

ОБРАБОТКА ДАННЫХ 2D-МОНИТОРИНГА МАГНИТНЫХ ПОТОКОВ В СИСТЕМАХ ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Рассматриваются вопросы перевыборки дискретных данных двумерного (2D) мониторинга магнитных полей. Представлен метод двумерной интерполяции на регулярной сетке с применением алгоритма одномерной кубической сплайн-интерполяции. Предложен новый алгоритм квантования данных и отображения изолиний параметрических полей с помощью обратной кубической сплайн-интерполяции. Приведены примеры изображений, полученных в результате моделирования работы алгоритмов.

Розглянуто питання перевибірки дискретних даних двовимірного (2D) моніторингу магнітних полів. Представлено метод двовимірної інтерполяції на регулярній сітці із застосуванням алгоритму одновимірної кубічної сплайн-інтерполяції. Запропоновано новий алгоритм квантування даних і відображення ізоліній параметричних полів за допомогою зворотної кубічної сплайн-інтерполяції. Наведено приклади зображень, отриманих в результаті моделювання роботи алгоритмів.

Непрерывный контроль электрических машин, основанный на мониторинге магнитных полей, в настоящее время реализуют с помощью одного или нескольких измерительных преобразователей, расположенных в различных точках объекта наблюдения. Методы обработки измерительной информации, как правило, сводятся к спектральному анализу временных данных и применению алгоритмов классификации выделенных из спектров отдельных составляющих или их групп, удовлетворяющих некоторому набору априорных сведений [9, 18, 19].

В ряде случаев для ранней диагностики неисправностей электрических машин могут найти применение также и методы, использующие сведения о пространственном распределении магнитной индукции, например, в рабочем зазоре машины. Ограниченное количество первичных преобразователей, устанавливаемых в наблюдаемой области объекта, может привести к потере тонких различий в пространственном распределении измеряемой индукции. С подобными проблемами связано и отображение полей систем с постоянными магнитами или других полей, каждой точке которых можно поставить в соответствие значение некоторого параметра.

Обработка двумерных изображений распределения магнитной индукции, ее подготовка к дальнейшему анализу динамических сцен и распознаванию образов предполагает предварительное выявление скрытой информации с одновременным снижением ее избыточности в целом.

Наряду с фильтрацией, корреляционным и спектральным анализом в обработке результатов измерений [6, 7, 8] широко применяются методы приближения функциями последовательностей данных [11, 12]. Интерполяция, являющаяся, по существу, процедурой перевыборки или ресемплинга (resampling) дискретных данных, в системах реального времени требует эффективной по быстродействию и минимизированной по затрачиваемым ресурсам организации вычислительных процедур.

Целью представленной работы является:

- разработка процедуры интерполяции двумерных данных на основе предложенного ранее алгоритма одномерной интерполяции кубическими сплайнами [5];
- прямое решение обратной задачи одномерной кубической интерполяции, разработка алгоритма использования полученного решения для ресемплинга данных, полученных в дискретные моменты времени или измерением в отдельных точках пространства, в набор данных, квантованных по уровню;
- разработка процедуры синтеза на плоскости изолиний индукции магнитного поля для дальнейшего использования в системах диагностики электрических машин;
- программная реализация и тестирование разработанных алгоритмов.

Общие принципы двумерной сплайн-интерполяции рассмотрим на примере данных, полученных при дискретном сканировании с шагом 3 мм в прямоугольной системе координат фрагмента поверхности многополюсной магнитной системы с постоянными магнитами (рис. 1, а). Эти же

результаты измерений использованы и для демонстрации программной реализации разработанных алгоритмов обратной информации.

