

ПАРАМЕТРЫ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ С УДЕРЖИВАЮЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ ВНУТРИ ТОРОИДАЛЬНОГО ОБЪЕМА

Ю.М.Васецкий, докт.техн.наук, **И.Л.Мазуренко**, канд.техн.наук, **А.В.Павлюк**,
Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина.

На основе идеализированной модели магнитных систем в виде тороидальной токовой поверхности проведен параметрический анализ индуктивных накопителей, который включает исследование размеров накопителя, необходимых объемов материала сверхпроводящих обмоток и механической удерживающей системы. Проанализированы системы с катушками простой круговой и сегментной форм, которые содержат стяжки в качестве элементов удерживающей системы, размещенной внутри тороидального объема. Показано, что в предложенных конфигурациях отсутствуют изгибающие моменты в удерживающей системе и удается добиться одинакового максимально допустимого значения механических напряжений во всех элементах конструкции. В результате объем удерживающей системы значительно снижается и не превышает соответствующий объем для более сложных по геометрии безмоментных D-образных тороидальных накопителей. Наименьшие значения радиальных размеров тороидальных соленоидов и необходимого объема материала сверхпроводящей обмотки достигаются в системах с катушками сегментной формы, приближаясь по последнему параметру к теоретическому пределу, который реализуется в системах с D-образными катушками. Библ. 17, табл. 1, рис. 7.

Ключевые слова: сверхпроводящий индуктивный накопитель энергии, тороидальный соленоид, математическая модель, механическая удерживающая система.

Введение. Интерес к применению сверхпроводящих индуктивных накопителей (СПИН) в области электроэнергетики не ослабевает в связи с заманчивой перспективой использовать накопитель, который обладает рядом уникальных свойств: высоким быстродействием, позволяющим управлять процессом передачи энергии практически в темпе электромагнитного переходного процесса; возможностью выполнять функции источника и потребителя как активной, так и реактивной мощности; крайне малые потери энергии и ряд других качеств [2,10]. Если ориентироваться на накопители, разработанные, созданные и эксплуатируемые в области управляемого термоядерного синтеза с уровнем запасаемой энергии $\sim 10^9 - 10^{10}$ Дж [4,17], то в применении к электроэнергетике появляется возможность решать не только вопросы бесперебойного электроснабжения ответственных потребителей, но и задачи надежности и управляемости передачи мощности электроэнергетических систем, обеспечения динамической устойчивости, демпфирования низкочастотных колебаний мощности, поддержания напряжения и частоты в аварийных и нормальных режимах и другие [1,2]. В этой связи улучшение массогабаритных характеристик СПИН и соответственно снижение стоимости устройства является важным направлением исследований в области перспективного использования СПИН в электроэнергетике.

К основным массогабаритным параметрам магнитной системы СПИН относятся: геометрические размеры, масса и объем сверхпроводящей обмотки, масса и объем материала механической удерживающей системы, компенсирующей электромагнитные силы, действующие на обмотки с током.

Известно, что с точки зрения объема материала сверхпроводящей обмотки наилучшими показателями обладает накопитель в виде прямого короткого соленоида [14,16]. Однако такой накопитель имеет большие радиальные размеры и значительные поля рассеивания, которые распространяются на внешнюю область с размерами значительно большими, чем размеры самого накопителя. В противоположность прямым соленоидам, поля рассеяния тороидальных накопителей значительно меньше, обусловлены, в первую очередь, дискретностью обмотки и быстро уменьшаются с увеличением числа катушек, составляющих тороидальную систему [15]. По этой причине тороидальные накопители являются альтернативой прямым соленоидам и как объект исследования рассматриваются в данной работе.

В индуктивных накопителях с увеличением запасаемой энергии магнитного поля масса механических удерживающих конструкций растет быстрее, чем масса материала сверхпроводящей обмотки [6, 13]. Поэтому для накопителей с большим энергозапасом механическая удерживающая система существенно влияет на массогабаритные и стоимостные показатели СПИН.

Объем материала удерживающих элементов зависит от величины и распределения электродинамических сил, действующих на обмотку и вызывающих механические напряжения в материале конструкций. Так, в бандаже, расположенном на обмотке круглых катушек, возникают изгибающие моменты, а усилия растяжения вдоль обмотки распределены неравномерно [11]. Это приводит к увеличению массы бандаж по сравнению с идеализированным значением, рассчитанным по средним напряжениям и не учитывающим изгибающие моменты [13].

Указанных недостатков магнитной системы с круглыми катушками лишены тороидальные обмотки с катушками специальной D-образной формы, в которых отсутствуют изгибающие моменты, силы растяжения постоянны по длине бандаж, и как результат, легко реализуется постоянство механических напряжений в элементах удерживающих конструкций [7,15]. Однако при этом форма катушек усложняется и по этой причине, зачастую, несмотря на большую массу, предпочтение отдается все же накопителям с круглыми катушками.

Бандаж, расположенный на обмотке, оставляет внутренний объем тора свободным. Такое расположение удерживающих конструкций оправдано, например, для магнитной системы термоядерных установок с магнитным удержанием плазмы, заполняющей объем тора. Однако, если устройство выполняет только функции индуктивного накопителя, внутренний объем может быть использован для размещения там элементов крепления обмоток – стяжек. Такая возможность рассмотрена в [3,12] для магнитных систем с катушками круглой и сегментной форм, имеющих различные опорные системы. При этом оказывается, что аналогично тору с D-образными катушками в стяжках и опорной системе механические изгибающие моменты отсутствуют и для тороидальной системы с катушками простой геометрической формы удастся снизить объем элементов удерживающих конструкций.

Выбор той или иной конфигурации магнитной системы накопителя определяется совокупностью его параметров. Поэтому в данной работе ставится цель на основе идеализированной модели тороидальной обмотки накопителя проанализировать основные массогабаритные параметры магнитной системы с элементами механических удерживающих конструкций, расположенными внутри тороидального объема.

Математическая модель. В качестве математической модели используется модель магнитной системы в виде тороидальной токовой поверхности. Такая идеализация применима при выполнении следующих условий: толщина сверхпроводящей обмотки значительно меньше размеров катушки; число катушек достаточно велико, чтобы пренебречь влиянием дискретности обмотки на величину максимальной индукции поля, его энергию и распределение электромагнитных сил. В этом случае обмотку можно представить как токовую поверхность, составленную из бесконечного числа нитей тока, лежащих в меридианальных плоскостях (рис. 1). При этом каждая нить тока повторяет конфигурацию осевой линии отдельной катушки.

