УДК 621.3.011

РАЗВИТИЕ МЕТОДА РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПЯХ ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНЫХ УСТАНОВОК ПРИ СТОХАСТИЧЕСКОМ ИЗМЕНЕНИИ СОПРОТИВЛЕНИЯ НАГРУЗКИ

А.А.Щерба, чл.-корр. НАН Украины, **Д.С.Иващенко, Супруновская Н.И.,** канд.техн.наук
Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина.
e-mail: sh1ch@ied.org.ua

Целью работы являлось развитие метода разностных уравнений для расчета переходных процессов в цепях электроразрядных установок, электрическое сопротивление которых изменяется случайным образом. Для достижения цели изменение состояния цепи представлено в виде дискретного случайного процесса; исследованы случайные изменения структуры цепи; характеристики случайных изменений структуры цепи представлены в виде параметров динамической системы; проведен анализ цепи методом разностных уравнений с применением вероятностных оценок электрических характеристик цепи. В качестве примера исследованы переходные процессы в цепях формирователя разрядных импульсов установки электроискрового диспергирования. Выполнен анализ повторяющихся взаимосвязанных переходных процессов заряда накопительного конденсатора и его разряда на искровую нагрузку, сопротивление которой изменяется случайным образом. В работе принято допущение, что все элементы цепи линейны, а изменение ее структуры описывается вероятностным законом. В результате исследований предложен подход к анализу взаимосвязанных переходных процессов, протекающих в цепях со стохастически изменяющимися параметрами. Подход ориентирован на анализ режимов, которые могут возникать при стохастических изменениях структуры кусочно-линейной цепи. Библ. 10, рис. 4.

Ключевые слова: метод разностных уравнений, цепи с изменяющейся структурой, случайный процесс.

Введение. Одной из важных научных задач, возникающих при анализе электрических цепей, является расчет сложных переходных процессов, состоящих из циклически повторяющихся последовательностей взаимосвязанных переходных процессов. Взаимосвязь процессов состоит в том, что электрические параметры цепи в момент завершения текущего процесса определяют начальные условия следующего переходного процесса. Под цикличностью подразумевается такое повторение последовательности процессов, при котором последний процесс оказывает влияние на начальные условия первого процесса последовательности. Подобные процессы могут наблюдаться в электрических схемах с периодически изменяемой структурой. Причем на практике могут возникать задачи, требующие анализа переходных процессов в электрических цепях, изменение структуры которых происходит случайным образом [8, 9].

Анализ подобных процессов возникает при исследовании нестабильности режимов работы электроразрядных установок [7, 9], аккумулятора и суперконденсатора в электромобилях [11] и других электроимпульсных системах [8].

При определенных условиях существующие методы позволяют аналитически рассчитать отдельные переходные процессы из последовательности взаимосвязанных переходных процессов.

Анализ отдельных переходных процессов не позволяет в общем виде описать закон изменения состояния рассматриваемой системы связанных процессов, он лишь дает возможность последовательного расчета одного процесса за другим. Для расчета всей последовательности взаимосвязанных переходных процессов как единого сложного процесса может быть использован метод разностных уравнений, особенности применения которого в электротехнике описаны в работах [1, 3, 6].

В основе данного метода лежит представление электрической цепи в виде динамической системы, состояние которой определенным образом меняется при переходе от одного переходного процесса к другому. Суть метода состоит в составлении и решении разностного уравнения, которое строится путем получения аналитического выражения, связывающего значение функции состояния (т.е. начальных условий одного из процессов) на текущем цикле повторения переходных процессов со значением этой же функции на следующем или предыдущем цикле [1, 3].

Метод разностных уравнений позволяет анализировать переходные процессы, возникающие в линейных цепях с изменяющейся структурой. Но в общем случае такой метод применим только при детерминированном и циклически повторяющемся изменении структуры цепи. Он не позволяет анализировать процессы, протекающие при стохастическом изменении параметров цепи. В то же время в основе этого метода лежит использование аппарата динамических систем [3, 6]: представление электрической цепи в виде динамической системы, состояние которой определенным образом меняется при переходе от одного переходного процесса к другому. В таких науках, как математическое моделирование, теория вероятностей, теория автоматического управления и теория надежности были получены результаты, позволяющие анализировать динамические системы со стохастическими свойствами [2, 4]. Полученные результаты могут быть использованы для расширения области применения метода разностных уравнений в теоретической электротехнике по сравнению с той, которая уже имеется [1, 3, 6].

Поэтому *целью данной работы* являлось развитие метода разностных уравнений для расчета переходных процессов в цепях электроразрядных установок, электрическое сопротивление которых может изменяться случайным образом.

Постановка задачи. Для достижения поставленной цели были приняты допущения: процесс изменения состояния цепи представлен в виде дискретного случайного процесса; характеристики случайного процесса изменения структуры цепи представлены в качестве параметров динамической системы; для получения вероятностных оценок электрических характеристик цепи ее анализ проводился классическим методом разностных уравнений.

В данной работе рассмотрен частный случай: в последовательности изменений структуры цепи существует лишь одно ее изменение, подчиненное вероятностному закону, и оно может происходить по одному из двух альтернативных вариантов с вероятностями p и $q = 1 - p$ (рис. 1).

