5. *Гузь А. Н.* Хрупкое разрушение материалов с начальными напряжениями. – Киев: Наук. думка, 1991. – 288 с. – (Неклассические проблемы механики разрушения: В 4-х т., 5-ти кн. / Под общ. ред. А. Н. Гузя. Т. 2).
6. *Guz A. N., Dyshel' M. Sh., Nazarenko V. M.* Fracture and stability of materials and structural members with cracks: Approaches and results // Int. Appl. Mech. – 2004. – **40**, No 12. – P. 1323–1359.
7. *Guz A. N., Nazarenko V. M., Bogdanov V. L.* Fracture under initial stresses acting along cracks: Approach, concept and results // Theor. and Appl. Fracture Mech. – 2007. – **48**. – P. 285–303.
8. *Гузь А. Н., Назаренко В. М., Никонов В. А.* Кручение полупространства с начальными напряжениями, содержащего приповерхностную дискообразную трещину // Прикл. механика. – 1991. – **27**, № 10. – С. 24–30.
9. *Богданов В. Л.* Кручення попередньо напруженого тіла з періодичною системою співвісних дископодібних тріщин // Машинознавство. – 2008. – № 4. – С. 3–7.
10. *Guz A. N., Knukh V. I., Nazarenko V. M.* Compressive failure of materials with two parallel cracks: small and large deformation // Theor. and Appl. Fracture Mech. – 1989. – **11**. – P. 213–223.
11. *Уфлянд Я. С.* Метод парных уравнений в задачах математической физики. – Ленинград: Наука, 1977. – 220 с.
12. *Kassir M. K., Sih G. C.* Mechanics of fracture. Three dimensional crack problems. – Leyden: Netherlands Noordhoff Intern. Publ., 1975. – Vol. 2. – 452 p.
13. *Бартенев Г. М., Хазанович Т. Н.* О законе высокоэластических деформаций сеточных полимеров // Высокомолекул. соединения. – 1960. – **2**, № 1. – С. 21–28.
14. *Treloar L. R. G.* Large elastic deformations in rubber-like materials. – Madrid: IUTAM Colloquium, 1955. – P. 208–217.

Институт механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 12.06.2008

УДК 531.36

В. С. Денисенко

Устойчивость нечетких импульсных систем Такаги–Сугено: метод линейных матричных неравенств

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины А. А. Мартынюком)

The Lyapunov stability of impulsive Takagi-Sugeno fuzzy systems is considered. The sufficient conditions of stability for impulsive fuzzy systems are derived on the basis of Lyapunov's direct method. They can be easily expressed as a system of linear matrix inequalities.

Нечеткие модели Такаги–Сугено(Т-С) — это нелинейные системы, способные аппроксимировать широкий класс сложных или нелинейных систем с помощью "если-то" правил [1], которые описывают локально-линейную динамику всей системы. Одним из достаточно разработанных методов исследования устойчивости нечетких систем является метод линейных матричных неравенств (LMI-метод), который впервые был использован для анализа устойчивости однородных непрерывных [2] и дискретных [3] нечетких систем. Для систем дифференциальных уравнений с импульсным воздействием этот метод развит в работе [4]. Удобство LMI-метода обусловлено его численной реализацией в интегрированной среде MATLAB.

В настоящей работе получены результаты, позволяющие свести задачу об устойчивости нечеткой импульсной системы к вопросу о совместности некоторой системы линейных матричных неравенств.

Рассмотрим нечеткую динамическую модель Такаги–Сугено, которая описывается следующими нечеткими правилами [5]:

$$R^i, \quad i = \overline{1,r}: \quad \text{если} \quad z_1(t) \in M_{i1} \quad \text{и} \quad \ldots \quad \text{и} \quad z_n(t) \in M_{in}, \quad \text{то}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = A_i x(t), \quad t \neq \tau_k, \\ x(t^+) = B_i x(t), \quad t = \tau_k, \quad k = 1, 2, \ldots, \\ x(t_0^+) = x_0, \end{cases}$$

где $x(t) = (x_1, \ldots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния; $z(t) = (z_1, \ldots, z_n)^T \in \mathbb{R}^n$ — вектор входных переменных; $x(t^+)$ — значение справа $x(t)$, $A_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$ — структурные матрицы системы; $M_{ij}(\cdot)$ — функции принадлежности нечетких множеств M_{ij} и r — число нечетких правил. Предполагается, что матрицы B_i невырождены, $\tau_{k+1} - \tau_k = \theta > 0$, $k = 1, 2, \ldots$ и $\mathrm{card}(z) = \mathrm{card}(x) = n$.