Для характеристики геометрических размеров тороидальной системы введем следующие параметры: большой радиус тора R и относительную величину сечения ε :

$$R = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (1)$$

Как видно, R представляет собой средний радиус тора, а ε характеризует относительный радиальный размер сечения и, например, для круглых катушек является отношением малого радиуса сечения к большому радиусу тора.

Магнитное поле \mathbf{B} сосредоточено внутри тора и имеет только азимутальную составляющую. Если обмотка состоит из N катушек и по каждой из них протекает ток I , то величина индукции поля

$$B = \mu_0 IN / 2\pi\rho \quad (2)$$

достигает максимального значения, обозначенного здесь через B_m , для любых тороидальных конфигураций при $\rho = \rho_1$. В сверхпроводящих системах максимальная индукция магнитного поля на

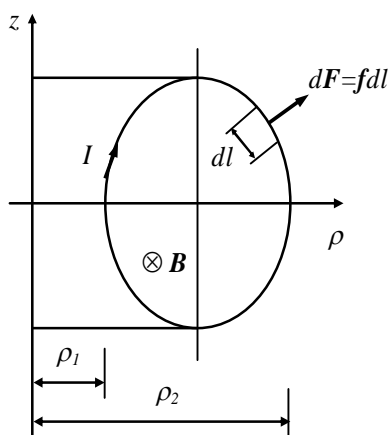


Рис. 1

обмотке не должна превышать значения, которое определяется свойствами сверхпроводящего материала. Чтобы характеризовать влияние конфигурации обмотки на величину максимальной индукции введем безразмерный параметр $k_B(\varepsilon)$, зависящий от относительного радиального размера сечения ε :

$$B_m = \frac{\mu_0 IN}{2\pi R} k_B(\varepsilon), \quad \text{где} \quad k_B(\varepsilon) = \frac{1}{1-\varepsilon}. \quad (3)$$

Энергия магнитного поля в общем случае рассчитывается интегрированием плотности энергии по объему тора [14]

$$W = \int_V \frac{B^2}{2\mu_0} dV. \quad (4)$$

Она может быть представлена в виде произведения размерных величин μ_0 , IN , R и безразмерного параметра $k_W(\varepsilon)$, связанного с конфигурацией магнитной системы,

$$W = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R}{4} k_W(\varepsilon). \quad (5)$$

Для проведения дальнейшего анализа введем еще один безразмерный параметр k_l для длины осевой линии катушки l_0

$$l_0 = k_l(\varepsilon)R. \quad (6)$$

В (3) и (5) максимальная индукция на обмотке B_m и энергия магнитного поля системы W выражены через значения полного тока IN и большого радиуса тора R . Однако, обычно, для индуктивных накопителей исходными величинами являются энергия W и максимальная индукция B_m , а размеры системы и необходимое значение полного тока катушек – искомыми величинами. Поэтому, рассматривая соотношения (3) и (5) как систему уравнений относительно значений IN и R для заданных исходных величин, найдем

$$IN = \frac{W^{1/3} B_m^{1/3}}{\mu_0^{2/3}} k_l(\varepsilon), \quad \text{где} \quad k_l(\varepsilon) = 2 \left(\frac{\pi}{k_W k_B} \right)^{1/3}, \quad R = \frac{W^{1/3} \mu_0^{1/3}}{B_m^{2/3}} k_R(\varepsilon) \quad \text{где} \quad k_R(\varepsilon) = \left(\frac{k_B^2}{\pi^2 k_W} \right)^{1/3}, \quad (7,8)$$

Важной характеристикой магнитной системы является объем материала сверхпроводящей обмотки V_{sc} . Выразим его через величину запасаемой энергии поля W и свойства сверхпроводящего материала: максимальную индукцию B_m и допустимую максимальную плотность тока j_m .

Будем считать, что площадь сечения обмотки каждой катушки S постоянна и определяется допустимым значением плотности тока $S = I / j_m$. Тогда объем сверхпроводящего материала обмотки с учетом (7) и (8) можно представить в виде

$$V_{sc} = NSl_0 = \frac{INR}{j_m} k_l(\varepsilon) = \frac{W^{2/3}}{j_m B_m^{1/3} \mu_0^{1/3}} k_{V_{sc}}(\varepsilon), \quad \text{где} \quad k_{V_{sc}}(\varepsilon) = 2k_l \left(\frac{k_B}{\pi k_W} \right)^{1/3}. \quad (9)$$

Индуктивный накопитель является устройством с большой величиной накопленной энергии магнитного поля, для создания которого в обмотках накопителя протекает ток. Его взаимодействие с магнитным полем создает значительные электромагнитные силы в обмотках, которые воспринимаются элементами удерживающей механической системы. Эта система должна обеспечивать необходимую прочность, в частности, возникающие механические напряжения в материале не должны превышать определенного допустимого уровня.

Рассмотрим величину действующих электромагнитных сил и для выбранных конфигураций систем оценим необходимый объем материала удерживающих конструкций.

На элемент длины dl каждой катушки действует сила $d\mathbf{F} = \mathbf{f}dl$, направленная перпендикулярно поверхности тора (рис. 1), где \mathbf{f} – линейная плотность сил. В модели тороидальной токовой поверхности индукция магнитного поля изменяется скачком при переходе через поверхность от определенного значения (2) внутри до нуля снаружи тора. Поэтому величина линейной плотности сил \mathbf{f} , действующих на ток I одной катушки, есть

$$\mathbf{f} = \frac{1}{2} I \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I^2 N}{4\pi\rho}. \quad (10)$$

Отметим прежде всего, что из-за неравномерного распределения линейной плотности сил f по периметру каждой катушки, равнодействующая F_ρ не равна нулю и должна компенсироваться реакцией опоры, на которую опирается катушка,

$$F_\rho = \int_l f_\rho(l) dl, \quad (11)$$

где f_ρ и F_ρ – проекции линейной плотности сил и суммарной силы на радиальное направление. Поэтому механическая удерживающая система должна иметь, по крайней мере, два компонента: один из них должен компенсировать распределенную по периметру катушки силу, которая создает усилия растяжения, другой – внешний по отношению к катушке (должен противодействовать суммарной силе, направленной к вертикальной оси тора) – испытывает усилия сжатия.

Конкретная величина объема конструкционных материалов, как и объем материала сверхпроводящей обмотки, зависит не только от накопленной энергии магнитного поля и свойств используемых материалов, но также и от конфигурации магнитной системы. В проводимом анализе, как и прежде, выделим отдельно размерные величины и безразмерные параметры, определяющие объем материала конструкции.