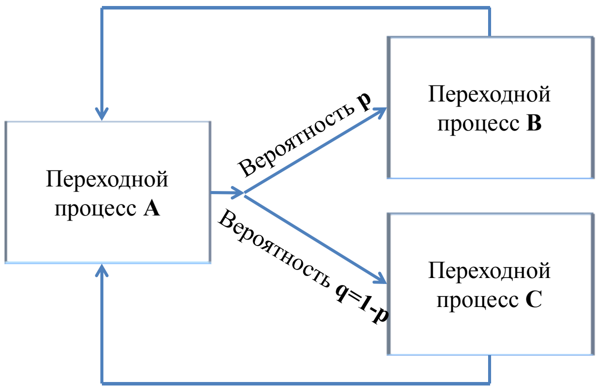

Рис. 1

После проведения анализа этого частного случая полученный результат может быть обобщен на случай, в котором присутствует более чем одно стохастическое изменение структуры цепи с более чем двумя альтернативами за один цикл повторения переходных процессов.

Основная идея предлагаемого подхода состоит в том, что стохастическое изменение структуры линейной цепи представляется в виде случайного процесса, проводится оценка характеристик данного случайного процесса (определяется математическое ожидание и наиболее вероятный диапазон изменения мгновенных значений процесса), и затем выполняются вероятностные оценки электрических характеристик цепи с помощью метода разностных уравнений.

Предлагаемый подход состоит из следующих этапов.

1. Представление стохастического изменения структуры цепи как стационарного дискретного случайного процесса, мгновенными значениями которого являются геометрически распределенные случайные величины – "количество наступлений более вероятных изменений структуры цепи между двумя соседними наступлениями менее вероятного изменения структуры цепи".

2. Определение математического ожидания случайного процесса изменения структуры цепи, а также оценки с заданной долей вероятности диапазона изменения мгновенных значений случайного процесса.

3. Использование метода разностных уравнений для анализа переходных процессов на промежутке времени, соответствующему конкретному значению дискретного случайного процесса. В качестве параметра полученных выражений выступает величина мгновенного значения случайного процесса.

4. Повторного использования метода разностных уравнений для "сшивки" результатов, полученных для отдельных мгновенных значений случайного процесса изменения структуры цепи и анализа переходных процессов на всей длительности случайного процесса.

5. Использование полученных ранее значений математического ожидания случайного процесса и границ диапазонов наиболее вероятных изменений мгновенных значений случайного процесса в качестве параметра в выражении для электрических характеристик с целью получения их вероятностных оценок.

Выполнение указанных этапов позволяет получить аналитические выражения для наиболее вероятных значений электрических характеристик, а также выражения для диапазона их варьирования с заданной вероятностью.

Представление стохастического изменения структуры цепи в виде дискретного случайного процесса. Пусть в рассматриваемой последовательности изменений структуры цепи один из переходов является стохастическим с двумя альтернативными вариантами. Например, на рис. 1 показан переход от процесса A к процессу B с вероятностью p и переход от процесса A к процессу C с вероятностью $q = 1 - p$.

Не нарушая общности, можно считать, что $q \geq p$, т.е. цепочка процессов A–C (после процесса A следует процесс C без процесса B) протекает с большей либо равной вероятностью, чем цепочка процессов A–B. Далее для удобства будем рассматривать цепочку из двух последовательных процессов как один элементарный процесс, т.е. будем говорить о процессах A–B и A–C.

Введем в рассмотрение случайный процесс $N_{A\text{–}C}(n)$, где n – номер цикла изменения структуры цепи. В качестве мгновенного значения рассматриваемого случайного процесса изменения структуры цепи примем случайную величину $N_{A\text{–}C}$ – "количество процессов A–C до очередного наступления процесса A–B". Представление последовательности изменений структуры цепи в виде случайного процесса показано на рис. 2.

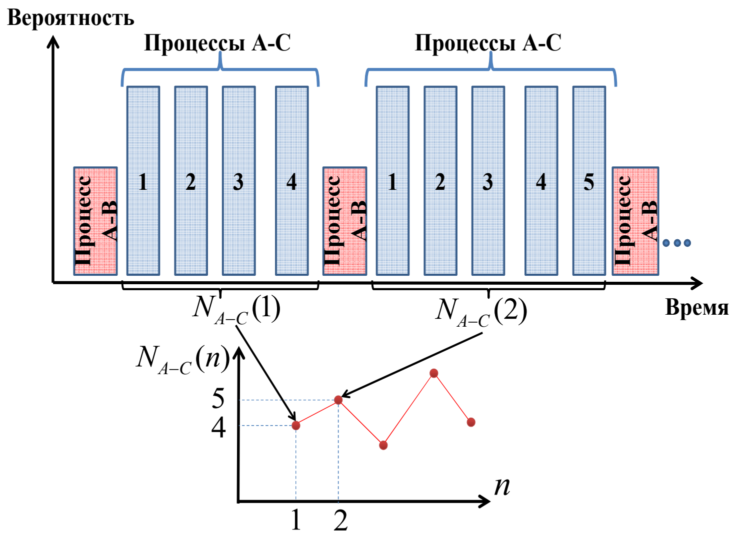

Рис. 2

Как только наступит процесс A–B, необходимо перейти к рассмотрению следующей случайной величины – "количеству процессов A–C до наступления следующего процесса A–B". Данная случайная величина будет следующим мгновенным значением случайного процесса изменения структуры цепи.