Полная динамика нечеткой системы Т-С с импульсным управлением описывается системой вида

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = \sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) A_i x(t), \quad t \neq \tau_k, \\ x(t^+) = \sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) B_i x(t), \quad t = \tau_k, \quad k = 1, 2, \ldots, \\ x(t_0^+) = x_0, \end{cases} \tag{1}$$

где $\mu_i(z) = \omega_i(z) / \sum\limits_{i=1}^{r} \omega_i(z)$ и $\omega_i(z) = \prod\limits_{j=1}^{n} M_{ij}(z_j)$. Очевидно, что $\sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(z) = 1$ и $\mu_i(z) \geqslant 0$, $i = 1, 2, \ldots, r$. Далее без потери общности положим $z = x$.

В этой работе рассматривается вопрос об устойчивости состояния равновесия $x = 0$ системы (1).

Прежде чем перейти к основным результатам, сделаем некоторые предположения относительно нечеткой системы (1).

Предположение 1. Существуют $\gamma > 0$ и $\varepsilon > 0$ такие, что функции $\mu_i(x)$ для системы (1) удовлетворяют неравенство $\|D^+\mu_i(x)\| \leqslant \gamma \|x\|^{-1+\varepsilon}$.

В этом предположении $D^+\mu_i(x)$ обозначает верхнюю производную Дини функции $\mu_i(x)$, т. е. $D^+\mu_i(x) = \limsup\{\mu_i(x(t+\Delta)) - \mu_i(x(t))/\Delta \colon \Delta \to 0\}$.

Заметим, что предположение 1 обеспечивает существование и единственность решений системы (1).

Обозначим через $\mathcal{E}$ пространство симметричных $n \times n$-матриц со скалярным произведением $(X, Y) = \mathrm{tr}(XY)$ и соответствующей нормой $\|X\| = \sqrt{(X,X)}$, где $\mathrm{tr}(\cdot)$ — след соответствующей матрицы. Пусть $K \subset \mathcal{E}$ — конус положительно-полуопределенных симметричных матриц. На множестве $\mathcal{E}$ определим линейные операторы $\mathfrak{F}_i X = A_i^T X + X A_i$, $\mathfrak{B}_{ij} X = B_i^T X B_j$, i, $j = 1, 2, \ldots, r$.

Определение 1 [6]. Функция $V(t, x) : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ принадлежит классу V_0, если справедливы следующие утверждения:

1) $V(t,x)$ непрерывна на $Y = \bigcup\limits_{k=1}^{\infty} Y_k$, $Y_k = \{(t,x) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \colon \tau_{k-1} < t < \tau_k\}$ и локально Липшицева по x для всех Y_k;

2) для всех $k = 1, 2, \ldots$ и любой точки $(t_0, x_0) \in \widetilde{Y}_k$, $\widetilde{Y}_k = \{(t,x) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \colon t = \tau_k\}$ существуют конечные пределы

$$V(\tau_k^-, x) = \lim_{(t,y)\to(\tau_k,x)-0} V(t,y), \qquad V(\tau_k^+, x) = \lim_{(t,y)\to(\tau_k,x)+0} V(t,y)$$

и верно соотношение $V(\tau_k^-, x) = V(\tau_k, x)$.

Определение 2 [7]. Функция $\varphi(r)$ принадлежит классу $\mathcal{K}(\varphi \in \mathcal{K})$, если она непрерывна, строго возрастает на $0 < r < r_1$, где $0 \leqslant r < \infty$ и $\varphi(0) = 0$.

Рассмотрим сначала следующую импульсную систему:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f(t,x), \quad t \neq \tau_k, \\ x(t^+) = g_k(x), \quad t = \tau_k, \quad k = 1, 2, \ldots, \\ x(t_0^+) = x_0, \end{cases} \tag{2}$$

где $f(t,x)$, $g_k(x)$ — липшицевы функции и $\tau_{k+1} - \tau_k = \theta > 0$.