В [12,13] было показано, что объем конструкции материала удерживающей механической системы пропорционален энергии магнитного поля накопителя W , причем, объем материала, испытывающего силы как растяжения V_t , так и сжатия V_c , определяется величиной энергии W и допустимыми значениями механических напряжений растяжения $\tilde{\sigma}_t$ и сжатия $\tilde{\sigma}_c$:

$$V_t = Q_t(\varepsilon) \frac{W}{\tilde{\sigma}_t}, \quad V_c = Q_c(\varepsilon) \frac{W}{\tilde{\sigma}_c}, \quad (12)$$

где Q_c и Q_t – безразмерные параметры. В [11] показано, что при выборе допустимых напряжений по величине средних по объему механических напряжений $\tilde{\sigma}_t = \langle \sigma_t \rangle$ и $\tilde{\sigma}_c = \langle \sigma_c \rangle$ параметры Q_c и Q_t для тороидальной магнитной системы связаны следующим соотношением:

$$Q_t = 1 + Q_c. \quad (13)$$

Отметим, что согласно (9) и (12) объем сверхпроводящего материала возрастает с ростом энергии накопителя как $W^{2/3}$, а объем механической удерживающей системы возрастает более быстро, как W^1 . Поэтому для относительно малых энергий основной составляющей в общей материалоемкости накопителя будет сверхпроводящая обмотка, и с ростом энергии СПИН относительная доля механической удерживающей системы возрастает.

Анализ разных конфигураций магнитной системы СПИН будем проводить, сравнивая значения безразмерных параметров k_R , $k_{V_{sc}}$, Q_t , Q_c , зависимость которых от относительного размера сечения тора ε определяется конфигурацией сечения тороидальной системы, а Q_t и Q_c – еще и конструкцией удерживающей системы. Среди конфигураций с элементами удерживающих конструкций

внутри тороидального объема рассмотрим систему с круглыми катушками и опорным кольцом в центре тора, сегментными катушками и опорным цилиндром, с круговыми катушками и опорными кольцами наименьшего радиуса. Проведем также сравнение указанных систем с известными конфигурациями с бандажом на основе D-образных и круглых катушек, для которых внутренний объем тора остается свободным от механических конструкций.

Параметры тороидальных магнитных систем.

1. Тороидальный соленоид с круглыми катушками и опорным кольцом в центре тора.

Основные элементы тороидального соленоида показаны на рис. 2. Силы $dF = fdl$, распределенные по периметру каждой катушки, одна из которых показана на рисунке, воспринимаются радиальными стяжками. Стяжки испытывают механические напряжения растяжения и

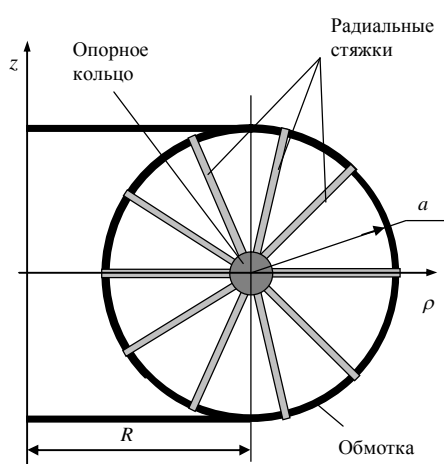


Рис. 2

создают уравновешивающую силу, направленную в противоположном направлении.

Все стяжки крепятся к общему для всех катушек опорному кольцу. Так как равнодействующая сил для каждой катушки направлена к вертикальной оси тора, то опорное кольцо испытывает равномерно распределенные силы, которые сжимают его.

Выражение для энергии магнитного поля тора круглого сечения легко определяется по (4) с учетом (3). Соответствующий безразмерный параметр запишется как

$$k_w(\varepsilon) = 2\left(1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}\right). \quad (14)$$

Подставляя (3) и (14) в выражения (8), (9) для безразмерных параметров k_R , $k_{V_{sc}}$, характеризующих величину большого радиуса тора и объем сверхпроводника, с учетом того, что для круглых катушек $k_l(\varepsilon) = 2\pi\varepsilon$, найдем

$$k_R(\varepsilon) = \left[2\pi^2(1-\varepsilon)^2\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)\right]^{-1/3}, \quad k_{V_{sc}}(\varepsilon) = 4\pi\varepsilon\left[4\pi(1-\varepsilon)\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)^2\right]^{-1/3}. \quad (15, 16)$$

Заметим, что (15) и (16) не зависят от вида механической опорной системы и справедливы для тороидальной магнитной системы с круглыми катушками.

Зависимости $k_R(\varepsilon)$ и $k_{V_{sc}}(\varepsilon)$ показаны на рис. 3 (кривые 1).

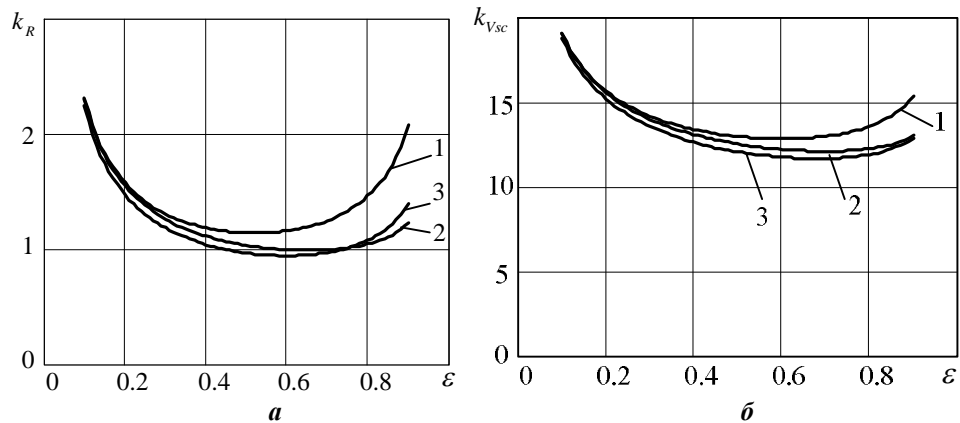


Рис. 3

Для исследуемого типа катушек минимум значения параметра k_R , а значит и большого радиуса тороидального накопителя, будет при относительном радиальном размере сечения тора $\varepsilon = 0,52$. В то же время минимальное значение параметра $k_{V_{sc}}$, то есть объема материала сверхпроводящей обмотки, как следует из рис. 3, б (кривая 1), достигается при $\varepsilon = 0,6$. Если учесть, что вблизи экстремумов соответствующие зависимости изменяются слабо, то можно считать, что минимальные значения параметров будут примерно в одном и том же диапазоне величины ε тороидальных систем с круглыми катушками: $\varepsilon \approx 0,5 \div 0,6$.

