V(t,z). Тому вектор-функцію zможна вибрати так, щоб вона задовольняла рівнянню

$$\dot{z} - Wz = 0, \qquad (13)$$

яке можна отримати з (9) при нульовому значенні малого параметра.

Функції и11, v11, ..., и34, v34, ... визначаються рекурентним чином з деякої нескінченної системи диференціальних рівнянь, яку отримуємо з (9) після врахування (13).

Наближений розв'язок для рівняння (3) записується у вигляді розкладу за степенями  $e^{\lambda_1 t}$ ,  $e^{\lambda_2 t}$  (розв'язками рівняння(13)) і має вигляд

$$q = C_{1}e^{\lambda_{1}t} + C_{2}e^{\lambda_{2}t} - \varepsilon \frac{r\lambda_{1}^{3}C_{1}^{3}e^{3\lambda_{1}t}}{2(\lambda_{2} - 3\lambda_{1})} - \varepsilon \frac{r\lambda_{2}^{3}C_{2}^{3}e^{3\lambda_{2}t}}{2(\lambda_{1} - 3\lambda_{2})} + \varepsilon \frac{r\lambda_{1}\lambda_{2}(\lambda_{1} + 2\lambda_{2})}{2(\lambda_{1} + \lambda_{2})}C_{1}C_{2}^{2}e^{(\lambda_{1} + 2\lambda_{2})t} + \varepsilon \frac{r\lambda_{1}\lambda_{2}(\lambda_{2} + 2\lambda_{1})C_{1}^{2}C_{2}e^{(2\lambda_{1} + \lambda_{2})t}}{2(\lambda_{1} + \lambda_{2})},$$
(14)

 $C_{1} = -\frac{\lambda_{2}Q}{\lambda_{1} - \lambda_{2}} + \varepsilon \frac{r\lambda_{1}^{3}\lambda_{2}^{2}Q^{3}}{(\lambda_{1} - \lambda_{2})^{4}} \left\{ \frac{\lambda_{2}^{2}}{\lambda_{1} - 3\lambda_{2}} + \frac{\lambda_{1}^{2} + \lambda_{2}^{2}}{2(\lambda_{1} + \lambda_{2})} \right\}; C_{2} = \frac{\lambda_{1}Q}{\lambda_{1} - \lambda_{2}} + \varepsilon \frac{r\lambda_{1}^{2}\lambda_{2}^{3}Q^{3}}{(\lambda_{1} - \lambda_{2})^{4}} \left\{ \frac{\lambda_{1}^{2}}{\lambda_{2} - 3\lambda_{1}} + \frac{\lambda_{1}^{2} + \lambda_{2}^{2}}{2(\lambda_{1} + \lambda_{2})} \right\};$ де

Q – початкове значення заряду на конденсаторі.

Таким чином, запропоновано новий алгоритм розрахунку процесів у слабконелінійних колах з втратами, який можна застосувати для знаходження наближених розв'язків рівняння вигляду (2). Деяка складність запропонованого алгоритму полягає в необхідності визначення відповідних сталих інтегрування С1, С2 при заданих початкових умовах з деяких нелінійних співвідношень. Запропонована методика, попри складність визначення сталих інтегрування, має значну перевагу – при аналізі не накладається ніяких умов щодо характеристичного рівняння (методика дає можливість за однаковим алгоритмом обчислювати як аперіодичний, так і коливальний розряд конденсатора). Оскільки при використанні методики шляхом спеціальної заміни відбувається перехід від нелінійного диференціального рівняння до нескінченної системи лінійних диференціальних рівнянь, це робить можливим розв'язання більшості нелінійних диференціальних рівнянь з вибраною точністю (залежно від вибраних замін), що і є основною перевагою означеного методу.

Параметри надпровідного індуктивного накопичувача енергії з нахиленими котушками. Надпровідні індуктивні накопичувачі (НПІН) знаходять застосування в електроенергетиці як джерела безперебійного електропостачання відповідальних споживачів, а останнім часом до них значно зріс інтерес як до ефективного засобу стабілізації параметрів і підвищення якості електроенергії [1, 5]. Тому вибір таких конфігурацій магнітних систем, при яких забезпечується поліпшення масогабаритних характеристик НПІН і відповідно знижується вартість пристрою, є важливим напрямком досліджень в області перспективного використання НПІН в електроенергетиці.

Однією з можливих конфігурацій НПІН, зі зменшеними електродинамічними силами, може служити тороїдальна магнітна система, що складається з котушок, нахилених щодо вертикальної осі тора на деякий кут  $\beta$  [21]. Запропонована спочатку для фізичних досліджень [18] система надалі вивчалася з погляду її застосування як НПІН [6, 7]. Було показано, що хоча в системі з похилими котушками поля розсіювання більші у порівнянні з тороїдальною конфігурацією без нахилу котушок, рівень цих полів значно нижчий, ніж у короткому циліндричному соленоїді. У даному відношенні система з похилими котушками займає проміжне положення між звичайними (без нахилу котушок) тороїдальними системами і короткими циліндричними соленоїдами.