Определение характеристик случайного процесса изменения структуры цепи. Циклический процесс изменения структуры цепи можно представить в ви-де последовательности испытаний Бернулли, где в результате каждого из испытаний возникает одно из двух несовместных событий: либо процесс A–B с вероятностью p, либо процесс A–C с вероятностью q=1–p [2]. Рассмотрим бесконечную последовательность независимых случайных величин с распределением Бернулли $X_1, \ldots, X_n, \ldots$:

$$X_i = \begin{cases} 1,\ p, & \text{если на } i\text{-м испытании наступил процесс } A\text{-}B \\ 0,\ q \equiv 1\text{-}p, & \text{если на } i\text{-м испытании наступил процесс } A\text{-}C, \end{cases} \qquad i = 1, 2, \ldots \tag{1}$$

Количество подряд идущих процессов A–C до наступления очередного процесса A–B определяется следующим выражением:

$$N_{A-C} = min\{i, X_i = 1\} - 1 . \tag{2}$$

Исходя из выражения (2), случайная величина $N_{A\text{–}C}$ ("количество процессов A–C до наступления очередного процесса A–B") по определению имеет геометрическое распределение с параметрами p и q. Тогда функция распределения случайной величины $N_{A\text{–}C}$

$$F_{N_{A-C}}(n) = 1 - q^n . \tag{3}$$

Математическое ожидание (n_{A-C}^{cp})

$$n_{A-C}^{cp} = M\left[N_{A-C}\right] = q/p . \tag{4}$$

Построим доверительный интервал $\left[n_{A-C}^{\min};\ n_{A-C}^{\max}\right]$, в который реализации случайной величины $N_{A\text{–}C}$ попадают с заданной вероятностью δ. Определив данный доверительный интервал и воспользовавшись методом разностных уравнений, можно получить доверительные интервалы для электрических характеристик. Целесообразно строить доверительный интервал $\left[n_{A-C}^{\min};\ n_{A-C}^{\max}\right]$ для величины $N_{A\text{–}C}$

"симметричным" относительно математического ожидания, т.е. вероятность попадания реализации случайной величины N_{A-C} в участок интервала, превышающий $M\left[N_{A-C}\right]$, должна быть равной вероятности попадания в участок интервала не превышающий $M\left[N_{A-C}\right]$

$$P(n_{A-C}^{\min} < N_{A-C} \le M\left[N_{A-C}\right]) = P(M\left[N_{A-C}\right] < N_{A-C} \le n_{A-C}^{\max}) = \delta/2 . \tag{5}$$

Используя соотношения (3) и (5), можно получить выражения для расчета границ доверительного интервала случайной величины N_{A-C} (обозначенных квадратными скобками $\lceil\ \rceil$ и $\lfloor\ \rfloor$ соответствующими округлению до ближайшего большего целого и ближайшего меньшего целого, так как они по определению могут принимать только целые значения)

$$n_{A-C}^{\min} = \left\lceil \log_q\left(\delta/2 + q^{q/p}\right)\right\rceil, \tag{6}$$

$$n_{A-C}^{\max} = \left\lfloor \log_q\left(q^{q/p} - \delta/2\right)\right\rfloor. \tag{7}$$

Анализ последовательности переходных процессов с помощью метода разностных уравнений. Метод разностных уравнений позволяет анализировать последовательности циклически повторяющихся взаимосвязанных переходных процессов с ненулевыми начальными условиями на основе использования математической абстракции динамических систем и аппарата разностных уравнений. В наиболее общем приближении метод разностных уравнений состоит из выполнения следующей последовательности шагов.

1. Представление каждого переходного процесса в виде динамической системы.

2. Описание поведения полученных динамических систем с помощью аппарата разностных уравнений, решение полученных уравнений.

3. Решение полученных разностных уравнений.

Полученные уравнения состояния общей системы переходных процессов, как правило, являются линейными неоднородными. Их решение возможно с помощью известных методов [4].

В основе применения метода разностных уравнений для решения задачи вероятностного анализа последовательности переходных процессов лежит следующая идея: необходимо получить аналитические зависимости для электрических характеристик цепи от параметра N_{A-C} – "количества процессов $A-C$ между двумя соседними наступлениями процесса $A-B$ ". Затем, подставив в полученную зависимость вместо параметра N_{A-C} вероятностные оценки n_{A-C}^{cp} (4), n_{A-C}^{min} (6) и n_{A-C}^{max} (7), получить вероятностные оценки электрических характеристик цепи.

Применение данного подхода к анализу переходных процессов в цепях электроразрядных установок при стохастическом изменении сопротивления нагрузки. На рис. 3 показана электрическая схема замещения одной из таких установок, в которой напряжения зарядки и разрядки конденсатора C зависят от ненулевых начальных условий по напряжению.

1. Колебательный заряд конденсатора (тиристорный ключ VT_1 замкнут, а VT_2 – разомкнут) [5]

$$U^{\text{зар}}\,(U_0^{\text{зар}}) = E + (E - U_0^{зар})\cdot e^{-a}, \tag{8}$$

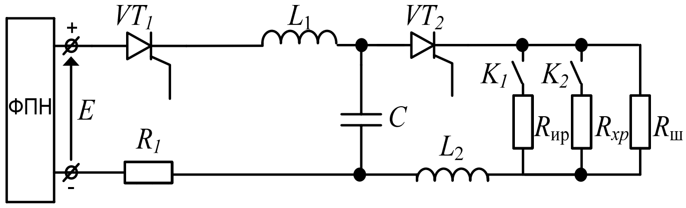

Рис. 3

где $U^{\text{зар}}$ – напряжение зарядки конденсатора, $U_0^{\text{зар}}$ – начальное ненулевое напряжение на конденсаторе при его зарядке, E – напряжение на выходе формирователя постоянного напряжения (ФПН), $a = \pi\Big/\sqrt{4Q_{зар}^2 - 1}$, $Q_{зар} = R_1^{-1}\sqrt{L_1/C}$ – добротность зарядной цепи, L_1, R_1 – значения соответственно индуктивности и активного сопротивления зарядной цепи, C – величина емкости конденсатора.