Найдем теперь параметры Q_t и Q_c для тора круглого сечения с удерживающей системой, представленной на рис. 2.

Рассмотрим отдельно необходимый объем материала механической системы, элементы которой испытывают напряжения растяжения – стяжки, и объем опорного центрального кольца, которое испытывает механическое напряжение сжатия.

Будем считать, что количество стяжек каждой катушки достаточно велико, каждая из них находится под растягивающим усилием $f dl$ элемента обмотки длиной dl , и все стяжки испытывают одинаковое допустимое механическое напряжение растяжения $\tilde{\sigma}_t = \text{const}$. В этом случае для нахождения объема материала всех стяжек необходимо объем одной элементарной стяжки $dV_t = adS = af(l)dl / \tilde{\sigma}_t$ проинтегрировать по длине периметра каждой катушки и умножить на их число N . С учетом (5) и (14) имеем

$$V_t = \frac{Na}{\tilde{\sigma}_t} \int_l f(l) dl = \frac{W}{\tilde{\sigma}_t} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} + 1 \right). \quad (17)$$

Со стороны каждой катушки действуют одинаковые силы F_ρ , которые, как легко показать, создают в опорном кольце силу сжатия $T_c = F_\rho N / 2\pi$, и соответственно сечение кольца будет $S_c = T_c / \tilde{\sigma}_c$. В этом случае объем опорного кольца с учетом (5) и (14) оказывается

$$V_c = 2\pi R S_c = \frac{NR}{\tilde{\sigma}_c} \int_l f_\rho(l) dl = \frac{W}{\tilde{\sigma}_c} \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}. \quad (18)$$

В дальнейшем анализ объема механической удерживающей системы будем проводить, используя суммарный параметр $Q = Q_i + Q_c$, который соответствует общему объему конструкционных материалов, если $\tilde{\sigma}_c = \tilde{\sigma}_i$. С учетом (17) и (18) имеем

$$Q(\varepsilon) = 1 + 2 \left(\sqrt{1-\varepsilon^2} \right)^{-1}. \quad (19)$$

Величина параметра Q для разных значений относительного размера сечения тора с круглыми катушками и центральным опорным кольцом показана в таблице в колонке с соответствующим рисунком.

Относительно объема удерживающей системы нужно отметить, что наименьший объем материалов конструкций из (19) будет для тонких торов при $\varepsilon \rightarrow 0$, когда $Q = 3$. С ростом радиального размера сечения тора растет и объем материала удерживающей механической системы. Конкретные данные представлены в таблице.

ε	Круглые катушки со стяжками	Сегментные катушки со стяжками	Круглые катушки со стяжками	D-образные катушки с бандажом	Круглые катушки с бандажом
	1	2	3	4	5
0,1	3,01	2,81	2,81	2,813	3,01
0,2	3,041	2,639	2,638	2,649	3,041
0,3	3,097	2,483	2,481	2,5	3,097
0,4	3,182	2,339	2,338	2,362	3,182
0,5	3,309	2,204	2,204	2,232	3,309
0,6	3,5	2,073	2,079	2,104	3,5
0,7	3,801	1,943	1,958	1,976	3,801
0,8	4,333	1,806	1,836	1,838	4,333

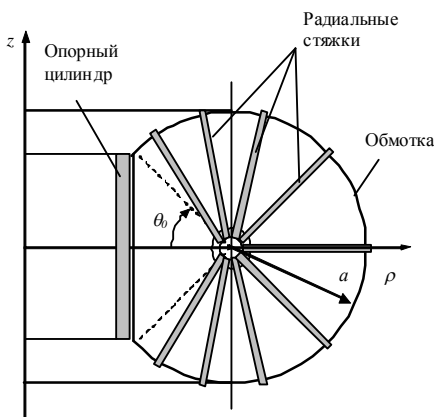


Рис. 4

2. Торoidalный соленоид с сегментными катушками и прямым опорным цилиндром.

В [3] показано, что меньшим объемом материала удерживающей механической системы по сравнению с рассмотренным выше обладает тороидальный накопитель, состоящий из катушек в форме кругового сегмента, причем, прямолинейные участки обращены в сторону вертикальной оси тора (рис. 4). Стяжки расположены только на криволинейном участке катушек и объединены в общий центральный узел. Будем рассматривать систему, в которой центральное опорное кольцо, подобное показанному на рис. 2, отсутствует, а в качестве опорной конструкции выступает цилиндр, на который опираются все катушки.

Так как стяжки соединены в общий узел, который не имеет опорного элемента, то равнодействующая всех сил в узле должна быть равна нулю. Это дает условие для определения угла θ_0 , со-

ответствующего положению прямолинейного участка, в пределах которого радиальные стяжки отсутствуют

$$F_{\rho} = \int_l f_{\rho}(l) dl = -2a \int_{\theta_0}^{\pi} f(\theta) \cos \theta \cdot d\theta = 0, \quad \text{или} \quad \pi - \theta_0 - \frac{2}{\sqrt{1 - \varepsilon_1^2}} \arctg \left(\sqrt{\frac{1 - \varepsilon_1}{1 + \varepsilon_1}} \operatorname{ctg} \frac{\theta_0}{2} \right) = 0. \quad (20)$$

Для рассматриваемого случая, интегрируя в (4) по объему тора, найдем энергию магнитного поля [3]

$$k_w(\varepsilon) = \frac{2}{\pi} \left[\varepsilon_1^2 (\pi - \theta_0) - \varepsilon_1 \sin \theta_0 \right], \quad (21)$$

где значение $\varepsilon_1 = a/R$ связано с величиной ε соотношением $\varepsilon_1 = 2e_{\text{ш}} + \cos \varphi_0 - e(1 - \cos \varphi_0) \frac{1}{\sin \theta_0}$, θ_0 – угол, в пределах которого радиальные стяжки отсутствуют.

