

## МАКРОМОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В АСИНХРОННИХ МАШИНАХ

П.Г.Стахів, докт.техн.наук, І.І.Васильчишин,  
 Національний університет “Львівська політехніка”,  
 вул. С.Бандери, 12, Львів, 79013, Україна.

У статті розглядається метод математичного опису компонент електромеханічних систем з використанням дискретних рівнянь стану, які відображають як лінійні, так і нелінійні властивості об'єктів і будуються на основі інформації про динамічні взаємозв'язки між зовнішніми змінними модельованих об'єктів. Пропонований підхід адаптований до особливостей компонент електромеханічних систем, які мають специфіку, пов'язану з поєднанням у них механічних та електромагнітних процесів і нелінійними взаємозалежностями між змінними, що характеризують їхній стан, а також великим розкидом сталей часу. Як показали дослідження, пропоновані моделі, що будуються на основі оптимізаційного підходу, дозволяють ідентифікацію їхніх параметрів на основі універсальних формальних процедур, які можуть реалізовуватися на комп'ютері з мінімальним втручанням користувача, забезпечують задану точність моделювання як лінійних, так і нелінійних властивостей об'єкта. Бібл. 8, рис. 5.

**Ключові слова:** макромодель, динамічні процеси, електромеханічні перетворювачі.

**Вступ.** Для математичного моделювання електромеханічних систем необхідні математичні моделі їхніх елементів, і, зокрема, електричних машин, які до них належать. Тому однією з основних задач аналізу динамічних режимів таких систем є побудова відносно простих математичних моделей їхніх компонент, які б давали змогу досліджувати процеси в них з необхідною точністю [1, 2, 4]. Таким чином, створення математичних моделей компонент електромеханічних перетворювачів (ЕМП), зокрема, асинхронних машин, відносно зовнішніх змінних, що описують їхній стан (макромоделі), є актуальною задачею. Запропонована макромодель отримана на основі методів теорії динамічних систем. Як показали результати її порівняння з традиційними моделями, отриманими на основі схем заміщення, точність запропонованої моделі є більшою.

**Постановка задачі.** Розглянемо побудову макромоделі асинхронного двигуна (АД) з короткозамкненим ротором, який характеризується наявністю електричних і механічних взаємозв'язків. Оскільки така електрична машина – це нелінійний об'єкт, то використання лінійних математичних моделей не дозволяє досягти задовільної точності моделювання. Лінійні математичні моделі ЕМП використовуються, як правило, лише для наближених розрахунків, адже робота багатьох ЕМП базується саме на нелінійності їхніх характеристик. Отже, перспективним підходом до макромоделювання ЕМП є підхід, що використовує нелінійні дискретні рівняння стану, які добре адаптовані до особливостей комп'ютерного аналізу:

$$\begin{cases} \bar{x}^{(k+1)} = \mathbf{F} \cdot \bar{x}^{(k)} + \mathbf{G} \cdot \bar{v}^{(k)} + \Phi(\bar{x}^{(k)}, \bar{v}^{(k)}) \\ \bar{y}^{(k+1)} = \mathbf{C} \cdot \bar{x}^{(k+1)} + \mathbf{D} \cdot \bar{v}^{(k+1)} \end{cases}, \quad (1)$$

де  $\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  – матричні коефіцієнти відповідних розмірів;  $\Phi$  – деяка вектор-функція,  $\bar{x}^{(k)}, \bar{y}^{(k)}, \bar{v}^{(k)}$  – вектори дискретних значень змінних стану (вхідних, вихідних),  $k$  – номер часової дискрети.

**Мета досліджень.** Побудова макромоделі, яка відображає динамічні процеси в асинхронному двигуні, на основі апріорної інформації, отриманої при проведенні натурального експерименту.

Об'єктом дослідження є трифазний асинхронний двигун типу А051А4, апріорну інформацію про перехідні процеси якого отримано за допомогою експериментальної установки, зображеної на рис. 1, де QF – автоматичний вимикач; TV1-TV2 – трансформатор напруги; R1-R4 – резистори; C1-C3 – конденсатори; R<sub>r</sub> – потенціометр; G – генератор; LG – його обмотка збудження; Tq – тахогенератор; VD1-VD2 – стабілітрони; M – трифазний асинхронний двигун з короткозамкненим ротором; A – амперметр; V – вольтметр; R<sub>н</sub> – опір навантаження; АЦП – аналогово-цифровий перетворювач типу ADA-1406 DAC.