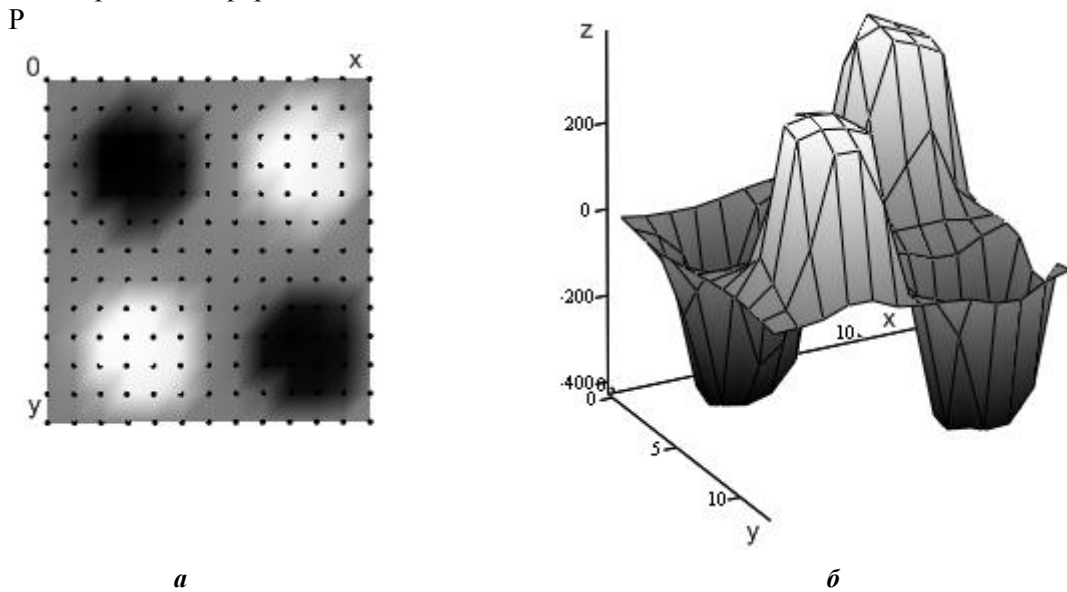


Рис. 1

Задача ресамплинга двумерных данных может быть решена с использованием линейных и нелинейных аппроксимирующих функций. Преобразованные с помощью билинейной интерполяции [19] данные показаны на рис. 1, б. Этот способ интерполяции основан на линейных функциях с двумя независимыми переменными, определенных внутри каждой ячейки сетки таким образом, что в узлах сетки они принимают значения исходных данных. Простота реализации билинейной интерполяции обеспечивает высокое быстродействие, однако, при невысокой точности и разрывности производной в узлах исходной сетки данных. Значительно более высокую точность и непрерывность первых производных и смешанных вторых обеспечивает интерполяция бикубическими сплайн-функциями [13].

Если одномерная сплайн-функция записывается в виде [2, 3]

$$S_i(x) = a_3^i x^3 + a_2^i x^2 + a_1^i x + a_0^i = \sum_{k=0}^3 a_k^i \cdot x^k, \quad (1)$$

то двумерная сплайн-функция для некоторой ячейки (i, j) исходной сетки определится выражением

$$S_{ij}(x, y) = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 a_{k,l}^{(ij)} \cdot x^k \cdot y^l, \quad (2)$$

где $i=0,1,\dots, M-1, j=0,1,\dots, N-1, M, N$ – число узлов по каждой из координат x, y параметрического поля, соответственно.

Двумерные сплайны можно представить в виде линейной функции конечного числа линейно независимых параметров – значений его частных производных в узлах сетки. Выбор этих параметров – «определяющих значений» – осуществляется не единственным образом. Для некоторых наборов определяющих значений единственность бикубических интерполяционных сплайнов следует из единственности в одномерном случае [1].

Как следует из (2) для определения шестнадцати неизвестных коэффициентов $a_{k,l}^{(ij)}$ необходимо иметь шестнадцать независимых уравнений, которые могут быть составлены из начальных условий. Ими могут быть, например, четыре значения функции в узлах интерполируемой ячейки и восемь значений частных производных в этих узлах, дополненные еще четырьмя значениями второй смешанной производной по каждому из направлений в тех же узлах [13, 17]. Частные и смешанные производные определяются дифференцированием выражения (2) и подстановкой координат узлов ячейки интерполяции, что приводит к системе линейных алгебраических уравнений, решениями которых являются значения коэффициентов $a_{k,l}^{ij}$. Эти коэффициенты одинаковы для всех точек интерполяции в рассматриваемой ячейке (i, j) . В ряде случаев, к которым можно отнести и большинство практических задач, связанных с мониторингом магнитных потоков электрических