Розглянемо масогабаритні характеристики і поля розсіювання тороїдального індуктивного накопичувача з похилими котушками залежно від величини заданої енергії магнітного поля W, властивостей використовуваних провідникових матеріалів (максимально припустимого значення індукції магнітного поля на обмотці  $B_m$  й густини струму в провідниках  $j_m$ ), а також властивостей конструкційного матеріалу утримуючої системи (припустимих значень механічних напруг розтягання  $\sigma_t$  й стиску  $\sigma_c$ ).

До шуканих параметрів НПІН відносяться: геометричні розміри (великий радіус тора *R* і радіус поперечного перерізу  $a = \varepsilon R$ ); об'єм надпровідної обмотки  $V_{sc}$ ; об'єм матеріалу механічної утримуючої системи, що протидіє силам розтягання  $V_t$  і стиску  $V_c$ .

Дослідження проводиться на основі математичної моделі тороїдального соленоїда у вигляді струмової поверхні, утвореної нескінченним числом замкнутих струмових ниток (рис. 2 *a*). Вважається, що для відношення малого радіуса тора *a* до його великого радіуса *R* виконується умова  $\varepsilon \ll 1$  (тонкий тор). При цьому припущенні для визначення магнітного поля на обмотці справедлива модель нескінченного циліндра з поверхневим струмом. Вважається, що тор має кругову форму перетину, а котушки – відповідну еліптичну конфігурацію (рис. 2 *б*).

У тороїдальних магнітних системах без нахилу котушок протікають тільки полоїдаль-



ні струми, які створюють тороїдальне (поздовжнє) магнітне поле, локалізоване в об'ємі тороїда. Нахил котушок призводить до появи також і тороїдальних струмів, що створюють полоїдальне (поперечне) поле, вектори індукції якого лежать у меридіональних перетинах тора.

При проведенні параметричного аналізу встановимо залежність між розмір-

ними вихідними і шуканими величинами. Будемо виходити зі співвідношень, які для тонкого тора з нахиленими котушками були знайдені раніше в [6, 7].

Енергія магнітного поля може бути представлена в наступному вигляді:

$$W = \frac{1}{4}\mu_0 I^2 R k_W(\varepsilon, \beta), \qquad (15)$$

де  $k_W(\varepsilon, \beta) = \varepsilon^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \beta \right)$ . Тут  $I = NI_{\kappa}$  – повний струм всіх *N* котушок тороїдальної магні-

тної системи;  $I_{\kappa}$  – струм однієї котушки.

Максимальне значення індукції магнітного поля на обмотці досягається на внутрішній стороні тора і дорівнює

$$B_{\rm m} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} k_B(\beta), \tag{16}$$

де  $k_B(\beta) = \sqrt{1 + \frac{1}{4}tg^2\beta}$ .

Співвідношення (15) і (16) можна розглядати як систему рівнянь щодо великого радіуса R і сумарного струму котушок I при заданих вихідних параметрах: енергії накопичувача W і припустимого максимального значення магнітної індукції на надпровідній обмотці  $B_m$ . З (15) і (16) знаходимо

$$I = \frac{W^{1/3} B_m^{1/3}}{\mu_0^{2/3}} k_I(\varepsilon, \beta); \quad R = \frac{W^{1/3} \mu_0^{1/3}}{B_c^{2/3}} k_R(\varepsilon, \beta), \tag{17}$$

де безрозмірними параметрами є

$$k_{I} = \frac{2\pi^{1/3}}{k_{w}^{1/3}k_{B}^{1/3}}; \quad k_{R} = \frac{k_{B}^{2/3}}{\pi^{2/3}k_{w}^{1/3}}.$$
(18)

Враховуючи, що сумарний поперечний переріз всіх котушок  $S = I/j_m$ , обсяг провідникового матеріалу обмотки  $V_{sc} = Sl_{\kappa}$  буде

$$V_{sc} = \frac{IR}{j_m} k_l(\varepsilon, \beta) = \frac{W^{2/3}}{j_m B_m^{1/3} \mu_0^{1/3}} k_{VSC}(\varepsilon, \beta),$$
(19)

де  $k_{VSC} = 2 \frac{k_l k_B^{1/3}}{k_w^{2/3}}.$ 

Параметр  $k_l$  зв'язує довжину периметра котушки  $l_{\kappa}$  з великим радіусом тора R:

$$l_{\kappa} = k_{l}R . \qquad (20)$$

Для тонкого тора круглого перерізу  $k_l = 4E\varepsilon/\cos\beta$ , де E = E(k) – повний еліптичний інтеграл 2-го роду модуля  $k = \sin\beta$ .