Далее сформулируем некоторую модификацию теоремы из [6].

Теорема 1. *Пусть для системы* (2) *существует функция* $V(t,x) \in V_0$ *такая, что справедливы неравенства*

1) $0 \leqslant V(t,x) \leqslant c(\|x\|)$, *где* $(t,x) \in \mathbb{R}_+ \times D$, $D \subseteq \mathbb{R}^n$*;*

2) $\Delta V\big|_{(2)} = V(t^+, x(t^+)) - V(t,x) \leqslant 0$ *для* $t = \tau_k$, $k = 1, 2, \ldots$*;*

3) $\dfrac{dV}{dt}\Big|_{(2)} \leqslant -b(\|x\|)$ *для* $t \in (\tau_k, \tau_{k+1}]$, $k = 1, 2, \ldots$*;*

4) $V(\tau_k^+, x(\tau_k^+)) \geqslant a(\|x(\tau_k^+)\|)$, *где* a, b, $c \in \mathcal{K}$*;*

тогда состояние равновесия системы (2) *асимптотически устойчиво.*

Теперь сформулируем следующее утверждение.

Теорема 2. *Пусть предположение 1 выполняется и нечеткая система* (1) *такова, что система линейных матричных неравенств*

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1}{2}(\mathfrak{B}_{ij} + \mathfrak{B}_{ij}^T) - I + \sum_{k=1}^{p-1} \frac{(-1)^{k+1}(\mathfrak{F}_i)^k \theta^k}{k!}\right) X < 0, \qquad i, j = \overline{1, r}, \\ &(-1)^p (\mathfrak{F}_i)^p X \geqslant 0 \end{aligned} \tag{3}$$

совместна в классе положительно-определенных матриц.

Тогда состояние равновесия $x = 0$ *нечеткой импульсной системы* (1) *асимптотически устойчиво.*

Доказательство. Выберем функцию Ляпунова из класса V_0, $V(t,x) = x^T P(t,x) x$, где

$$P(t,x) = \begin{cases} e^{-\sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x) \mathfrak{F}_i (t - \tau_k)} X - \displaystyle\int_{\tau_k}^{t} e^{-\sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x) \mathfrak{F}_i (t - s)} ds Q, \qquad t \in (\tau_k, \tau_{k+1}], \\ X, \qquad t = \tau_{k+1}^+. \end{cases}$$

Здесь Q и X — симметричные положительно-определенные $n \times n$-матрицы. Рассмотрим производную по времени функции $V(t,x)$ в силу системы (1). При $t \neq \tau_k$ получаем:

$$\frac{dV}{dt}\bigg|_{(1)} = x^T \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x)(A_i^T P(t,x) + P(t,x)A_i)x + x^T \frac{dP(t,x)}{dt} x =$$

$$= x^T \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x)\mathfrak{F}_i P(t,x)x + x^T \frac{dP(t,x)}{dt} x,$$

где

$$\frac{dP(t,x)}{dt} = -\sum_{i=1}^{r} \mu_i(x)\mathfrak{F}_i P(t) - e^{-\sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x)\mathfrak{F}_i(t-\tau_k)} \sum_{i=1}^{r} D^+\mu_i(x)\frac{dx}{dt}\mathfrak{F}_i X(t-\tau_k) -$$

$$- \int\limits_{\tau_k}^{t} e^{-\sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x)\mathfrak{F}_i(t-s)} \sum_{i=1}^{r} D^+\mu_i(x)\frac{dx}{dt}\mathfrak{F}_i(t-s)dsQ - Q.$$