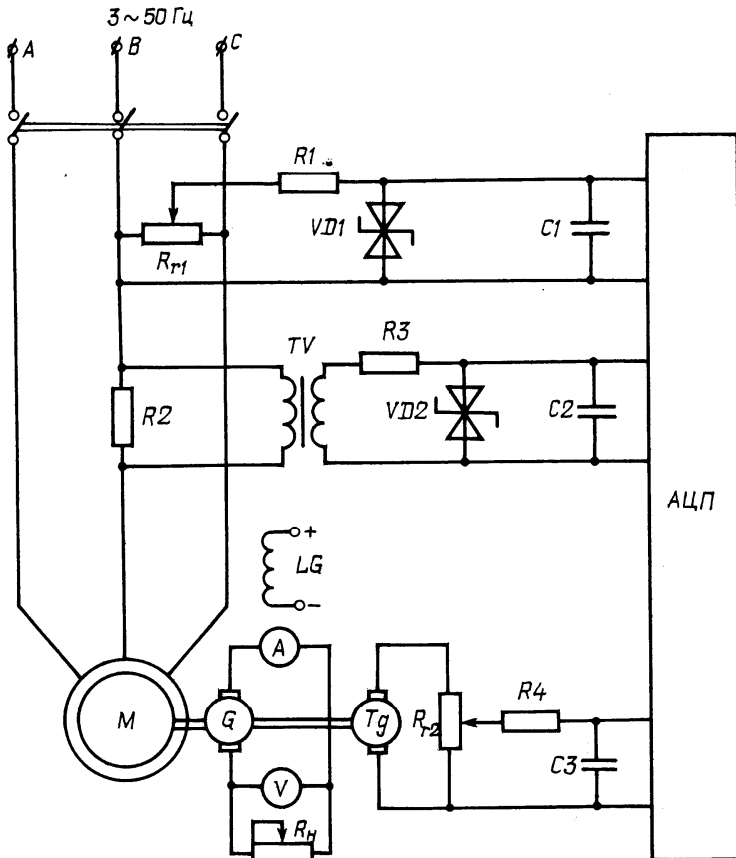


Рис. 1

Експериментальними даними тут є дискретні значення перехідних характеристик як електричних, так і механічних, зумовлених змінами діючих значень напруги живлення і механічного моменту на валу, за умови з'єднання обмоток статора трикутником. Оскільки напруги та струми фаз утворюють симетричну трифазну систему, то як вхідними величинами можна обмежитися діючими значеннями напруги статора лише однієї фази і моментом на валу АД, а вихідними – діючими значеннями струму статора в цій же фазі і частотою обертання ротора. Вибір як вхідних змінних напруги живлення двигуна і моменту опору зумовлений зручністю їхнього варіювання. Тому вектори вхідних і вихідних змінних мають наступний вигляд (2):

$$\mathbf{v}^{(k)} = \begin{pmatrix} U^{(k)} \\ M^{(k)} \end{pmatrix}; \mathbf{y}^{(k)} = \begin{pmatrix} I^{(k)} \\ \omega^{(k)} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Зміна вхідної напруги відбувалася стрибкоподібно від нуля до 380 В ( $\pm 20$  В), а момент змінювався шляхом зміни навантаження генератора. При цьому момент визначався у відносних одиницях. На рис. 2 показані

часові залежності діючих значень струму 2 і швидкості 1, виражені у відносних одиницях.

**Побудова макромоделі.** Для побудови макромоделі слід виконати наступні кроки:

1. Вибрати форму шуканої моделі, записану через невідомі коефіцієнти, яка б дозволила достатньо точно описувати об'єкт моделювання. Ця форма, як правило, визначається на основі інформації про об'єкт моделювання, зокрема, враховуючи характер його нелінійних властивостей.

2. Отримати достатній набір експериментальних даних про об'єкт моделювання.

3. Знайти сукупність невідомих коефіцієнтів, яка забезпечує необхідну точність відтворення моделлю реакції системи на тестове збурення.