На рис. З *а* і б представлені залежності коефіцієнтів  $k_R$  і  $k_{VSC}$ відповідно як функції кута нахилу  $\beta$  для різних значень параметра  $\varepsilon$ . При збільшенні кута  $\beta$  коефіцієнти  $k_R$  і  $k_{VSC}$  незначно зменшуються. Тому стосовно розмірів магнітної системи і об'єму надпровідника перевага від нахилу котушок є не дуже великою.

Найбільш суттєвий виграш від застосування магнітної систе-



ми з нахиленими котушками полягає у зменшенні об'єму механічної утримуючої системи НПІН.

Обмежимося розглядом об'єму тільки тієї частини утримуючої системи, що сприймає сили, які діють уздовж радіальної осі тора  $\rho$ . Відомо, що для звичайної тороїдальної конфігурації ( $\beta = 0$ ) електродинамічні сили, що діють на кожну котушку, спрямовані уздовж радіальної осі  $\rho$  до осі тора z і не дорівнюють нулю [13]. Механічна система, що сприймає радіально спрямовані сили, може бути представленою системою кілець, на які опираються котушки.

Об'єм утримуючої системи пов'язаний з величиною енергії, що запасається W, і механічними напругами  $\sigma_c$ :

$$V_R = \frac{W}{\sigma_c} \left| Q_c \right|,\tag{21}$$

де  $Q_c = -\left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \beta\right) / \left(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \beta\right).$ 

Залежність коефіцієнта  $Q_c$  як функції кута  $\beta$  показана на рис. 4. Негативні значення відповідають механічним напругам стиску утримуючих кілець, а позитивні значення – на-



пругам розтягання. З рисунка видно, що нахил котушок призводить до зменшення об'єму утримуючих кілець. Зокрема, при  $\beta = \beta_e = 54.7^\circ$  коефіцієнт  $Q_c$  стає рівним нулю. У цьому випадку опорні кільця можуть бути відсутніми, що істотно спрощує конструкцію і робить накопичувач більш дешевим.

Удалині від тора з нахиленими котушками розподіл магнітного поля з достатньою точністю апроксимується полем магнітного моменту m системи струмів. У цьому випадку поле  $B_s$  в екваторіальній площині визначається виразом

$$B_s = B_\rho = \frac{\mu_0 m}{2\pi\rho^3},$$

(22)

$$\text{дe} \quad m = k_m(\beta) W/B_m = \left[ 2tg \beta \sqrt{1 + \frac{1}{4}tg^2 \beta} / 1 + \frac{1}{2}tg^2 \beta \right] \frac{W}{B_m}$$

Видно, що в наближенні тонкого тора поле розсіювання магнітної системи з нахиленими котушками не залежить від відносного розміру перетину тора  $\varepsilon$  і зростає зі збільшен-





$$\rho_s = \left[ \mu_0 W / \left( B_m \cdot 2\pi B_s \right) \right]^{1/3} \cdot k_m^{1/3} \,. \tag{23}$$

На рис. 5 показані залежності відстані до обмотки НПІН від кута  $\beta$ . Розрахунок був виконаний для НПІН з параметрами W = 100 МДж,  $B_m = 5$  Тл. Оцінки, зроблені для обраних припустимих значень індукції  $B_s = 0,01$  Т й  $B_s = 0,001$  Т, дають змогу судити про розміри території, яку необхідно відводити для НПІН. Видно, що з ростом  $\beta$  збільшується поле розсіювання, однак навіть для  $\beta = 60^0$  і при припустимому полі розсіювання  $B_s = 0,001$  Тл відстань  $\rho_s$  порівняно невелика і не перевищує 20 м. Порівняння показує, що ця відстань значно менша, ніж відповідна відстань до індуктивного накопичувача у вигляді короткого прямого соленоїда [6].

Таким чином, проведений аналіз показав, що об'єм матеріалу утримуючої механічної системи тороїдальних індуктивних накопичувачів з нахиленими котушками суттєво менший, ніж у систем зі звичайними конфігураціями тороїдальних обмоток. Поля розсіювання значно нижчі, ніж у коротких циліндричних соленоїдів. Звідси можна зробити висновок, що застосування тороїдальних конфігурацій з нахиленими котушками доцільно у тих випадках, коли головну роль у структурі вартості НПІН грає вартість утримуючої системи і де існують обмеження на розміри території, що відводиться для накопичувача.

Використання методів статистичної вібродіагностики для визначення фактичного стану і прогнозування відмов вузлів електроенергетичного обладнання. Модернізація електроенергетичного обладнання і продовження терміну його експлуатації є важливими задачами як для України, так і для інших країн. Для того щоб підвищити надійність обладнання, зазвичай використовуються системи діагностики або моніторингу, встановлені на електростанціях. Однак у багатьох випадках розрахунковий ресурс таких діагностичних систем значно коротший, ніж основного обладнання, для діагностики якого вони призначені. Тому розробка нових діагностичних систем, які дають можливість контролю багатьох технологічних параметрів, а також встановлення їх на електростанціях є актуальною задачею.