2. Разряд конденсатора в искровом режиме (ключи VT_2 и K_1 замкнуты, ключи VT_1 и K_2 разомкнуты) [7, 9, 10]

$$U^{\text{ир}}\,(U_0^{\text{ир}}) = -U_0^{\text{ир}}\cdot e^{-b}, \tag{9}$$

где $U_0^{\text{ир}}$ и $U^{\text{ир}}$ – соответственно напряжение на конденсаторе до и после его разряда в искровом режиме, $b = \pi \Big/ \sqrt{4Q_{\text{ир}}^2 - 1}$, $Q_{\text{ир}} = \left(R_{\text{ир}} + R_{\text{ш}}\right)\cdot\left(R_{\text{ир}}R_{\text{ш}}\right)^{-1}\cdot\sqrt{L_2/C}$ – добротность разрядной цепи в искровом режиме разряда, L_2, $R_{\text{ир}}$, $R_{\text{ш}}$ – соответственно значения индуктивности разрядной цепи, активного сопротивления нагрузки в искровом режиме и активного сопротивления, шунтирующего эту нагрузку.

3. Холостой разряд (слаботочный длительный разряд без искрений в нагрузке [8]) конденсатора (ключи VT_2 и K_2 замкнуты, ключи VT_1 и K_1 разомкнуты) [7, 9, 10]

$$U^{\text{хр}}\ (U_0^{\text{хр}}) = -U_0^{\text{хр}}\cdot e^{-c}, \tag{10}$$

где $U_0^{\text{хр}}$ и $U^{\text{хр}}$ – соответственно напряжение на конденсаторе до и после его разряда в холостом режиме, $c = \pi \Big/ \sqrt{4Q_{\text{хр}}^2 - 1}$, $Q_{\text{хр}} = \left(R_{\text{хр}} + R_{\text{ш}}\right)\cdot\left(R_{\text{хр}}R_{\text{ш}}\right)^{-1}\cdot\sqrt{L_2/C}$ – добротность разрядного контура в режиме холостого разряда, $R_{\text{хр}}$ – сопротивление нагрузки в холостом режиме.

Определим наиболее вероятное значение напряжения на конденсаторе в квазиустановившемся режиме работы установки, а также диапазон, в котором может изменяться напряжение на конденсаторе с заданной вероятностью.

Переходные процессы заряда и разряда конденсатора C в схеме, представленной на рис. 3, повторяются следующим образом: при включении тиристорного вентиля VT_1 от источника постоянного напряжения E начинается колебательный заряд конденсатора C через зарядный дроссель L_1 и резистор R_1. При появлении максимального напряжения на конденсаторе ток в контуре станет равным нулю и тиристор VT_1 выключится. Через некоторое время включается тиристор VT_2, и начинается колебательный разряд конденсатора через зарядный дроссель L_2 на нагрузку, представленную сопротивлениями $R_{\text{ир}}$ ($R_{\text{хр}}$), и шунт $R_{\text{ш}}$.

Разряд конденсатора может протекать в одном из двух режимов: режиме искрового разряда (сопротивление нагрузки равно $R_{\text{ир}}$) и режиме холостого разряда (сопротивление нагрузки равно $R_{\text{хр}}$). После перезаряда конденсатора тиристор VT_2 выключится. Затем процессы циклически повторяются.

В рамках данной работы приняты следующие допущения: сопротивление нагрузки $R_{\text{н}}$ является линейным в пределах каждого процесса разряда конденсатора, однако от одного разрядного цикла к другому $R_{\text{н}}$ может скачкообразно меняться по заданному вероятностному закону

$$R_{\text{н}} = \begin{cases} R_{\text{хр}}, & \text{с вероятностью } p \\ R_{\text{ир}}, & \text{с вероятностью } q = 1 - p \end{cases}. \tag{11}$$

Для данного примера будут получены общие аналитические выражения для исследуемых характеристик цепи, однако для определенности будут рассмотрены также конкретные значения для вероятностного распределения сопротивления нагрузки: p=0,1, q=0,9, $R_{\text{ир}}$=0,2 Ом, $R_{\text{хр}}$=3 Ом, E =100 В, L_1=100 мкГн, R_1=0,5 Ом, C=100 мкФ, L_2 =2,5 мкГн, $R_{\text{ш}}$ =0,33 Ом.

При решении такой задачи будем пошагово применять предложенный подход.

1. Представим изменение структуры цепи в виде дискретного случайного процесса.

Для удобства обозначим процесс заряда конденсатора как процесс A, процесс холостого разряда конденсатора – B, процесс искрового разряда конденсатора – C (рис. 1). Рассмотрим случайный процесс $N_{A-C}(n)$, в котором мгновенными значениями являются случайные величины N_{A-C} –"количество процессов A–C между двумя соседними во времени наступлениями процесса A–B".