4. Перевірити якість відтворення побудованою макромоделлю реакцій на інші зовнішні збурення.

Для побудови дискретних математичних макромоделей компонент електромеханічних систем використовують відомі підходи з теорії динамічних систем [3, 4, 5, 6], оскільки вони є зручними при аналізі динаміки широкого класу об'єктів, сумісні з багатьма чисельними методами, а матрична форма запису створює додаткові зручності.

Для ідентифікації параметрів макромоделі використовуватимемо двоетапний оптимізаційний процес, запропонований у роботах [7, 8].

**Етап 1. Ідентифікація параметрів лінійної моделі.** При побудові лінійної моделі користуються здебільшого алгоритмом Хо-Калмана. Основним завданням на цьому етапі є знаходження

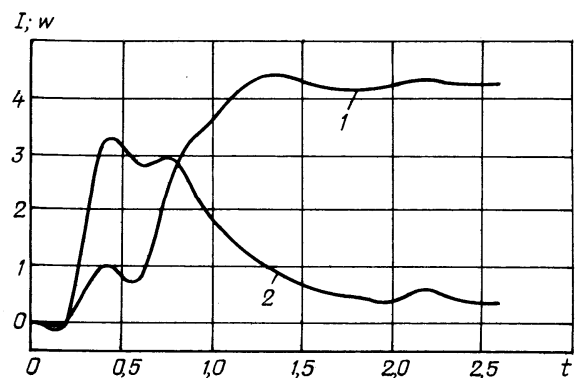


Рис. 2

елементів матриць **F, G, C**. Класичний алгоритм Хо-Калмана модифікуємо завдяки оптимізаційній процедурі, яка мінімізує порядок макромоделі [7,8]. Функція мети у даній задачі характеризує відхилення поведінки моделі від поведінки модельованого об'єкта. Зокрема, це може бути середньоквадратичне відхилення відомих перехідних характеристик АД із характеристиками, отриманими на основі макромодельовання.

Функція мети  $Q(\vec{\beta})$  визначається таким чином:  $Q(\vec{\beta}) = E(\tilde{y}, y) \Rightarrow \min > T$ , де  $\vec{\beta}$  – вектор параметрів моделі,  $E(\tilde{y}, y)$  – середньоквадратичне відхилення перехідних характеристик,  $y$  – відгук моделі на тестовий сигнал, розрахований за допомогою моделі,  $\tilde{y}$  – реакція реального об'єкта на цей самий тестовий сигнал.

Для фіксованого набору тестових сигналів функція мети є функцією лише вектора параметрів моделі  $\vec{\beta}$  і має вигляд  $Q(\vec{\beta}) = \sum_i |\tilde{y}_i - \tilde{y}_i^*|^2$ . Таким чином, знайшовши мінімум функції  $Q(\vec{\beta})$ , ми знайдемо такі значення вектора параметрів моделі  $\vec{\beta}$ , при яких відхилення поведінки моделі на заданій множині тестових сигналів від поведінки модельованого об'єкта за критерієм  $E(\tilde{y}, y)$  буде мінімальним.

Перевірка отриманих результатів макромодельовання відгуків на тестові сигнали з даними, знятими експериментально, визначається наступним чином:

$$\varepsilon = \sqrt{b/a} \cdot 100\%, \quad \text{де} \quad a = \sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i)^2, \quad b = \sum_{i=1}^n |\tilde{y}_i^* - \tilde{y}_i|,$$

$\tilde{y}_i$  – точне, а  $\tilde{y}_i^*$  – розраховане за допомогою моделі значення відгуку об'єкта.

У даному випадку при побудові лінійної моделі похибка не перевищує 4 % при обмеженні третім порядком макромоделі. Для існуючого набору експериментальних даних було отримано таку лінійну макромодель:

$$\begin{cases} \vec{x}^{k+1} = \begin{pmatrix} 0,446 & 0,149 & -1,084 \\ -0,689 & -0,539 & 5,949 \\ 0,628 & 0,042 & 0,934 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}^k + \begin{pmatrix} 0,216 & -0,566 \\ 0,125 & -0,282 \\ 0,083 & -0,332 \end{pmatrix} \cdot \vec{v}^k; \\ \vec{y}^{k+1} = \begin{pmatrix} 3,002 & 0,821 & 2,147 \\ -2,706 & 0,332 & -6,436 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}^{k+1} + \begin{pmatrix} -0,012 & 0,625 \\ 0,029 & 4,026 \end{pmatrix} \cdot \vec{v}^{k+1}. \end{cases} \quad (3)$$