З метою підвищення надійності обладнання енергетичних об'єктів України, яке є в основному застарілим, кожен з важливих вузлів повинен бути обладнаний системою діагностики з можливістю моніторингу фактичного технічного стану цього вузла та прогнозування його відмов.

Прогнозування відмов обладнання може здійснюватися з використанням статистичних сплайн-функцій. Основна ідея полягає в тому, що деякі чисельні характеристики фізичних процесів, які відбуваються у вузлах досліджуваного електротехнічного обладнання, змінюються при виникненні чи розвиткові несправностей та дефектів, що дає змогу їх виявляти та ідентифікувати. Регулярні спостереження за історією поступової зміни цих параметрів у часі можуть надати важливу інформацію про тенденції розвитку дефекту та забезпечити прогнозування можливого моменту настання відмови [9, 22].

Далі будемо розглядати лише так звані поступові відмови, викликані зміною параметрів об'єкта діагностики внаслідок старіння матеріалів, накопичення мікродефектів тощо. Випадкові відмови, спричинені непрогнозованими факторами, розглядатися не будуть.

Для діагностики деякого вузла електротехнічного обладнання необхідно вибрати певний числовий діагностичний параметр (або сукупність діагностичних параметрів) та відповідний критерій, згідно з яким приймається рішення про технічний стан даного вузла. Ці питання детально розглядалися в ряді робіт, наприклад [12]. Для прогнозування можливого моменту відмови вибраного вузла додатково потрібно мати статистику значень діагностичного параметра протягом деякого проміжку часу, що будемо називати інтервалом спостереження.

Вважатимемо, що досліджуване електротехнічне обладнання працює в однакових умовах протягом усього інтервалу спостереження [a, b]. Тобто ніякі ремонтні роботи на досліджуваних вузлах не виконуються, а планові заходи з технічного обслуговування не змінюють суттєво умов функціонування цих вузлів. У цьому випадку можна припустити, що діагностичний параметр у змінюється в часі t відповідно до деякої функціональної залежності y = f(t, A), де A – детермінований вектор невідомих дійсних параметрів, що лінійно входять у f(t, A).

У результаті вимірювань, що здійснювалися протягом інтервалу спостереження, отримано послідовність значень  $y_i$ ,  $i = \overline{1, N}$  функції y, які відповідають значенням аргумента  $t_i \in [a, b]$ ,  $i = \overline{1, N}$ . Будемо вважати, що спостереження  $y_i$  розподілені за гаусовим законом з однаковими дисперсіями ( $\mathbf{D}y_i = \sigma^2$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $\mathbf{D}$  – оператор дисперсії) і некорельовані. Представимо шукану функціональну залежність у наступному вигляді:

$$\mathbf{M}_{y_i} = \sum_{k=0}^{\prime} x_{ik} a_k = f(t_i, A), \ i = \overline{1, N},$$
(24)

де **М** – оператор математичного сподівання;  $A = (a_0, a_1, ..., a_r)$  – невідомі параметри;  $X = (x_{ik}), i = \overline{1, N}, k = \overline{0, r}$  – так звана матриця планування, що складається з наперед заданих елементів, які функціонально залежать від  $t_i$  (не виключається і нелінійна залежність).

Якщо вважати, що  $Y = (y_i)$ ,  $i = \overline{1, N}$  та A – матриці-стовпці, то вираз (24) можна переписати в матричній формі:  $\mathbf{M}Y = XA$ . Таким чином, задача відновлення залежності y = f(t, A) зводиться до пошуку статистичних оцінок елементів вектора A за результатами спостережень  $y_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ . При цьому допускається довільний вибір елементів матриці планування X, що дає можливість шукати оптимальний у деякому розумінні розв'язок.

Зазначимо, що вид матриці планування задає клас відновлюваних функцій. Розглянемо розв'язок цієї задачі у класі сплайн-функцій [8], а статистичні оцінки невідомих параметрів будемо будувати за методом найменших квадратів [11].

Сплайн – це функція, "склеєна" зі шматків різних функцій згідно з певною схемою. Поліноміальні сплайни складаються з відрізків різних многочленів таким чином, щоб забезпечити необхідну гладкість отриманого сплайна. При інтерполяції з допомогою поліноміальних сплайнів на відрізку [a, b] осі t задається сітка

$$\Delta_r = \left\{ t_j \right\}_{j=0}^r, \ a = t_0 < t_1 < \dots < t_r = b \ .$$
(25)

Функція  $S_m(t) = S_{m,k}(t, \Delta_r)$  називається поліноміальним сплайном степеня *m* дефекту *k* ( $1 \le k \le m$ ) з вузлами (25), якщо

$$S_m(t) \in \mathbf{P}_m$$
 при  $t \in [t_j, t_{j+1}], j = \overline{0, r-1}$  і  $S_m(t) \in \mathbf{C}^{m-k}[a, b],$ 

де  $\mathbf{P}_m$  – множина дійсних поліномів степеня не вище m;  $\mathbf{C}^k[a, b]$  – множина неперервних на [a, b] функцій, що мають неперервну k-ту похідну.