Безразмерный параметр, характеризующий длину периметра катушки, в данном случае равен

$$k_l(\varepsilon) = 2\varepsilon_1 (\sin \theta_0 + \pi - \theta_0). \quad (22)$$

Подставляя выражения (4), (20) и (22) в (8) и (9), запишем значение безразмерных параметров для тороидальной сверхпроводящей системы с сегментными катушками:

$$k_R(\varepsilon) = \left[2\pi (1 - \varepsilon_1 \cos \theta_0)^2 (\varepsilon_1^2 (\pi - \theta_0) - \varepsilon_1 \sin \theta_0) \right]^{-1/3}; \quad (23)$$

$$k_{V_{sc}}(\varepsilon) = 2^{4/3} \pi^{1/3} \varepsilon_1 (\sin \theta_0 + \pi - \theta_0) (1 - \varepsilon_1 \cos \theta_0)^{-1/3} \left[\varepsilon_1^2 (\pi - \theta_0) - \varepsilon_1 \sin \theta_0 \right]^{-2/3}. \quad (24)$$

Зависимости $k_R(\varepsilon)$ и $k_{V_{sc}}(\varepsilon)$ для сегментных катушек показаны кривыми 2 на рис. 3. Из сравнения приведенной зависимости параметра k_R (рис. 3, а, кривая 2), характеризующего радиальные размеры магнитной системы, с величиной того же параметра для круглых катушек (кривая 1) следует, что при любых ε большой радиус тора, составленного из катушек сегментной формы, будет меньше радиуса системы с круглыми катушками. Аналогичное поведение зависимостей наблюдается и для параметра $k_{V_{sc}}$, который характеризует объем материала сверхпроводника (кривые 1 и 2 на рис. 3, б). Минимальные значения рассмотренных параметров для торов с сегментными катушками достигаются при больших значениях относительного размера сечения тора, чем для торов с катушками круглой формы. Вблизи минимума в диапазоне $\varepsilon \approx 0,7 \div 0,8$ оба параметра слабо меняются в зависимости от величины ε .

Объем стяжек находится интегрированием вдоль периметра катушки в пределах изменения угла $\theta_0 \leq \theta \leq 2\pi - \theta_0$. С учетом (18) имеем

$$V_t = \frac{a^2 N}{\tilde{\sigma}_t} \int_{\theta_0}^{2\pi - \theta_0} f(\theta) d\theta = \frac{W}{\tilde{\sigma}_t} Q_t, \quad \text{где} \quad Q_t = 1 + \frac{\sin \theta_0}{\varepsilon (\pi - \theta_0) - \sin \theta_0}. \quad (25)$$

На опорный цилиндр действуют силы со стороны каждой катушки, равномерно распределенные по высоте. В результате для рассматриваемой системы с большим числом катушек в цилиндре создаются однородные механические напряжения сжатия, а безразмерный параметр Q_c , определяющий его объем, связан с Q_t прежним соотношением (13).

Для этого типа катушек величина суммарного параметра $Q = Q_t + Q_c$ при разных значениях относительного радиального размера сечения тора ε представлена в таблице.

С точки зрения конструктивного исполнения конфигурация без центрального опорного кольца, вероятно, проще при сборке всей магнитной системы. Однако сами катушки имеют более сложную форму с наличием излома обмотки. С точки зрения необходимого объема конструктивных элементов механической удерживающей системы конфигурация с катушками сегментной формы и опорным цилиндром имеет явные преимущества по сравнению с предыдущей конфигурацией: при любых ε объем конструктивных элементов меньше, причем, максимальное значение достигается, в отличие от предыдущего случая, для тонких торов при $\varepsilon \rightarrow 0$ и уменьшается с ростом относительного поперечного размера тора.

3. Тороидальный соленоид с круговыми катушками и опорными кольцами наименьшего радиуса. Из сравнения двух рассмотренных выше типов опорных систем с катушками разной формы следует, что лучшими показателями объема удерживающей системы обладает накопитель с

катушками, более сложной сегментной формы, у которых опорная система в виде цилиндра имеет наименьший радиус. Поэтому рассмотрим здесь магнитную систему с катушками простой круговой формы, но с опорной системой, которая состоит из колец, на которые опираются катушки со стороны, ближайшей к оси Oz (рис. 5). Так же, как и у сегментных катушек в пределах угла $-\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0$, радиальные стяжки отсутствуют. В этой области для компенсации вертикальной составляющей электромагнитных сил внутри тороидального объема предусмотрены вертикальные стяжки.

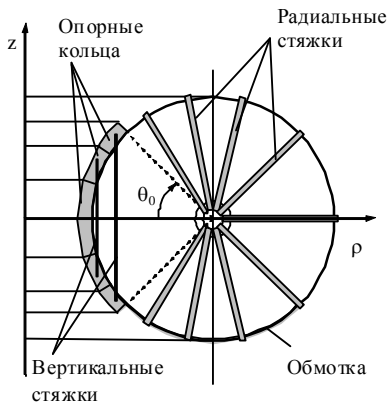


Рис. 5

Для рассматриваемой конфигурации выражения для энергии магнитного поля и длины периметра катушек аналогичны приведенным ранее значениям для системы с круглыми катушками. Соответственно для данной конфигурации тора прежними окажутся и параметры k_R , $k_{V_{sc}}$, которые даны выражениями (15) и (16) и представлены кривыми I на рис. 3.

Величина угла θ_0 и объем материала радиальных стяжек V_{t1} определяются соответственно выражениями (20) и (25), найденными для катушек сегментной формы с учетом того, что теперь $\varepsilon_1 = \varepsilon = a/R$. Объем вертикальных стяжек V_{t2} определяется из условия равновесия опорных колец в вертикальном направлении. Учитывая, что не только вертикальная составляющая линейной плотности сил, но и длина стяжек $l_2 = 2a \sin \theta$ зависят от угла θ , объем всех вертикальных стяжек будет [3,12]

$$V_{t2} = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} l_2(\theta) dS_2 = \frac{\mu_0 I^2 N^2 R}{2\pi \tilde{\sigma}_t} \varepsilon^2 \left[\frac{\pi}{1 + \sqrt{1 - \varepsilon^2}} + \frac{\sin \theta_0}{\varepsilon} - \pi + \theta_0 \right]. \quad (26)$$

В результате объем всех стяжек $V_t = V_{t1} + V_{t2}$, которые испытывают усилия растяжения, при условии $\tilde{\sigma}_t = \text{const}$ оказывается

$$V_t = Q_t(\varepsilon) \frac{W}{\tilde{\sigma}_t}, \quad \text{где} \quad Q_t = \frac{1}{\pi} \left(\pi + \frac{\varepsilon \sin(\theta_0)}{1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}} \right). \quad (27)$$

Объем материала опорной системы V_c складывается из объема всех опорных колец. Легко показать, что в том случае, если все кольца испытывают одинаковое механическое напряжение сжатия $\tilde{\sigma}_c$, безразмерный параметр Q_c в выражении для объема $V_c = Q_c W / \tilde{\sigma}_c$ связан с Q_t прежнем соотношением (11).

Для данного типа катушек и удерживающей системы величина параметра $Q = Q_t + Q_c$ при разных ε также представлена в таблице.