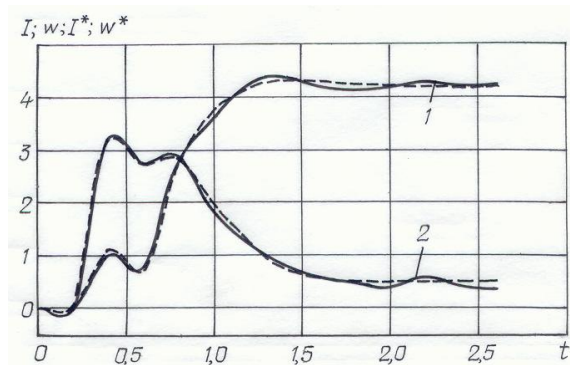


Рис. 3

Відгук на тестовий сигнал лінійної моделі зображено на рис. 3 (тут і далі суцільною лінією показано характеристики, зняті експериментально, штриховою – змодельовані).

### Етап 2. Побудова нелінійної моделі.

Для отримання нелінійної моделі доповнюємо перше рівняння лінійної моделі нелінійною поліноміальною вектор-функцією  $\Phi(\vec{x}^{(k)}, \vec{v}^{(k)})$ , коефіцієнти якої визначаємо шляхом оптимізації [7]. Оптимізація проводиться в декілька етапів:

– оптимізація елементів матриць **C, D** для сигналів великої амплітуди;

– оптимізація значень коефіцієнтів нелінійної частини (при фіксованих інших параметрах); з фізичних міркувань кожен компоненту нелінійної функції було обмежено сумою двох членів

$$\Phi(\vec{x}, \vec{v}) = \begin{cases} \alpha_1 x_1^2 v_1 + \alpha_2 x_1^3 \\ \alpha_3 x_2^2 v_2 + \alpha_4 x_2^3 \end{cases}, \quad (4)$$

– остаточно оптимізація: оптимізації підлягають всі коефіцієнти будованої макромоделі.

На усіх етапах побудови за нульове наближення при проведенні оптимізації вибирають значення, знайдені на попередніх етапах, або нульові.

При доповненні моделі нелінійною вектор-функцією вдалося усунути недолік попередньої лінійної моделі, а саме – більшу розбіжність результату моделювання з експериментальними даними струму статора при пуску АД.

Побудована нелінійна макромодель враховує усі фізичні процеси, які впливають на роботу модельованого об'єкта і має вигляд

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{x}^{(k+1)} = & \begin{pmatrix} 0.446 & 0.149 & -1.084 \\ -0.689 & -0.539 & 5.949 \\ 0.628 & 0.042 & 0.934 \end{pmatrix} \mathbf{x}^{(k)} + \begin{pmatrix} 0.216 & -0.566 \\ 0.125 & -0.282 \\ 0.083 & -0.332 \end{pmatrix} \mathbf{v}^{(k)} + v_1^{(k)} \cdot \begin{pmatrix} 0.001 & 0.0009 \\ -0.002 & -0.003 \\ 0.0002 & -0.0005 \end{pmatrix} \mathbf{v}^{(k)} + \begin{pmatrix} 0.0003 \\ 0.026 \\ 0.0001 \end{pmatrix} \cdot (v_2^{(k)})^2 + \\ & + v_1^{(k)} \cdot \begin{pmatrix} -0.012 & 0.0002 & -0.006 \\ -0.066 & 0.011 & 0.085 \\ 0.004 & -0.294 & -0.006 \end{pmatrix} \mathbf{x}^{(k)} + v_2^{(k)} \cdot \begin{pmatrix} -0.005 & 0.0005 & -0.011 \\ 0.033 & 0.025 & 0.052 \\ 0.008 & 0.829 & -0.007 \end{pmatrix} \mathbf{x}^{(k)} + \\ & + x_1^{(k)} \cdot \begin{pmatrix} -0.054 & 0.043 & 0.127 \\ 0.112 & 0.034 & 0.605 \\ 0.034 & -0.117 & -0.033 \end{pmatrix} \mathbf{x}^{(k)} + \begin{pmatrix} 0.007 \\ 0.034 \\ 0.039 \end{pmatrix} \cdot x_2^{(k)} \cdot x_3^{(k)} + \begin{pmatrix} -0.003 \\ -0.014 \\ -0.014 \end{pmatrix} \cdot (x_2^{(k)})^2 + \begin{pmatrix} 0.022 \\ -0.479 \\ 0.045 \end{pmatrix} \cdot (x_3^{(k)})^2, \\ \mathbf{y}^{(k+1)} = & \begin{pmatrix} 3.002 & 0.821 & 2.147 \\ -2.706 & 0.332 & -6.436 \end{pmatrix} \mathbf{x}^{(k+1)} + \begin{pmatrix} -0.012 & 0.625 \\ 0.029 & 4.026 \end{pmatrix} \mathbf{v}^{(k+1)}. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Перехідний процес пуску, отриманий з використанням макромоделі трифазного асинхронного двигуна, у порівнянні з поведінкою реального модельованого об'єкта зображено на рис. 4. Похибка не перевищує 2,5%.