В умовах сформульованої задачі на відрізку [a, b] при заданому r треба знайти таку сітку  $\Delta_r$ , щоб побудований на ній сплайн забезпечив оптимальну за методом найменших квадратів статистичну оцінку вектора A, елементи якого будемо вважати ординатами у вузлах інтерполюючого сплайна 1-го степеня. Згідно з методом найменших квадратів [11], необхідно забезпечити мінімум виразу

$$(Y - XA)^*(Y - XA) = \sum_{i=1}^{N} \left( y_i - \sum_{j=r}^{r} a_j x_{ij} \right)^2.$$
 (26)

Вектор А шукається за виразом

$$A = (X * X)^{-1} X * Y.$$
(27)

Довірчий інтервал з ймовірністю  $\beta$  для знайдених оцінок A обчислюється за формулою

$$I_{\beta}^{(j)} = \left[ a_j \mp \gamma_{\beta} \sqrt{\left\{ (X * X)^{-1} \right\}_{jj}} \frac{d}{N - r - 1} \right], \tag{28}$$

де  $\gamma_{\beta}$  – величина, яка задовольняє співвідношенню  $P\{t_{N-r-1} | \leq \gamma_{\beta}\} = 1 - \beta$ , якщо випадкова величина  $t_{N-r-1}$  розподілена за законом Стьюдента з N-r-1 степенями вільності; d – сума квадратів відхилень спостережень  $y_i$  від значень отриманого сплайна у відповідних точках.

Співвідношення (28) дає можливість побудувати довірчі інтервали в кожному вузлі сплайна, а на всьому інтервалі – довірчий коридор.

Для отримання прогнозу з допомогою статистичного сплайна до множини вузлів сплайна вводиться додатковий вузол, абсциса якого відповідає інтервалу прогнозу. Методом перебору на ЕОМ вибирається така сітка, яка задовольняє рівнянню (27) і одночасно мінімізує (26) на множині можливих нерівномірних сіток та ширину довірчого інтервалу у вузлі прогнозу. В результаті отримаємо очікуване значення та довірчий інтервал для вибраного діагностичного параметра в кінці інтервалу прогнозу. Межі довірчого коридору формуються шляхом лінійної інтерполяції верхньої та нижньої меж довірчих інтервалів у всіх вузлах отриманого сплайна, включаючи і вузол прогнозу.

Для демонстрації практичного застосування описаної методики розглянемо прогнозування числа відмов автотрансформаторів (АТ) класу 330 кВ. Вихідними даними для визначення залишкового ресурсу АТ або їхніх вузлів за даною методикою є кількість відмов за період спостережень не менш 8 років підряд. Прогноз кількості відмов обчислюється спеціальною програмою на задану кількість років уперед стосовно останнього року спостереження. Результати дають можливість прийняти рішення про залишковий ресурс АТ.

Застосування пропонованої методики розглянемо на конкретному прикладі. У результаті збору й узагальнення даних про надійність АТ класу напруги 330 кВ отриманий полігон кількості відмов наведений у таблиці. (Зазначимо, що статистична інформація такого роду за останні роки не розголошується, тому було використано дещо застарілі дані. Але на суть проблеми це не впливає).

Рік	1979	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92
Кількість відмов	4	4	4	10	5	8	5	7	5	5	2	4	8	9

Нас цікавить, яку кількість відмов можна очікувати протягом 1993–1997 рр. з довірчою ймовірністю прогнозу, рівною 0,80. Результати розрахунку за програмою наведено на рис. 6, де сплайн-апроксимація являє собою деякий канал, що складається з шести ділянок. Точки стикування сплайна на верхній границі каналу позначені  $1^{\rm H}...7^{\rm H}$ , на нижній –  $1^{\rm L}...7^{\rm L}$ . Ширина каналу визначається прийнятою довірчою ймовірністю прогнозу. Ділянки 1...6 графіка характеризують інтервал спостереження, а ділянки 6, 7 – інтервал прогнозу. З графіків видно, що у 1995 р. очікувана кількість відмов лежить між 12 і 19. У 1997 р. очікувана кількість відмов лежить між 16 і 24. Це повністю узгоджується з наявними статистичними даними за ці роки.

Залишковий ресурс залежить від своєчасного проведення ремонтів АТ. Для визначення часу планового ремонту треба розглянути дві задачі: визначення припустимого рівня відмов на прогнозований період і вибір періоду між ремонтами.