Таким образом, для производной $\dfrac{dV}{dt}\bigg|_{(1)}$ имеем следующие оценки:

$$\frac{dV}{dt}\bigg|_{(1)} = x^T \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x)\mathfrak{F}_i P(t,x)x - x^T \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x)\mathfrak{F}_i P(t,x)x - x^T Q x -$$

$$- x^T \left[e^{-\sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x)\mathfrak{F}_i(t-\tau_k)} \sum_{i=1}^{r} D^+\mu_i(x)\frac{dx}{dt}\mathfrak{F}_i X(t-\tau_k) \right] x -$$

$$- x^T \left[\int\limits_{\tau_k}^{t} e^{-\sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x)\mathfrak{F}_i(t-s)} \sum_{i=1}^{r} D^+\mu_i(x)\frac{dx}{dt}\mathfrak{F}_i(t-s)dsQ \right] x \leqslant$$

$$\leqslant -\lambda_{\min}(Q)\|x\|^2 + \theta e^{\sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x)\|\mathfrak{F}_i\|\theta} \sum_{i=1}^{r} \|D^+\mu_i(x)\|\|\mathfrak{F}_i\|\|X\| \left\| \frac{dx}{dt} \right\| \|x\|^2 +$$

$$+ \theta^2 e^{\sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x)\|\mathfrak{F}_i\|\theta} \sum_{i=1}^{r} \|D^+\mu_i(x)\|\|\mathfrak{F}_i\|\|Q\| \left\| \frac{dx}{dt} \right\| \|x\|^2,$$

где $\lambda_{\min}(\cdot){>}0$ — минимальное собственное значение соответствующей матрицы.

Обозначим $a = \max\limits_{i=\overline{1,r}} \|A_i\|$, тогда, так как $\|\mathfrak{F}_i X\| \leqslant \|A_i^T X + X A_i\| \leqslant 2\|A_i\|\|X\|$, получаем $\|\mathfrak{F}_i\| \leqslant 2\|A_i\| \leqslant 2a$, $i = 1, 2, \ldots, r$. Также очевидно, что $\|dx/dt\| \leqslant \sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x)\|A_i\|\|x\| \leqslant a\|x\|$. Следовательно, для производной по времени от $V(t,x)$ верны оценки:

$$\frac{dV}{dt}\bigg|_{(1)} \leqslant (-\lambda_{\min}(Q) + 2a^2 r\theta\gamma e^{2a\theta}(\|X\| + \theta\|Q\|)\|x\|^{\varepsilon})\|x\|^2.$$

Поэтому $\left.\dfrac{dV}{dt}\right|_{(1)} < 0$ для всех x из шара $\|x\| < R$, где

$$R = \left(\frac{\lambda_{\min}(Q)}{2a^2 r\theta\gamma e^{2a\theta}(\|X\| + \theta\|Q\|)}\right)^{1/\varepsilon}.$$

Рассмотрим разность $\Delta V\big|_{(1)} = V(t^+, x(t^+)) - V(t,x)$.

$$\Delta V\big|_{(1)} = x^T(t^+)P(t^+)x(t^+) - x^T(t)P(t)x(t) = x^T(t^+)Xx(t^+) -$$

$$- x^T\left(e^{-\sum\limits_{i=1}^{r}\mu_i(x(k\theta))\mathfrak{F}_i\theta}X - \int\limits_{(k-1)\theta}^{k\theta} e^{-\sum\limits_{i=1}^{r}\mu_i(x(k\theta))\mathfrak{F}_i(k\theta - s)}dsQ\right)x =$$

$$= x^T\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{r}\mu_j(x)\mu_i(x)B_j^T X B_i x - x^T e^{-\sum\limits_{i=1}^{r}\mu_i(x(k\theta))\mathfrak{F}_i\theta}Xx + x^T\int\limits_{0}^{\theta} e^{-\sum\limits_{i=1}^{r}\mu_i(x)\mathfrak{F}_i y}dyQx,$$

где $y = k\theta - s$.

Далее покажем, что выполняется неравенство

$$e^{-\sum\limits_{i=1}^{r}\mu_i(x)\mathfrak{F}_i\theta}X \overset{K}{\geqslant} \left(I - \sum_{k=1}^{p-1}\frac{(-1)^{k+1}\left(\sum_{i=1}^{r}\mu_i(x)\mathfrak{F}_i\right)^k\theta^k}{k!}\right)X. \tag{4}$$

Для этого выберем произвольный элемент $\Phi \in K^* = K$ и рассмотрим разложение в ряд Маклорена по степеням $h \geqslant 0$ скалярной функции

$$\psi_\Phi(h) = \operatorname{tr}\left(\Phi\left(e^{-\sum\limits_{i=1}^{r}\mu_i(x)\mathfrak{F}_i\theta h}X - X + \sum_{k=1}^{p-1}\frac{(-1)^{k+1}\left(\sum_{i=1}^{r}\mu_i(x)\mathfrak{F}_i\right)^k\theta^k h^k}{k!}X\right)\right),$$