Для перевірки ефективності створеної макромоделі була також використана математична модель пуску трифазного асинхронного двигуна типу А051А4 без навантаження, побудована в середовищі Matlab–Simulink. Результати порівняння зазначених вище математичних моделей асинхронного двигуна типу А051А4 і моделі, отриманої в Matlab–Simulink, показані на рис. 5. Зауважимо, що

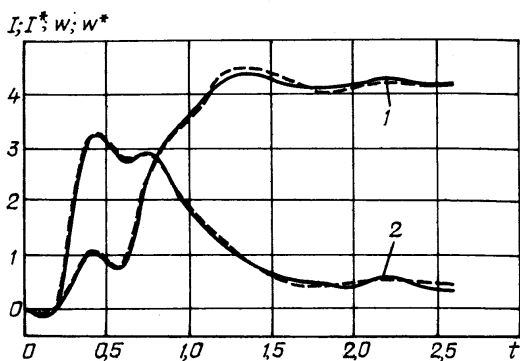


Рис. 4

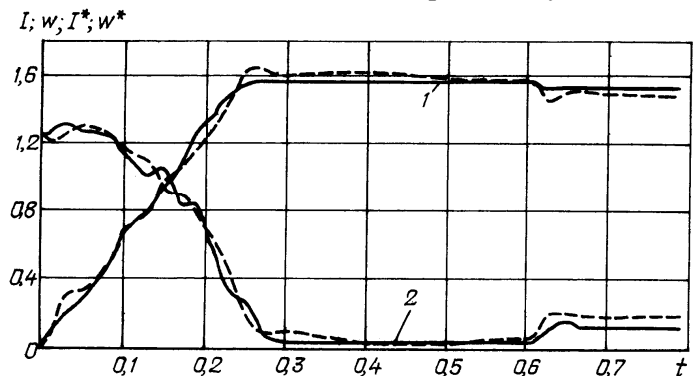


Рис. 5

модель, отримана на основі Matlab–Simulink, має похибку 5,5%.

**Висновок.** Отримана макромодель трифазного асинхронного двигуна за експериментально знятими перехідними характеристиками дає меншу похибку, ніж модель, отримана за допомогою Matlab–Simulink. Це дозволяє у подальшому збільшити точність розрахунку перехідних процесів електромеханічних систем, компонентом яких є розглянуті у даній статті електродвигуни.

1. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высшая школа, 2001. – 327 с.

2. Костинюк Л.Д., Мороз В.І. Математичні та структурні моделі асинхронних двигунів, побудованих на основі однофазних заступних схем // Вісник національного університету "Львівська політехніка". "Електроенергетичні та електромеханічні системи". – 2008. – № 615. – С. 46–50.