При визначенні припустимого рівня відмов АТ розглядаються три випадки.

У першому випадку цей рівень вибирається як найбільше значення верхньої границі довірчого інтервалу. Це означає, що в процесі експлуатації допускається робота практично до зношування, тобто вибирається максимально можливий при заданій імовірності рівень відмов. Іншими словами, це відповідає найнижчому рівню надійності АТ.

У другому випадку як припустимий рівень відмов вибирається мінімальне значення верхньої границі довірчого інтервалу (крім останньої точки на ділянці спостереження). Такий вибір може забезпечити високу експлуатаційну надійність АТ, але за умови частого проведення регламентних або ремонтних робіт.

Виходячи із цих двох крайніх випадків, можна прийняти компромісне рішення з урахуванням економічних міркувань. Наприклад, можна вибирати термін проведення ремонту на підставі кількості відмов, що визначається як середнє від кількості відмов, отриманої у першому й другому випадках.

Другий етап полягає у визначенні періоду між ремонтами АТ. Найпростіший спосіб проілюстровано на рис. 6. З точки, що відповідає максимальному значенню верхньої



границі інтервалу спостереження, проводиться горизонтальна лінія вправо до перетину з верхньою границею апроксимуючого каналу. На верхній границі інтервалу прогнозу відзначається точка, що відповідає середньому числу відмов. Відстань між абсцисами цих двох точок дає періодичність ремонтів, що забезпечує бажану надійність системи.

Таким чином, прогнозування відмов електротехнічного обладнання з використанням статистичних сплайнів може бути використане для більш точного планування термінів технічного обслуговування і ремонтних робіт, чим забезпечується більш повне використання технічного ресурсу вузлів такого обладнання, більш надійна його робота.

Розрахункові дослідження електромагнітних полів і параметрів потужного електротехнічного обладнання. Протягом останнього року у відділі також розвивалися роботи, пов'язані з розробкою математичних моделей та алгоритмів для чисельного дослідження електромагнітних полів у елементах конструкції потужного електротехнічного обладнання, які проводилися в програмному середовищі ANSYS [19]. Окремі результати проведених досліджень наведені в [2-4, 19, 20].

Різноманіття функцій, геометрії, властивостей частин конструкції трансформаторних пристроїв, а також електромагнітних процесів, що відбуваються в них, визначає необхідність розгляду різних моделей з відповідними постановками розрахункових задач.

Покажемо моделі ANSYS тристержневого трансформатора з бічними ярмами і шунтуючого реактора (рис. 7 – модель силового трансформатора; рис. 8 – модель шунтуючого реактора). Моделі містять спрощені конструкції баків, магнітних систем (МС), ярмових балок, магнітних екранів на балках і на баку. На стержнях трансформатора розташовано дві обмотки низької і високої напруги, на стержнях реактора – робоча обмотка. Використовується поздовжня симетрія пристроїв.





Магнітна система (МС) трансформаторів, керованих реакторів розглядається в декількох задачах. Перша – з метою моделювання потоків у режимі холостого ходу. Заданою приймається напруга на живлячій обмотці. Тривимірна геометрія стержнів, ярем максимально наближена до реальної. У площині шихтовки листів МС задається відома нелінійна характеристика намагнічування електротехнічної сталі, впоперек шихтовки МС – магнітна проникність приймається сталою внаслідок обмежень процедури, що використовується.

Ця ж модель може бути використана для аналізу режимів включення трансформаторів на холостий хід, випробувального режиму короткого замикання при подачі напруги на зовнішню обмотку при короткозамкнутій внутрішній. Вказані режими характеризуються можливим значним насиченням стержня МС трансформатора, при цьому ситуація ускладнюється наявністю залишкового намагнічення. Для прикладу на рис. 9 показаний розрахунковий розподіл значень магнітної індукції в перетині МС однофазного керованого реактора у момент часу максимальної амплітуди напруги в обмотці.

Другою задачею для MC є моделювання її основного призначення – формування магнітного поля трансформатора і реактора. У цьому випадку модель аналогічна першій, густина сил намагнічування в обмотках задана у вигляді джерел струму. Розподіл магнітної індукції в перетині MC реактора для трифазного робочого струму (момент максимальної амплітуди в крайній фазі А) показаний на рис. 10. У рамках даної моделі можуть розглядатися питання, пов'язані із замиканням на ділянки MC (в основному – на ярма) потоків розсіювання обмоток трансформаторів, основного магнітного поля шунтуючих реакторів, керованих реакторів і подібні.

Третя модель MC у вигляді планарної моделі пакету сталі використовується для аналізу локального розподілу магнітної індукції, втрат з урахуванням форм і величини зон шихтовки пластин електротехнічної сталі.