2. Определим математическое ожидание случайного процесса изменения структуры цепи и с заданной долей вероятности диапазон изменения мгновенных значений случайного процесса.

Для определения данных вероятностных характеристик могут быть использованы выражения (4), (6) и (7).

3. Используем метод разностных уравнений для анализа переходных процессов на промежутке времени, соответствующем конкретному значению дискретного случайного процесса.

Составим разностное уравнение относительно напряжения разряда конденсатора, подставив в формулу напряжения разряда (9) выражение для напряжения заряда (8) вместо $U_0^{\text{ир}}$,

$$U_{n+1}^{\text{ир}} = U_n^{\text{ир}}\cdot e^{-(a+b)} - E\cdot e^{-b}\cdot(1 + e^{-a}), \quad n = \overline{0,\infty}. \tag{12}$$

Пусть начальное напряжение на конденсаторе U_0. Тогда, решив разностное уравнение, получим выражение для напряжения на конденсаторе после последнего разряда в последовательности процессов A–C (заряды конденсатора с последующими искровыми разрядами) [9]

$$U^{\text{ир}}(U_0,n_{\text{ир}})=U_0\cdot e^{-(a+b)^{n_{\text{ир}}}}-E\cdot\frac{1+e^{-a}}{e^{b}-e^{-a}}\cdot\left(1-e^{-(a+b)^{n_{\text{ир}}}}\right), \tag{13}$$

где $n_{\text{ир}}$ – количество подряд идущих процессов заряда конденсатора с последующими искровыми разрядами.

На данном этапе были проанализированы переходные процессы в рамках одного мгновенного значения стохастического процесса изменения структуры цепи.

4. Повторно используя метод разностных уравнений, произвести "сшивку" результатов, полученных для отдельных мгновенных значений случайного процесса изменения структуры цепи, с целью получения результата анализа переходных процессов по всей длительности случайного процесса.

Общая последовательность процессов, протекающих в цепи, состоит из следующих этапов: колебательный заряд конденсатора, холостой разряд конденсатора, последовательность процессов заряда конденсатора с последующим разрядом на искровую нагрузку.

Зависимость напряжения разряда конденсатора в режиме холостого разряда от начального напряжения в цепи ФРИ с шунтированием была описана ранее (3).

Составим разностное уравнение относительно напряжения разряда конденсатора по окончании последовательности искровых разрядов, выполнив рекурсивную подстановку формул (1), (3) и (13)

$$U_{n+1}^{\text{ир}}=U_{n}^{\text{ир}}\cdot d(n_{\text{ир}})+f(n_{\text{ир}}), \tag{14}$$

где $d(n_{\text{ир}})=e^{-(a+c)}e^{-(a+b)^{n_{\text{ир}}}}$, $\quad f(n_{\text{ир}})=-E\left(1+e^{-a}\right)\left(e^{-c}e^{-(a+b)^{n_{\text{ир}}}}+\left(1-e^{-(a+b)^{n_{\text{ир}}}}\right)\Big/\left(e^{b}-e^{-a}\right)\right)$.

Решение разностного уравнения

$$U^{\text{ир}}(U_0,n_{\text{хр}},n_{\text{ир}})=U_0\cdot\left(d(n_{\text{ир}})\right)^{n_{\text{хр}}}+\frac{f(n_{\text{ир}})}{1-d(n_{\text{ир}})}\cdot\left(1-\left(d(n_{\text{ир}})\right)^{n_{\text{хр}}}\right), \tag{15}$$

где $n_{\text{хр}}$ – количество рассматриваемых циклов переходных процессов (под циклом подразумевается последовательность искровых процессов (заряды и искровые разряды) + один заряд с холостым разрядом).

Выражение (15) отражает зависимость напряжения на конденсаторе $U^{\text{ир}}$ в момент завершения последнего искрового разряда конденсатора в цепочке взаимосвязанных переходных процессов.

На основе выражений (8), (10) и (15) может быть получено соотношение для напряжения на конденсаторе в момент завершения холостого разряда конденсатора $U^{\text{хр}}$ после $n_{\text{хр}}$ цепочек рассмотренных переходных процессов

$$U^{\text{хр}}(U_0,n_{\text{хр}},n_{\text{ир}})=-E\cdot\left(1+e^{-a}\right)\cdot e^{-c}+e^{-(a+c)}\cdot\left(U_0\cdot\left(d(n_{\text{ир}})\right)^{n_{\text{хр}}}+\frac{f(n_{\text{ир}})}{1-d(n_{\text{ир}})}\cdot\left(1-\left(d(n_{\text{ир}})\right)^{n_{\text{хр}}}\right)\right). \tag{16}$$

В случае, когда количество повторений цепочки переходных процессов $n_{\text{хр}}$ стремится к бесконечности, наступает квазиустановившийся режим. Выражение для напряжения в момент завершения последнего искрового разряда конденсатора в цепочке взаимосвязанных переходных процессов в квазиустановившемся режиме может быть получено, исходя из соотношения (15)

$$U_{lim}^{\text{ир}}\left(n_{\text{ир}}\right)=\lim_{n_{\text{хр}}\to\infty}\left(U_0\cdot\left(d(n_{\text{ир}})\right)^{n_{\text{хр}}}+\frac{f(n_{\text{ир}})}{1-d(n_{\text{ир}})}\cdot\left(1-\left(d(n_{\text{ир}})\right)^{n_{\text{хр}}}\right)\right)=\frac{f(n_{\text{ир}})}{1-d(n_{\text{ир}})}. \tag{17}$$