ограничиваясь членами p-го порядка,

$$\psi_\Phi(h) = \psi_\Phi(0) + \psi'_\Phi(0)h + \dots + \frac{\psi_\Phi^{(p-1)}(0)h^{p-1}}{(p-1)!} + \frac{\psi_\Phi^{(p)}(\xi)h^p}{p!}, \qquad \xi \in (0,h).$$

Пусть $h = 1$, тогда, так как $\psi_\Phi(0) = \psi'_\Phi(0) = \dots = \psi_\Phi^{(p-1)}(0) = 0$, получаем $\psi_\Phi(1) = \dfrac{\psi_\Phi^{(p)}(\xi)}{p!}$, где

$$\psi_\Phi^{(p)}(\xi) = \operatorname{tr}\left(\Phi\left((-1)^p\left(\sum_{i=1}^{r}\mu_i(x)\mathfrak{F}_i\theta\right)^p e^{-\sum\limits_{i=1}^{r}\mu_i(x)\mathfrak{F}_i\theta\xi}X\right)\right).$$

Из неравенств (3) и положительности оператора $e^{-\sum\limits_{i=1}^{r}\mu_i(x)\mathfrak{F}_i\theta\xi}$ следует оценка $\psi_\Phi^{(p)}(\xi) \geqslant 0$. Таким образом, $\psi_\Phi(1) \geqslant 0$ при всех $\Phi \in K^*$. Поэтому неравенство (4) выполняется.

Рассмотрим функцию

$$f_x(\theta) = x^T \int_0^\theta e^{-\sum\limits_{i=1}^{r}\mu_i(x)\mathfrak{F}_i y} dyQx.$$

По теореме Лагранжа имеем $f_x(\theta) = f'_x(\zeta)\theta = x^T\theta e^{-\sum\limits_{i=1}^{r}\mu_i(x)\mathfrak{F}_i\zeta} Qx$, где $\zeta \in (0,\theta)$ и справедливы следующие оценки:

$$\|f_x(\theta)\| \leqslant \|x\|^2 e^{\sum\limits_{i=1}^{r}\mu_i(x)\|\mathfrak{F}_i\|\theta}\|Q\|\theta \leqslant \theta e^{2a\theta}\|Q\|\|x\|^2. \tag{5}$$

Учитывая неравенства (3)–(5), для разности ΔV получаем оценки вида

$$\begin{aligned}\Delta V\big|_{(1)} &\leqslant -x^T\sum_{i_1=1}^{r}\cdots\sum_{i_{p-1}=1}^{r}\mu_{i_1}(x)\cdots\mu_{i_{p-1}}(x)Q_{i_1i_2\ldots i_{p-1}}x + \theta e^{2a\theta}\|Q\|\|x\|^2 \leqslant \\ &\leqslant -\sum_{i_{p-1}=1}^{r}\cdots\sum_{i_1=1}^{r}\mu_{i_{p-1}}(x)\cdots\mu_{i_1}(x)\lambda_{\min}(Q_{i_1i_2\ldots i_{p-1}})\|x\|^2 + \theta e^{2a\theta}\|Q\|\|x\|^2 \leqslant \\ &\leqslant (-\lambda^* + \theta e^{2a\theta}\|Q\|)\|x\|^2,\end{aligned}$$

где $Q_{i_1i_2\ldots i_{p-1}}$ — положительно-определенные матрицы, $\lambda^* = \min\limits_{i_1,\ldots,i_{p-1}=\overline{1,r}}\lambda_{\min}(Q_{i_1i_2\ldots i_{p-1}})$. Очевидно, что $\Delta V\big|_{(1)} \leqslant 0$ при $\|Q\| \leqslant (\lambda^*/\theta)e^{-2a\theta}$ (можно выбрать, например, $Q = (\lambda^*/ /(2\sqrt{n}\theta))e^{-2a\theta}I$).