3. Мазуренко Л.І., Попович О.М., Гребеніков В.В., Бібик О.В., Головань І.В., Джура О.В., Шуруб Ю.В., Вербовий А.В., Романенко В.І. Електричні машини змінного струму та машино-вентильні комплекси на їх основі // Праці ІЕД НАНУ. – 2010. – Вип. 26. – С. 63–72.
4. Попович О.М. Математична модель асинхронної машини електромеханотронної системи для імітаційного та структурного моделювання // Технічна електродинаміка. – 2010. – №2. – С. 25–33.
5. Панченко А.М. Моделювання перехідних процесів енергетичних систем // Харків, 2008. – 212 с.
6. Стахів П.Г. Анализ динамических режимов в электронных схемах с многополюсниками. Львов: Вышш. школа, 1988. – 154 с.
7. Стахів П.Г., Козак Ю.Я. Модифікація методу конуса Растрігіна // Відбір і обробка інформації. – 2002. – Вип. 16 (92). – С. 39–42.
8. Yu.Kozak, V.Melnyk, I.Nadych. Macromodelling components of electromechanical systems // Przegląd elektrotechniczny. – 2010. – №1. – P. 112–114.

УДК 621.312

### Макромоделирование динамических процессов в асинхронных машинах

**П.Г.Стахів, докт.техн.наук, И.И.Васильчишин,  
Национальный университет “Львовская политехника”,  
ул. С.Бандеры, 12, Львов, 79013, Украина.**

*В статье рассматриваются методы математического описания динамических объектов на основе информации о взаимосвязи между их внешними переменными, адаптированные к электромеханическим компонентам, имеющим специфику, связанную с присутствующими им механическими и электромагнитными процессами, нелинейными взаимозависимостями между переменными, характеризующими их состояние, а также значительным отличием постоянных времени. Как показали исследования, созданные макромодели с использованием оптимизационного подхода являются перспективным средством научных исследований, поскольку они универсальны, обеспечивают заданную точность моделирования и позволяют автоматизировать определенные процессы идентификации. Библ. 8, рис. 5.*

**Ключевые слова:** макромодель, динамические процессы, электромеханические преобразователи.

### Macromodeling of dynamic processes in asynchronous machines

**P.Stakhiv, I.Vasylychshyn, Lviv Polytechnic National University,  
S. Bandery str. 12, Lviv, 79013, Ukraine.**

*In proposed paper the methods of mathematical description for dynamic objects based on information about correlations between their external variables are proposed. They are developed using the test examples of electromechanical components with special features connected with mechanical and electromagnetic processes, nonlinear dependencies between variables characterizing their state and different time constants. As conducted research has shown the macromodels created based on optimization approach can ensure desired adequacy of modeling and make it possible to automate corresponding identification procedures. References 8, figures 5.*

**Key words:** macromodel, dynamic processes, electromechanics transformers.

1. Kopylov I.P. Mathematical modeling of electrical machines. – Moskva: Vysshaya shkola, 2001. – 327 p. (Rus)
2. Kostyniuk L.D., Moroz V.I. Mathematical and structural models of asynchronous motors created based on single-phase equivalent circuits // Visnyk Natsionalnogo universytetu “Lvivska politekhnikha”. “Elektroenerhetychni ta elektromekhanichni systemy. – 2008. – № 615. – P. 46–50. (Ukr)
3. Mazurenko L.I., Popovych O.M., Grebenikov V.V., Bibik O.V., Golovan I.V., Dzhura O.V., Shurub Yu.V., Verbovoi A.V., Romanenko V.I. AC electrical machines and machine-valve complexes on their base // Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy. – 2010. – № 26. – P. 63–72. (Ukr)
4. Popovych O.M. Mathematical model of asynchronous machine of electro-mechanotronic system for imitation and structural modeling // Tekhnichna elektrodynamika. – 2010. – №2. – P. 25–33. (Ukr)
5. Panchenko A.M. Simulation of transient processes of electric power systems // Kharkiv, 2008. – 212 p. (Ukr)
6. Stakhiv P.G. Analysis of dynamic regimes in electronic circuits with multiports. – Lvov: Vysshaya shkola, 1988. – 154 p. (Rus)
7. Stakhiv P.G., Kozak Yu.Ya. Modification of Rastrigins' cone method // Vidbir i obrobka informatsii. – 2002. – Vyp. 16 (92). – P. 39–42 (Ukr)
8. Yu.Kozak, V.Melnyk, I.Nadych. Macromodelling components of electromechanical systems // Przegląd elektrotechniczny. – 2010. – №1. – P. 112–114.

Надійшла 14.04.2011

Received 14.04.2011