Аналогичным образом соотношение для напряжения на конденсаторе в момент завершения холостого разряда конденсатора в квазиустановившемся режиме

$$U_{lim}^{\text{хр}}(n_{\text{ир}})=E\cdot\left(1+e^{-a}\right)-e^{-a}\cdot\frac{f(n_{\text{ир}})}{1-d(n_{\text{ир}})}. \tag{18}$$

5. Подставляя полученные значения математического ожидания случайного процесса и границы диапазона наиболее вероятного изменения мгновенных значений случайного процесса в качестве параметров в выражения для электрических характеристик, получить их вероятностные оценки.

Для того чтобы оценить среднее напряжение на конденсаторе на момент завершения искровых разрядов в квазиустановившемся режиме, необходимо в качестве параметра $n_{\text{ир}}$ в выражение (17) для $U_{\lim}^{\text{ир}}(n_{\text{ир}})$ подставить целую часть от оценки математического ожидания случайной величины $N_{A\text{–}C}$ (4)

$$U^{\text{ир } cp} = U_{\lim}^{\text{ир}}([q/p]) = f([q/p]) \Big/ \left(1 - d([q/p])\right). \quad (19)$$

Среднее напряжение на конденсаторе на момент завершения холостого разряда в квазиустановившемся режиме после аналогичной подстановки целой части от (4) в выражение (18) определится как

$$\mathrm{U}^{\text{хр ср}} = \mathrm{U}_{\lim}^{\text{хр}}([\mathrm{q/p}]) = \mathrm{E} \cdot \left(1 + \mathrm{e}^{-\mathrm{a}}\right) - \mathrm{e}^{-\mathrm{a}} \cdot \mathrm{f}([\mathrm{q/p}]) \Big/ \left(1 - \mathrm{d}([\mathrm{q/p}])\right). \quad (20)$$

Зная математические ожидания напряжения конденсатора в моменты завершения искровых и холостых разрядов, можно приближенно определить математическое ожидание напряжения разряда конденсатора в целом по всему циклу взаимосвязанных переходных процессов в квазиустановившемся режиме

$$U^{cp} \approx \left(U^{\text{ир } cp} \cdot n_{\text{ир}} + U^{\text{хр } cp}\right) \Big/ \left(n_{\text{ир}} + 1\right). \quad (21)$$

Далее оценим диапазон изменения напряжения разряда на конденсаторе.

Проведенные исследования показали, что напряжение разряда конденсатора тем больше по модулю, чем реже встречаются холостые разряды конденсатора. Уменьшение количества холостых разрядов конденсатора можно представить как увеличение параметра $n_{\text{ир}}$ – количества искровых разрядов между двумя соседними холостыми разрядами конденсатора.

Для определения максимального по модулю напряжения разряда конденсатора $U^{|\max|}$ необходимо в выражение (17) для $U_{\lim}^{\text{ир}}(n_{\text{ир}})$ вместо параметра $n_{\text{ир}}$ подставить $n_{A\text{–}C}^{\max}$ – верхнюю границу доверительного интервала случайной величины $N_{A\text{–}C}$ с заданной вероятностью δ из формулы (7)

$$U^{|\max|} = f\left(\left\lfloor \log_q (q^{q/p} - \delta/2) \right\rfloor\right) \Big/ \left(1 - d\left(\left\lfloor \log_q (q^{q/p} - \delta/2) \right\rfloor\right)\right). \quad (22)$$

Аналогично определяется минимальное по модулю напряжение разряда конденсатора $U^{|\min|}$ (подстановкой (6) в (17))

$$U^{|\min|} = f\left(\left\lceil \log_q (\delta/2 + q^{q/p}) \right\rceil\right) \Big/ \left(1 - d\left(\left\lceil \log_q (\delta/2 + q^{q/p}) \right\rceil\right)\right). \quad (23)$$

Подставив в выведенные соотношения (21−23) численные значения параметров цепи и принимая $\delta = 0{,}9$, получим: $U^{|\min|} = -\,0{,}0281$ В, $U^{cp} = -\,38{,}2795$ В, $U^{|\max|} = -\,42{,}5325$ В.

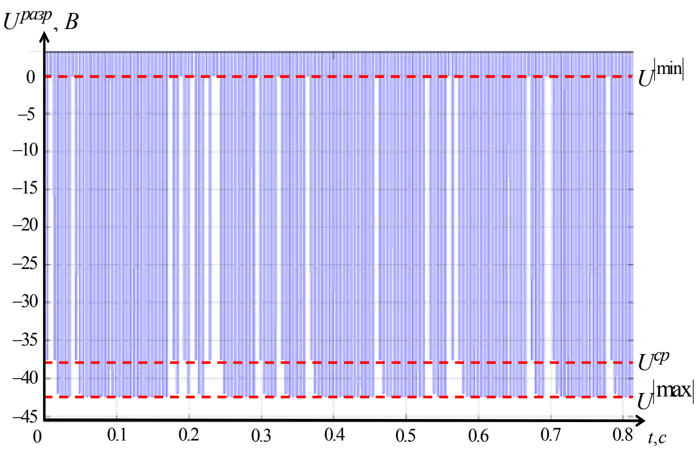

Рис. 4

Из рис. 4 видно, что полученные аналитически оценки напряжения на конденсаторе соответствуют результатам, полученным в результате численного эксперимента.