Если размеры и объем материала сверхпроводящей обмотки в данном случае такие же, как и для магнитной системы с круглыми катушками и центральным опорным кольцом, то необходимый объем конструкционных материалов механической удерживающей системы существенно отличается. Величина соответствующего параметра Q имеет меньшие значения, и аналогично системе с катушками сегментной формы, она достигает максимального значения при $\varepsilon \rightarrow 0$, уменьшаясь с ростом относительного размера сечения тора ε . Вместе с тем, удерживающая система данной конфигурации все же уступает системе с катушками сегментной формы.

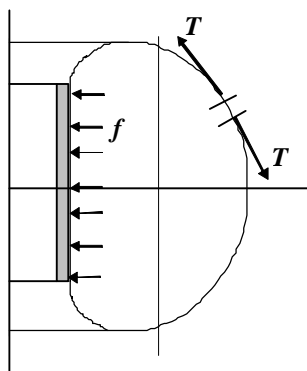


Рис. 6

4. Тороидальный соленоид с безмоментными катушками D-образной формы. Сравнение предложенных конфигураций магнитных систем проведем с тороидальными системами, которые наиболее часто используются в устройствах с большой аккумулированной энергией магнитного поля. Это прежде всего тороидальные соленоиды с катушками специальной D-образной формы, впервые предложенные Л.В.Лейтесом [6]. Геометрия осевых линий D-образных катушек может быть представлена в параметрической форме в виде квадратур [14] и показана на рис. 6. Катушки имеют переменный радиус кривизны и прямолинейный участок со стороны вертикальной оси тора (рис. 6). В

пределах этого участка катушки опираются на прямой опорный цилиндр.

Как отмечалось выше, у тороидальных соленоидов, составленных из таких катушек, изгибающие механические моменты равны нулю, а сила натяжения каждой катушки не изменяется вдоль периметра $T = \text{const}$ [5,14]. Другой замечательной особенностью данной конфигурации является минимальный объем материала сверхпроводящих обмоток: при заданной длине катушки l_0 и выбранном ε максимальное значение накопленной энергии будет в торе именно с катушками D-образной формы [8].

Безразмерный параметр k_W , определяющий энергию магнитного поля, зависит от введенного ранее относительного размера сечения тора [14]

$$k_W(\varepsilon) = 2k^2 \sqrt{1-\varepsilon^2} \left[I_0(k) + \frac{k-1}{k} I_1(k) \right], \quad (28)$$

где $k = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)$, $I_0(k)$ и $I_1(k)$ – модифицированные функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка соответственно.

Длина периметра катушки находится как

$$l_0 = Rk_l(\varepsilon), \quad \text{где} \quad k_l = 2\pi k \sqrt{1-\varepsilon^2} [I_0(k) + I_1(k)]. \quad (29)$$

С учетом (28) и (29) безразмерные параметры, определяющие большой радиус тора и объем сверхпроводника, будут

$$k_R(\varepsilon) = \left[2\pi^2 (1-\varepsilon)^2 k^2 \sqrt{1-\varepsilon^2} \left(I_0(k) + \frac{k-1}{k} I_1(k) \right) \right]^{-1/3}; \quad (30)$$

$$k_{V_{sc}}(\varepsilon) = 4\pi (I_0(k) + I_1(k)) \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^{1/6} \left[4\pi k \left(I_0(k) + \frac{k-1}{k} I_1(k) \right)^2 \right]^{-1/3}. \quad (31)$$

В качестве сравнения на рис. 3 (кривые 3) представлены зависимости $k_R(\varepsilon)$ и $k_{V_{sc}}(\varepsilon)$ для торов с D-образными катушками. Видно, что действительно, из всех рассмотренных конфигураций наименьший объем сверхпроводника будет для торов, составленных из D-образных катушек. Достаточно близкие значения имеет система с сегментными катушками, для которых, аналогично D-торам, вертикальный размер сечения тора больше радиального и это различие увеличивается с ростом величины ε . Минимум параметра k_R , связанного с большим радиусом тора, в данном случае достигается при значении $\varepsilon \approx 0,6$. Как и для остальных конфигураций, вблизи этого значения реализуется и минимум функции $k_{V_{sc}}$.

Механическая удерживающая система складывается из двух основных элементов: бандажа вокруг каждой катушки и общего опорного цилиндра, воспринимающего радиально направленные силы каждой катушки.

Бандаж испытывает постоянные вдоль периметра катушки усилия растяжения [6,15]

$$T = \frac{\mu_0 N I^2}{8\pi} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}. \quad (32)$$

Тогда объем материала бандажа всех катушек будет

$$V_t = N \frac{T}{\tilde{\sigma}_t} l_0 = \frac{W}{\tilde{\sigma}_t} Q_t, \quad \text{где} \quad Q_t = 1 + \left(k - 1 + k \frac{I_0(k)}{I_1(k)} \right)^{-1}. \quad (33)$$

При нахождении объема опорного цилиндра существенным является то, что силы, распределенные вдоль криволинейной части катушки, уравновешены. Поэтому реакция со стороны опорного цилиндра уравновешивает только электромагнитные силы, равномерно распределенные по высоте прямолинейного участка. Не приводя подробных выкладок, отметим, что, как и прежде, справедливым оказывается соотношение (11), которое связывает параметры Q_t и Q_c .

Значения $Q = Q_t + Q_c$ для тороидальных накопителей с D-образными катушками даны в таблице в колонке под соответствующим рисунком. Отметим, что в отличие от объема сверхпроводника, объем

конструкционных материалов механической удерживающей системы оказывается наименьшим не у D-торов, а у системы с катушками сегментной формы и стяжками внутри тороидального объема.

5. Тороидальный соленоид с круглыми катушками и бандажом (рис. 7). Так как параметры k_R и k_{Vsc} не зависят от типа механической удерживающей системы и для торов с круглыми катушками они даны ранее, то здесь рассмотрим только параметры, связанные с механической удерживающей системой.

В [13] показано, что объем бандажа, окружающего круглые катушки и рассчитанного по средним значениям механических напряжений растяжения, может быть определен на основании выражения

$$V_t = Q_t W / \langle s_t \rangle, \quad \text{где} \quad Q_t = 1 + (\sqrt{1 - \varepsilon^2})^{-1}. \quad (34)$$

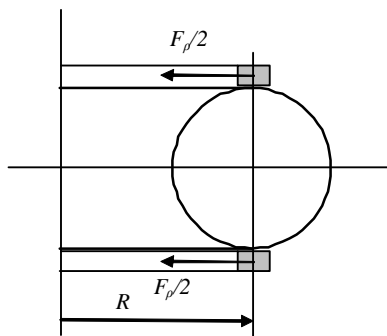


Рис. 7

Аналогичным образом рассчитывается и объем материала опорной системы, а соответствующий параметр Q_c связан с Q_t прежним соотношением (11).