Особливістю обмоток трансформаторів і реакторів є істотна нерівномірність розмірів радіальних каналів між котушками по висоті обмоток. Задати реальне розташування декількох сотень котушок з каналами неможливо. З іншого боку, при задачах розрахунку магнітного поля саме в обмотках для подальшого розрахунку додаткових втрат від вихрових струмів, циркулюючих струмів, електродинамічних сил необхідно максимально точно врахувати нерівномірність розподілу намагнічуючих сил по висоті обмоток.

Розроблено наступний алгоритм. За допомогою зовнішніх розрахункових програм котушки по висоті обмоток групуються на зони рівномірної густини струмів, задовольняючи певному набору критеріїв. Дана інформація з текстових файлів передається в ANSYS. За допомогою спеціальних макросів будується в обмотках регулярна сітка скінченних елементів, що враховує положення котушок, визначається густина намагнічуючих сил у межах зон.













Рис. 12

Модель двох обмоток трансформатора з розбиттям на зони показана на рис. 11. На рис. 12 представлено розбиття моделі в ANSYS (сітка на моделі обмоток трансформатора). Також за допомогою зовнішньої програми в процедуру завдання на розрахунок передаються абсолютні координати центру кожної котушки обмоток. Це дає змогу визначити значення

осьової ( $B_o$ ) і радіальної ( $B_r$ ) складових магнітної індукції в котушках на внутрішній (1), середній (2) і зовнішній (3) твірних в різних її азимутних перетинах.

Наведено розподіл складових індукції магнітного поля в зовнішній обмотці трансформатора (рис. 13) і в обмотці реактора в перетині по його малій осі – у бік бака (рис. 14). Для реактора помітний вплив дискретних вставок з електротехнічної сталі.



Рис. 13

Рис. 14

При дослідженні електромагнітних процесів у областях достатньо віддалених від обмоток приймається спрощена модель розподілу в них намагнічуючих сил – аж до рівномірного по всьому перетину через обмеженість обчислювальних ресурсів.

До задач дослідження магнітного поля в обмотках примикає задача визначення їх індуктивностей. Для досліджуваного реактора по стандартному макросу ANSYS визначено значення індуктивності, яке виявилося близьким до виміряного. При значеннях струмів більше номінальних може бути визначена індуктивність реактора з урахуванням можливого насичення ділянок MC.

Проведені дослідження підтверджують ефективність застосування програмного комплексу ANSYS для спеціальних розрахунків трансформаторів і електричних реакторів з метою подальшого підвищення конкурентоспроможності, надійності устаткування в умовах одночасного підвищення питомих навантажень і зниження втрат енергії, зменшення масогабаритних показників.

Висновки. Таким чином, запропоновано нову методику розрахунку процесів у слабконелінійних колах з втратами, яка не накладає ніяких умов щодо характеристичного рівняння, тобто дає можливість обчислювати як аперіодичний, так і коливальний розряд конденсатора за одним алгоритмом. Оскільки при використанні методики шляхом спеціальної заміни відбувається перехід від нелінійного диференціального рівняння до нескінченної системи лінійних диференціальних рівнянь, це робить можливим розв'язання більшості нелінійних диференціальних рівнянь з вибраною точністю, що і є основною перевагою методу.

Проведений аналіз характеристик індуктивних накопичувачів енергії показав, що об'єм матеріалу утримуючої механічної системи тороїдальних індуктивних накопичувачів з нахиленими котушками суттєво менший, ніж у систем зі звичайними конфігураціями тороїдальних обмоток. Поля розсіювання значно нижчі, ніж у коротких циліндричних соленоїдів. Звідси можна зробити висновок, що застосування тороїдальних конфігурацій з нахиленими котушками доцільно в тих випадках, коли головну роль у структурі вартості НПІН грає вартість утримуючої системи і де існують обмеження на розміри території, що відводиться для накопичувача.

Прогнозування відмов електротехнічного обладнання з використанням статистичних сплайнів дає можливість більш точного планування термінів технічного обслуговування і ремонтних робіт, чим забезпечується більш повне використання технічного ресурсу вузлів такого обладнання, а також більш надійна його робота.