Заключение. 1. В работе развит метод разностных уравнений для анализа циклических взаимосвязанных переходных процессов, протекающих в цепях со стохастически изменяющимся сопротивлением нагрузки. Стохастическое изменение параметров цепи представлено как аналогичное изменение структуры кусочно-линейной цепи (т.е. предполагается, что при неизменной структуре цепь является линейной, но структура в определенные моменты времени может изменяться случайным образом). Условием применимости метода разностных уравнений является возможность аналитически выразить зависимость конечных условий каждого переходного процесса от его начальных условий.

2. Основная идея развития метода разностных уравнений заключается в возможности представить стохастический процесс изменения структуры электрической цепи в виде случайного процесса, мгновенными значениями которого являются геометрически распределенные случайные величины.

3. Применение основной идеи предполагает последовательное решение задач:

– представления изменения состояния цепи как дискретного случайного процесса, мгновенными значениями которого являются геометрически распределенные случайные величины;

– определения математического ожидания процесса изменения структуры цепи и с заданной долей вероятности диапазона изменения мгновенных значений случайного процесса;

– применения метода разностных уравнений для анализа переходных процессов на промежутке времени, соответствующему отдельному значению дискретного случайного процесса;

– повторного использования метода разностных уравнений для "сшивки" результатов, полученных для отдельных мгновенных значений процесса изменения структуры цепи, и анализа переходных процессов на всей длительности случайного процесса;

– подстановки значений математического ожидания случайного процесса и границ диапазона наиболее вероятного изменения мгновенных значений случайного процесса в качестве параметра в выражения для электрических характеристик с целью расчета их вероятностных оценок.

4. Выполнен анализ переходных процессов в цепях электроразрядных установок при стохастическом изменении сопротивления их нагрузки. Получены оценки для напряжения на конденсаторе: минимальное по модулю напряжение $U^{|\min|}$ = – 0,0281 В, среднее напряжение U^{cp} = – 38,2795 В, максимальное по модулю напряжение $U^{|\max|}$ = – 42,5325 В. Полученные оценки хорошо коррелируют с результатами аналитических расчетов отдельных зарядных и разрядных переходных процессов [7–9] и анализа на численных моделях циклически изменяющихся таких процессов [9–11].

1. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники. – Москва: Высшая школа, 1978. – 638 с.

2. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – Москва: Высшая школа, 2000. – 480 с.

3. *Демирчан К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л.* Теоретические основы электротехники. – С-Пб.: Питер, 2003. – 576 с.

4. *Романко В.К.* Разностные уравнения. – Москва: Бином, 2006. – 112 с.

5. *Супруновская Н.И.* Энергетические характеристики при изменении начальных условий колебательного заряда конденсатора от источника постоянного напряжения // Техн. електродинаміка. – 2008. – №4. – С. 27–33.

6. *Тонкаль В.Е., Руденко В.С., Жуйков В.Я., Сучик В.Е., Денисюк С.П., Новосельцев А.В.* Вентильные преобразователи переменной структуры. – Киев: Наукова думка, 1989. – 336 с.

7. *Шидловский А.К., Супруновская Н.И.* Энергетические процессы в электрических цепях разрядноимпульсных установок с емкостным накопителем энергии при ограничении длительности его разряда на электроискровую нагрузку и ненулевых условиях его заряда // Техн. електродинаміка. – 2010. – №1. – С. 42–48.

8. *Шидловский А.К., Щерба А.А., Супруновская Н.И.* Энергетические процессы в цепях заряда и разряда конденсаторов электроимпульсных установок. – Киев: Интерконтиненталь-Украина, 2009. – 208 с.

9. *Щерба А.А., Супруновская Н.И., Иващенко Д.С.* Анализ условий стабилизации напряжения электроразрядных установок при колебательной разрядке их емкостного накопителя энергии на нагрузку с изменяющимся сопротивлением // Техн. електродинаміка. Тем. випуск "Силова електроніка та енергоефективність". – 2009. – Ч. 1. – С. 61–65.

10. *Щерба А.А., Супруновская Н.И., Синицин В.К., Иващенко Д.С.* Апериодические и колебательные процессы разряда конденсатора при принудительном ограничении длительности токов в нагрузке // Техн. електродинаміка. – 2012. – № 3. – С. 9 – 10.

11. *Щерба А.А., Третяк М.В., Иващенко Д.С.* Анализ переходных и установившихся электрических режимов аккумуляторной батареи и суперконденсаторов, включенных параллельно в систему питания электромобилей // Техн. електродинаміка. Тем. випуск "Силова електроніка та енергоефективність". – 2011. – Ч. 2. – С. 93–98.