В [5] показано, что значение (34) справедливо для удерживающей системы, которая удовлетворяет условию независимости работы сил сжатия опорной системы и растяжения бандажа при возникновении напряжений в материале. Такое условие реализуется, например, для тора с круглыми катушками и опорной системы в виде двух колец.

В выражениях (34) и (17) параметры Q_t не отличаются друг от друга, что отражается в одинаковых значениях суммарного параметра Q , представленных в таблице для тороидальных систем с круглыми катушками, но разным типом удерживающей системы. Существенное отличие (34) от (17) и аналогичных выражений для других рассмотренных выше конфигураций тороидальных соленоидов заключается в том, что (34) содержит среднее по объему материала значение механических напряжений растяжения. Так как некоторые части бандажа окажутся механически нагруженными больше остальных, и в то же время максимальные значения механических напряжений не должны превышать допустимого уровня, то действительное значение объема окажется больше, чем то, которое дает (34). Для бандажа, постоянного по периметру сечения, объем по сравнению с (34) увеличится в $\sigma_{t,max} / \langle \sigma_t \rangle$ раз, где $\sigma_{t,max}$ – максимальное значение механических напряжений растяжения.

Кроме того, сделанная оценка не учитывает добавочного объема удерживающей системы, связанной с наличием механических изгибающих моментов. Как показано в [11], на основе полного механического расчета катушек объем бандажа для тора круглого сечения может увеличиться в два-три раза по сравнению с идеализированным значением.

Заключение. Параметрический анализ сверхпроводящих тороидальных магнитных систем для их применения в качестве индуктивных накопителей, проведенный на основе модели тороидальной токовой поверхности, позволяет сделать вывод о возможности использования внутреннего объема тора для размещения там элементов удерживающей механической системы с целью достижения минимального объема конструктивных элементов.

В рассмотренных системах с катушками простой круговой и сегментной форм для компенсации электродинамических сил используются стяжки и опорные конструкции, в которых отсутствуют изгибающие механические моменты и которые позволяют добиться одинакового максимально допустимого значения механических напряжений в элементах конструкции. Вследствие этого объем удерживающей системы значительно снижается и не превышает соответствующий объем для более сложных по геометрии безмоментных D-образных тороидальных накопителей.

Наименьшие значения радиальных размеров тороидальных соленоидов и необходимого объема материала сверхпроводящей обмотки достигаются в системах с катушками сегментной формы. Для данной конфигурации, аналогично D-образным торам, вертикальный размер катушек превышает радиальный, и как следствие, объем материала сверхпроводника приближается к теоретическому пределу, который реализуется в системах с D-образными катушками. В этой связи перспективными могут оказаться тороидальные системы с катушками специальной формы, вытянутыми в вертикальном направлении, у которых отсутствует излом обмотки, как это имеет место в сегментных катушках.

1. Авраменко В.М., Арістов Ю.В., Васецький Ю.М., Мазуренко І.Л., Черненко П.О. Деякі області ефективного використання надпровідних індуктивних накопичувачів енергії (НППН) в енергетичних системах України // Техн. електродинаміка. – 2008. – №3. – С. 43–48.
2. Божко С.В. Применение сверхпроводящих накопителей электромагнитной энергии при решении задач повышения устойчивости энергосистем и улучшения качества электроэнергии // Промелектро. – 2002. – №4. – С. 40–44.
3. Васецький Ю.М. Концепция тороидального индуктивного накопителя энергии со стяжками внутри тора для компенсации электродинамических сил в катушках // Відновлювана енергетика. – 2005. – №2. – С. 100–107.
4. Велихов Е.П., Глухих В.А. Импульсные источники энергии для исследовательских термоядерных установок и реакторов // Физика и техника мощных импульсных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – С. 3–20.
5. Застосування надпровідних індуктивних накопичувачів енергії (НППН) для підвищення надійності та керуваності передачі потужності енергооб'єднань. Звіт по НДР „Інтеграція” / Ін-т електродинаміки НАН України. – № 0107U000070. – Інв. № 0208U006899. – К.: ІЕД НАН України, 2008. – 160 с.
6. Ларионов Б.А., Спевакова Ф.М., Столов А.М., Азизов Э.А. Проблемы накопления и преобразования электромагнитной энергии в импульсных системах питания с индуктивными накопителями // Физика и техника мощных импульсных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – С. 66–104.
7. Лейтес Л.В. Тороидальный реактор без сердечника для энергосистем // Электричество. – 1960. – № 11. – С. 76–81.
8. Светлицкий В.А. Механика стержней. Часть I. – М.: Высшая школа, 1987. – 320 с.
9. Шафранов В.Д. Об оптимальной форме тороидальных соленоидов // Журнал технической физики. – 1972. – Т. XLII. – Вып. 9. – С. 1785–1791.
10. Якимец І.В., Дмитрієва Г.А. Сверхпроводниковые индуктивные накопители как средство управления потоками активной мощности по межсистемным связям ЭЭС // Электричество. – 2003. – № 2. – С. 6–16.
11. Инженерные проблемы установок ТОКАМАК / Сб. статей под. ред. В.А.Чуянова. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 270 с.
12. Georgievskii A., Ostrow S., Vasetskii Yu., Rotachov Yu. Toroidal magnetic systems with tilted coils for superconducting magnetic energy storage (SMES) // Техн. електродинаміка. Тем. вип. “Проблеми сучасної електротехніки.” – 2004. – Ч. 2. – С. 3–6.
13. Eyssa Y.M., Boom R.W. Considerations of a Large Force Balanced Magnetic Energy Storage System // IEEE Trans. on Magnetics. – 1981. – Vol. 17. – № 1. – P. 460–462.
14. Hassenzahl W.V., Baker B.I., Keller W.E. The economics of superconducting magnetic energy storage systems for load leveling: A comparison with other systems // Los Alamos National Laboratory. Rep. LA-5377-MS, Aug., 1973.
15. Thome R.J., Tarrh J.M. MHD and Fusion Magnets. Field and Force Design Concepts. New York, A Wiley-Interscience publication, 1982. – 316 p.
16. Schoenung S.M., Meier W.R., Hassenzahl W.V. A Comparison of Large-scale Toroidal and Solenoidal SMES System // IEEE Trans. on Magnetics. – 1991. – Vol. 27. – № 2. – P. 2324–2328.
17. ITER Physics Basis // Nuclear Fusion. – 1999. – Vol. 39. – № 12.