Теперь покажем, что $P(t,x) \overset{K}{>} 0$ для всех $t \in \mathbb{R}$, т.е. $V(t,x)$ — положительно-определенная функция. В самом деле, так как $V(t,x)$ — убывающая функция, то при $\|x\| < R$ и $t \in [\tau_k, \tau_{k+1})$, $k = 1,2,\ldots$, получаем оценки

$$\begin{aligned}x^TP(t,x)x &\geqslant x^T(\tau_{k+1})P(\tau_{k+1},x(\tau_{k+1}))x(\tau_{k+1}) \geqslant x^T(\tau^+_{k+1})P(\tau^+_{k+1},x(\tau^+_{k+1}))x(\tau^+_k) \geqslant \\ &\geqslant \lambda_{\min}(X)\|x(\tau^+_{k+1})\|^2 > 0.\end{aligned}$$

Таким образом, $V(t,x) > 0$, $\left.\dfrac{dV}{dt}\right|_{(1)} < 0$ и $\Delta V\big|_{(1)} \leqslant 0$ для всех $\|x\| < R$, т.е. все условия теоремы 1 выполняются, поэтому состояние равновесия $x = 0$ импульсной нечеткой системы (1) асимптотически устойчиво.

При фиксированном значении p неравенства (3) будем называть достаточными условиями асимптотической устойчивости системы (1) p-го рода.

Приведем пример условий 2-го рода для системы (1).

Следствие 1. *Предположим, что нечеткая система* (1) *такова, что система линейных матричных неравенств*

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}(B_j^TXB_i + B_i^TXB_j) - X + (A_j^TX + XA_j)\theta < 0, \qquad i,j = \overline{1,r}, \\ &A_i^TA_j^TX + XA_jA_i + A_j^TXA_i + A_i^TXA_j \geqslant 0, \qquad i,j = \overline{1,r},\end{aligned}$$

совместна в классе положительно-определенных матриц.

Тогда состояние равновесия импульсной системы (1) *асимптотически устойчиво.*

Далее приведем условия 4-го рода при некоторых предположениях относительно структуры системы (1).

Следствие 2. *Предположим, что нечеткая импульсная система* (1) *такова, что* $A_1 = A_2 = \dots = A_i = A$, $i = \overline{1,r}$, *и система линейных матричных неравенств*

$$\frac{1}{2}(B_i^T X B_j + B_j^T X B_i) - X + (A^T X + XA)\theta - \frac{1}{2}((A^T)^2 X + 2A^T XA + XA^2)\theta^2 + \\ + \frac{1}{6}\theta^3((A^T)^3 X + 3((A^T)^2 XA + A^T XA^2) + XA^3) < 0, \qquad i,j = \overline{1,r}, \\ (A^T)^4 X + 4((A^T)^3 XA + A^T XA^3) + 6(A^T)^2 XA^2 + XA^4 \geqslant 0$$

совместна в классе положительно-определенных матриц.

Тогда состояние равновесия $x = 0$ *импульсной системы* (1) *асимптотически устойчиво.*

В качестве примера рассмотрим нечеткую импульсную систему (1) со структурными матрицами

$$A_1 = A_2 = A = \begin{pmatrix} -2 & 0{,}5 \\ 0{,}4 & 0{,}1 \end{pmatrix}, \qquad B_1 = \begin{pmatrix} 1{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}2 \end{pmatrix}, \qquad B_2 = \begin{pmatrix} 1{,}2 & 0{,}15 \\ 0{,}1 & 0{,}3 \end{pmatrix} \tag{6}$$

и периодом управляющих воздействий $\theta = 0{,}2$.

Кроме того, допустим, что для функций принадлежности этой системы выполняется предположение 1. Тогда вопрос об устойчивости состояния равновесия $x = 0$ рассматриваемой импульсной системы сводится на основе следствия 2 к проверке совместности системы пяти линейных матричных неравенств

$$\frac{1}{2}(B_i^T X B_j + B_j^T X B_i) - X + (A^T X + XA)\theta - \frac{1}{2}((A^T)^2 X + 2A^T XA + XA^2)\theta^2 + \\ + \frac{1}{6}\theta^3((A^T)^3 X + 3((A^T)^2 XA + A^T XA^2) + XA^3) < 0, \qquad i,j = \overline{1,2}, \\ (A^T)^4 X + 4((A^T)^3 XA + A^T XA^3)) + 6(A^T)^2 XA^2 + XA^4 \geqslant 0 \tag{7}$$