УДК 621.3.011

РОЗВИТОК МЕТОДУ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У КОЛАХ ЕЛЕКТРОРОЗРЯДНИХ УСТАНОВОК ПРИ СТОХАСТИЧНІЙ ЗМІНІ ОПОРУ НАВАНТАЖЕННЯ

Щерба А.А, чл.-кор. НАН України, **Іващенко Д.С., Супруновська Н.І., канд.техн.наук**

Інститут електродинаміки НАН України, пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна.

e-mail: sh1ch@ied.org.ua

Метою роботи був розвиток методу різницевих рівнянь для розрахунку перехідних процесів у колах електророзрядних установок, електричний опір яких змінюється випадковим чином. Для досягнення мети зміна стану кола представлена у вигляді дискретного випадкового процесу; досліджено випадкові зміни структури кола; характеристики випадкових змін структури кола представлено у вигляді параметрів динамічної системи;

проведено аналіз кола методом різницевих рівнянь із застосуванням імовірнісних оцінок електричних характеристик кола. Як приклад досліджено перехідні процеси в колах формувача розрядних імпульсів установки електроіскрового диспергування. Виконано аналіз повторюваних взаємозалежних перехідних процесів заряду накопичувального конденсатора і його розряду на іскрове навантаження, опір якого змінюється випадковим чином. У роботі прийнято припущення, що всі елементи кола лінійні, а зміна його структури описується імовірнісним законом. У результаті досліджень запропоновано підхід до аналізу взаємозалежних перехідних процесів, які протікають у колах з параметрами, що стохастично змінюються. Підхід орієнтовано на аналіз режимів, які можуть виникати при стохастичних змінах структури кусочно-лінійного кола. Бібл. 10, рис. 4.
Ключові слова: метод різницевих рівнянь, електричні кола зі змінною структурою, випадковий процес.

DEVELOPMENT OF DIFFERENCE EQUATIONS METHOD FOR ANALYSIS OF TRANSIENT PROCESSES IN THE CIRCUITS OF ELECTRO-DISCHARGE SYSTEMS AT STOCHASTIC CHANGING OF LOAD RESISTANCE

Shcherba A.A., Ivashchenko D.S., Suprunovska N.I.
Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,
Pr. Peremogy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.
e-mail: sh1ch@ied.org.ua

The objective of work was the development of the method of difference equations for the calculation of transients in circuits of electro-discharging systems with stochastically changing electrical resistance. The following tasks were performed in order to achieve the objective: circuit state changes were presented in the form of a discrete random process; random changes in the structure of the circuit were studied; characteristics of random structure changes were presented in the form of parameters of the dynamical system; analysis of the circuit was performed with method of difference equations using probability estimates. Transients in circuits of electric-discharge pulse shaper for electro-spark dispersion system were analyzed as an example. Sequence of related capacitor charges and discharges transients in circuits with stochastically changing electrical resistance were analyzed. It was assumed that all the circuit elements are linear, and changes in circuit structure are described by the probability law. As a result of research was suggested an approach to the analysis of related transient processes in circuits with stochastically varying parameters. Approach focuses on the analysis of processes related to stochastic changes in the structure of piecewise-linear circuit. References 10, figures 4.
Key words: method of difference equations, electrical circuits with variable structure, stochastic process.

1. *Bessonov L.A.* Electrical engineering theory. – Moskva: Vysshaya shkola, 1978. – 638 p. (Rus)

2. *Ventsel E.S., Ovcharov L.A.* Probability theory and its engineering applications. – Moskva: Vysshaia shkola, 2000. – 480 p. (Rus)

3. *Demirchan K.S., Neiman L.R., Korovkin N.V., Chechurin V.L.* Electrical engineering theory. – Sainkt-Petersburg: Piter, 2003. – 576 p. (Rus)

4. *Romanko V.K.* Difference equations. – Moskva: Binom, 2006. – 112 p. (Rus)

5. *Suprunovskaia N.I.* Energy characteristics at initial conditions changing during capacitor oscillatory charge from direct-voltage source // Tekhnichna elektrodynamika. – 2008. – №4. – Pp. 27–33. (Rus)

6. *Tonkal V.E., Rudenko V.S., Zhuikov V.Ya, Suchik V.E., Denisyuk S.P., Novoseltsev A.V.* Valve inverters with graded structure. – Kiev: Naukova dumka, 1989. – 336 p. (Rus)

7. *Shidlovkii A.K., Suprunovskaia N.I.* Energy processes in electric circuits of discharge-pulse systems with capacitive energy storage at limitation of its discharge duration through electrical spark load and non-zero conditions its charging // Tekhnichna elektrodynamika. – 2010. – №1. – Pp. 42–48. (Rus)

8. *Shidlovkii A.K., Shcherba A.A., Suprunovskaia N.I.* Energy processes in charge and discharge circuits of capacitors of electro-pulse systems. – Kiev: Interkontinental-Ukraina, 2009. – 208 p. (Rus)

9. *Shcherba A.A., Suprunovskaia N.I., Ivashchenko D.S.* Analysis of conditions of voltage stabilization of electro-discharge systems during oscillatory discharge its capacitive energy storage through load with changing resistance // Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk "Sylova elektronika ta enerhoefektyvnist". – 2009. – Vol.1. – Pp. 61–65. (Rus)

10. *Shcherba A.A., Suprunovskaia N.I., Sinitsyn V.K., Ivashchenko D.S.* Aperiodic and oscillatory discharge processes of capacitor at forced limitation of current duration in load // Tekhnichna elektrodynamika. – 2012. – № 3. – Pp. 9–10. (Rus)

11. *Shcherba A.A., Tretiak M.V., Ivashchenko D.S.* Analysis transient and steady state modes of accumulator battery and supercapacitors connecting in-parallel to power system of electric vehicles // Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk "Sylova elektronika ta enerhoefektyvnist". – 2011. – Vol.2. – Pp. 93–98. (Rus)

Надійшла 01.11.2012
Received 01.11.2012