УДК 621.355

Параметри надпровідних магнітних систем з утримуючими елементами всередині тороїдального об'єму

Ю.М.Васецький, докт.техн.наук, **І.Л.Мазуренко**, канд.техн.наук, **А.В.Павлюк**
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна.

На підставі ідеалізованої моделі магнітних систем у вигляді тороїдальної струмової поверхні проведено параметричний аналіз індуктивних накопичувачів, який містить дослідження розмірів накопичувача, необхідних об'ємів матеріалу надпровідних обмоток і механічної утримуючої системи. Проаналізовано системи з котушками простої кругової і сегментної форм, які містять стяжки як утримуючу систему, розміщені всередині тороїдального об'єму. Показано, що в запропонованих конфігураціях відсутні згинаючі моменти в утримуючій системі, і можна отримати однакові максимально допустимі значення механічних напружень у всіх елементах конструкції. В результаті об'єм утримуючої системи значно зменшується і не перевищує відповідну величину, розраховану для більш складних за геометрією безмоментних D-подібних тороїдальних накопичувачів. Найменші значення радіальних розмірів тороїдальних соленоїдів і необхідного об'єму матеріалу надпровідної обмотки досягаються у системах з котушками сегментної форми, наближуючись за останнім параметром до теоретичної границі, яка реалізується у системах з D-подібними котушками. Бібл. 17, табл. 1, рис. 7.

Ключові слова: надпровідний індуктивний накопичувач енергії, тороїдальний соленоїд, математична модель, механічна утримуюча система.

Parameters of superconducting magnetic systems with support elements inside of toroidal volume.

Yu.M.Vasetskyi, I.L.Mazyrenko, A.V.Pavliuk
Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,
Peremogy pr., 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.

On the basis of an idealized model of magnetic systems in form of a toroidal current sheet a parametric analysis of superconducting magnetic energy storage is carried out. The parametric analysis includes the investigation of storage size, the necessary volumes of superconducting windings and mechanical support system. The systems with spokes placed inside each discrete simple circular and segmental shape magnet coils are examined. The spoke system can solve two mechanical problems without resort to the more complicated and expensive "D"-shaped coil geometry, namely: eliminating bending moments in the support system and ensuring uniform mechanical stress in all the spokes and supporting structure. The lowest values of the radial dimensions of toroidal solenoids and the necessary volume of the superconducting material is achieved in systems with segmental shape coils and for the last parameter approaching to the theoretical limit, which occurs in systems with D-shaped coils. References 17, table 1, figures 7.

Key words: superconducting magnetic energy storage, toroidal solenoid, mathematical model, support system.

1. Avramenko V.M., Aristov Yu.V., Vasetskyi Yu.M., Mazurenko I.L., Chernenko P.O. Some fields of effective use of superconducting magnetic energy storage (SMES) in power systems of Ukraine // *Tekhnichna elektrodynamika*. – 2008. – №3. – P. 43–48. (Ukr)
2. Bozhko S.V. Application of superconducting magnetic energy storage for solving problems of improvements of sustainability of power systems and electric power quality // *Promelektro*. – 2002. – № 4. – P. 40–44. (Rus)
3. Vasetskii Yu.M. The concept of toroidal magnetic energy storage with spokes inside of torus to compensate for the electrodynamic forces in the coils // *Vidnovliuvana enerhetyka*. – 2005. – № 2. – P. 100–107. (Rus)
4. Velikhov E.P., Glukhikh V.A. Pulse energy sources for research fusion devices and reactors / *Fizika i tekhnika impulsnykh sistem*. – Moskva: Energoatomizdat, 1987. – P. 3–20. (Rus)
5. *Application of superconducting magnetic energy storage (SMES) to increase reliability and manageability of power transmission in electric power systems. Zvit po NDR "Integratsiia" / Instytut Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. – № 0107U000070. – Inv. № 0208U006899. – Kyiv: IED NAN Ukrainy, 2008. – 160 p. (Ukr)
6. Larionov B.A., Spevakova F.M., Stolov A.M., Azizov E.A. The problems of accumulation and transformation of electromagnetic energy in pulsed high-power systems with magnetic energy storage // *Fizika i tekhnika moshchnykh impulsnykh sistem*. – Moskva: Energoatomizdat, 1987. – P. 66–104. (Rus)
7. Leites L.V. Toroidal reactor without core for power systems // *Elektrichestvo*. – 1960. – № 11. – C. 76–81. (Rus)
8. Svetlitskii V.A. The mechanics of the rods. Part I. – Moskva: Vysshaya shkola, 1987. – 320 p. (Rus)
9. Shafranov V.D. On optimal form of toroidal solenoids // *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*. – 1972. – T. XLII. – Vol. 9. – P. 1785–1791. (Rus)
10. Yakimets I.V., Dmitrieva G.A. Superconducting magnetic energy storage as a means to control of active power flows on the interconnections of EES // *Elektrichestvo*. – 2003. – № 2. – P. 6–16. (Rus)
11. *Engineering problems of TOKAMAK / Sbornik statei pod redaktsiei V.A.Chuianova*. – Moskva: Energoatomizdat, 1985. – 270 p.
12. Georgievskii A., Ostrow S., Vasetskii Yu., Rotachov Yu. Toroidal magnetic systems with tilted coils for superconducting magnetic energy storage (SMES) // *Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk "Problemy suchasnoi elektrotekhniki"*. – 2004. – № 2. – P. 3–6.
13. Eyssa Y.M., Boom R.W. Considerations of a Large Force Balanced Magnetic Energy Storage System // *IEEE Trans. on Magnetics*. – 1981. – Vol. 17. – № 1. – P. 460–462.
14. Hassenzahl W.V., Baker B.I., Keller W.E. The economics of superconducting magnetic energy storage systems for load leveling: A comparison with other systems // *Los Alamos National Laboratory. Rep. LA-5377-MS, Aug., 1973*.
15. Thome R.J., Tarrh J.M. MHD and Fusion Magnets. Field and Force Design Concepts. New York, A Wiley-Interscience publication, 1982. – 316 p.
16. Schoenung S.M., Meier W.R., Hassenzahl W.V. A Comparison of Large-scale Toroidal and Solenoidal SMES System // *IEEE Trans. on Magnetics*. – 1991. – Vol. 27. – № 2. – P. 2324–2328.
17. ITER Physics Basis // *Nuclear Fusion*. – 1999. – Vol. 39. – № 12.

Надійшла 31.03.2011
Received 31.03.2011