- 1. Алексеев Б.А. Применение накопителей энергии в электроэнергетике // ЭЛЕКТРО. 2005. № 2.
- Басова А.В., Жук В.В., Иванков В.Ф., Кокошин С.С., Химюк И.В. Анализ электромагнитных и механических процессов в силовых трансформаторах и реакторах методом конечных элементов // Техн. електродинаміка. Темат. вип. "Проблеми сучасної електротехніки". – 2008. – Ч. 3. – С. 9–14.
- Басова А.В., Иванков В.Ф., Кокошин С.С., Химюк И.В. Опыт применения ANSYS для электромагнитных исследований силовых трансформаторов и электрических реакторов // Сб. тр. Седьмой конференции пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH. (Москва, 23-24 мая 2007 г.) / Под ред. А.С. Шадского. – М.: Полигон–пресс, 2003. – С. 119–125.
- Басова А.В., Иванков В.Ф., Кокошин С.С., Химюк И.В. Численное моделирование вихревых токов, нагревов в конструктивных элементах из немагнитной стали трансформаторов и электрических реакторов // XIII Междунар. науч.-техн. конф. "Теоретическая электротехника" ISTET '05. (Львов, 4-7 июля, 2005г.). Тез. докл. – Львов, 2005. – С. 52–54.
- 5. *Божко С.В.* Применение сверхпроводящих накопителей электромагнитной энергии при решении задач повышения устойчивости энергосистем и улучшения качества электроэнергии // ПРОМЕЛЕКТРО. 2002. № 4. С. 40–44.
- 6. *Васецкий Ю.М., Аристов Ю.В.* Магнитная система в виде тонкого тора с наклонными катушками: аналитическая модель, магнитные поля // Техн. електродинаміка. 2008. № 3. С. 9–15.
- Васецкий Ю.М., Мазуренко И.Л., Аристов Ю.В. Параметры сверхпроводящих тороидальных магнитных систем малого поперечного сечения с наклонными катушками // Техн. електродинаміка. Темат. вип. "Проблеми сучасної електротехніки". – 2008. – Ч. 4. – С. 3–6.
- 8. Денисюк В.П., Марченко Б.Г., Шутко Н.А. Применение эрмитовых сплайнов для восстановления информационных сигналов по дискретным наблюдениям. К.: О-во «Знание», 1983. 16 с.
- 9. Зварич В.М., Мислович М.В., Сисак Р.М. Методи прогнозування відмов двигунів власних потреб електростанцій та їх використання в інформаційно-вимірювальних системах // Х Міжнар. наук.-техн. конф. «Проблеми сучасної електротехніки-2008», 3-5 червня 2008 р., м. Київ, Україна.
- 10. *Кравченко О.П.* Аналіз коливального кола з нелінійним опором // Техн. електродинаміка. 2008. № 5. С. 17–20.
- 11. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: Физматгиз, 1962. 352 с.
- 12. *Марченко Б.Г., Мыслович М.В.* Вибродиагностика подшипниковых узлов электрических машин. К.: Наук. думка, 1992. 196 с.
- 13. *Том Р., Тарр Дж.* Магнитные системы МГД-генераторов и термоядерных установок. М.: Энергоатомиздат, 1985. – 270 с.
- 14. Шидловська Н.А., Вареник С.А., Дзюбан В.С., Шкрабець Ф.П. Аналіз процесів у колі захисту від струмів витоку з урахуванням нелінійності потокозчеплення // Техн. електродинаміка. – 2008. – № 4. – С. 14–18.
- 15. Шидловська Н.А., Кравченко О.П., Самойленко В.Г. Дослідження процесів в нелінійних коливальних колах за допомогою методу усереднення Боголюбова // Техн. електродинаміка. 2008. № 1. С. 3–7.
- 16. Шидловська Н.А., Кравченко О.П., Самойленко В.Г., Кучерява І.М. Порівняльний аналіз аналітичного та чисельного методів розрахунку процесів у нелінійному електричному колі // Техн. електродинаміка. 2009. № 1. С. 3–6.
- 17. Шидловська Н.А., Самойленко В.Г. Про деякі задачі нелінійної електротехніки і математичні методи їх дослідження // Техн. електродинаміка. 2008. № 5. С. 3–11.
- 18. А. с. 1562957 СССР, МКИ G 21 В 1/00. Магнитная система плазменной ловушки со стеллараторной конфигурацией магнитного поля / А.В. Георгиевский, С.А. Мартынов, В.А. Рудаков, Ю.Ф. Сергеев, А.В. Ходячих. Опубл. 07.05.90, Бюл. № 17.
- 19. ANSYS/Structural/Emag3D. Лицензионная версия OAO <<3TP>> от 22.11.02.
- 20. Basova A.V., Ivankov V.F., Kokoshyn S.S., Khimjuk I.V. Numerical research of the electromagnetics fields in powerful transformers and reactors. Przeglad Elektrotechniczny, CPEE. 2007. № 2. P. 261–264.
- Georgiyevskiy A., Ostrow S., Vasetsky Yu., Rotachov Yu. Toroidal magnetic systems with tilted coils for superconducting magnetic energy storage (SMES) // Техн. електродинаміка. Темат. вип. "Проблеми сучасної електротехніки". – 2004. – Ч. 2. – С. 3–6.
- Khimjuk I., Myslovich M., Sysak R., Zvarich V. Application of Statistical Splines in Forecasting of Power Electrical Equipment Reliability // Proc. of IX-th International Workshop "Computational Problems of Electrical Engineering". – Alushta, Ukraine. – Sep. 16–20, 2008. – P. 77–79.