в классе положительно-определенных матриц. Нетрудно проверить с помощью MATLAB LMI toolbox, что система (7) совместна в классе положительно-определенных матриц и матрица $X = \begin{pmatrix} 3{,}328 & 2{,}431 \\ 2{,}431 & 19{,}296 \end{pmatrix}$ удовлетворяет неравенства (7). Поэтому, на основе следствия 2 состояние равновесия нечеткой импульсной системы со структурными матрицами (6) асимптотически устойчиво.

Отметим, что матрица A неустойчива и спектральные радиусы матриц B_1 и B_2 больше единицы, т. е. стабилизация в импульсных системах Такаги–Сугено возможна даже в случае неустойчивости ее непрерывной и дискретной компонент.

1. *Takagi T., Sugeno M.* Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control // IEEE Trans. Syst. Man. Cybern. – 1985. – No 15. – P. 116–132.
2. *Tanaka K., Sugeno M.* Stability analysis and design of fuzzy control systems // Fuzzy Sets and Systems. – 1992. – No 45. – P. 135–156.
3. *Tanaka K.* Advanced Fuzzy control. – Japan: Kyoritsu Pub., 1994. – 223 p.
4. *Слынько В. И.* Линейные матричные неравенства и устойчивость движения импульсных систем // Доп. НАН України. – 2008. – № 4. – С. 68–71.

5. *Xiaohong* Zhang, Dong Li, Yang Dan. Impulsive Control of T-S Fuzzy Systems // Fuzzy Systems and Knowledge Discovery: Fourth Internat. Conf. – Japan, 2007. – P. 321–325.
6. *Simeonov P. S., Bainov D. D.* Stability with respect to part of the variables in systems with impulse effect // J. of Math. Anal. and Appl. – 1986. – **117**, No 1. – P. 247–263.
7. *Hahn W.* Stability of Motion. – Berlin: Springer, 1967. – 448 p.

Институт механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 07.04.2008

УДК 622.023.623:622.411.332

С. И. Скипочка, Т. А. Паламарчук, Н. А. Куцева,
В. В. Трачевский, Ю. А. Загородний

К вопросу о механизме метанообразования в угольных пластах

(Представлено академиком НАН Украины А. Ф. Булатом)

The results of researches of the atomic-molecular coal's substance structure with different degrees of metamorphism using electronic microscopy, X-ray diffraction analysis, and nuclear magnetic resonance are adduced. The interpretation of the results from positions of the process of methane's generation in coal layers is offered.

С возрастанием глубины разработки угольных месторождений и интенсификацией процессов добычи угля создаются условия для существенного увеличения метана в рудничной атмосфере. Кроме того, увеличивается вероятность возникновения газодинамических явлений, при которых выделяется количество метана, на порядок превышающее естественную газоносность пласта. Замечено, что основная масса метана выделяется при разрушении угля, а также в зонах тектонических нарушений.

События последних лет, происшедшие на угольных шахтах Украины, Китая и России, подтверждают, что прогнозирование и борьба с газопроявлениями являются ключевыми для увеличения эффективности работы угольных шахт и повышения безопасности работы горняков. Кроме того, не следует забывать, что метан угленосных отложений является достаточно перспективным энергоносителем. Особенно это важно для Украины, в структуре запасов органического топлива которой газ составляет лишь 2,6% (среднемировые — 15%), а уголь — 95,4% (среднемировые — 67%). Поэтому попутная добыча и утилизация шахтного метана смогли бы сыграть существенную роль в топливно-энергетическом комплексе нашей державы.

Отметим, что фазовые состояния метана и физические механизмы его выделения в шахтах остаются недостаточно изученными [1–3]. Существует несколько форм существования метана в породах угольных формаций: свободный, адсорбированный, газогидратный, в твердом растворе и др. В последнее время ряд ученых считают, что метан в значительной мере образуется в процессе горных работ в угольном пласте путем физико-химических реакций углерода с водородом под влиянием перераспределения напряженного состояния,