машин, неизвестные коэффициенты определяются методом выделения двух областей регулярной сетки исходных данных [17]. Одна из них – область интерполяции данных, представляющая собой квадрат со сторонами, равными единице (ячейка регулярной сетки), а другая – описывающий ее квадрат со сторонами, равными четырем единицам шага исходной сетки (рис. 2). Общее число узлов, образующих обе выделенные области регулярной сетки исходных данных, равно 16. Угловые узлы внутреннего квадрата имеют следующие координаты: (0, 0); (1, 0); (0, 1); (1, 1), а внешнего – (-1, -1); (2, -1); (-1, 2); (2, 2). Такой путь определения неизвестных коэффициентов системы алгебраических уравнений свободен от необходимости вычислять значения производных в узлах ячейки.

Другой метод двумерной сплайн-интерполяции основан на применении алгоритмов и процедур одномерной интерполяции. Для выявления связи между одномерными и двумерными сплайнами уравнение (2) записывается в виде [7]

$$S_{ij}(x, y) = \sum_{l=0}^3 \left(\sum_{k=0}^3 a_{k,l}^{(ij)} \cdot x^k \right) \cdot y^l = \sum_{k=0}^3 \left(\sum_{l=0}^3 a_{k,l}^{(ij)} \cdot y^l \right) \cdot x^k . \quad (3)$$

Возможность группировки во внутренней сумме произведений коэффициентов и одной из независимых переменных показывает, что для внешней суммы внутренняя представляется таким же коэффициентом для другой независимой переменной, что свидетельствует о возможности расщепления двумерной интерполяции на две процедуры с одномерной интерполяцией по отдельным направлениям.

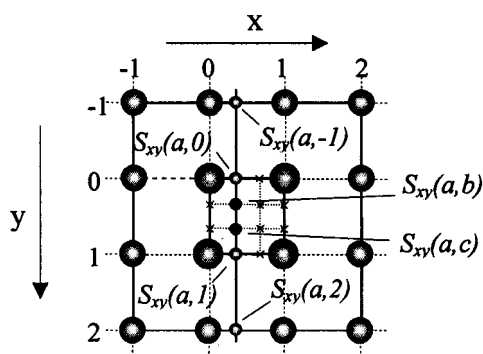


Рис. 2

Бикубическая интерполяция, использующая одномерные кубические сплайны, является основой различных алгоритмов и программных средств для обработки изображений [13]. Разумеется, что и в алгоритмах последовательной бикубической интерполяции необходимо использовать область из шестнадцати узлов. При этом сами процедуры одномерной интерполяции можно организовать так, как это показано на рис. 2.

Для определения сплайн-функции в точке, удовлетворяющей условиям $x = a$, $y = b$, $0 \leq a \leq 1$ и $0 \leq b \leq 1$, сначала вычислим значения одномерных кубических сплайн-функций $S_{xy}(a, -1)$, $S_{xy}(a, 0)$, $S_{xy}(a, 1)$, $S_{xy}(a, 2)$ с фиксированным $x = a$ и всеми значениями $y = -1 \dots 2$ рассматриваемой области.

Тогда, например, точка $S_{xy}(a, -1)$ определится значением одномерной сплайн-функции, проведенной в направлении оси x через узлы (-1,-1), (0,-1), (1,-1), (2,-1).

Далее, теперь уже в направлении оси y , проводим вторую сплайн-функцию, проходящую через точки $S_{xy}(a, -1)$, $S_{xy}(a, 0)$, $S_{xy}(a, 1)$, $S_{xy}(a, 2)$. Она определяет значения интерполирующей функции $S_{xy}(a, b)$ $S_{xy}(a, c)$ в точках, принадлежащих ячейке рассматриваемой области.

Очевидно, что исходя из единственности одномерной кубической сплайн-функции, все точки одномерной сплайн-функции, для которых $x = a$, и вне ячейки будут принадлежать интерполирующей поверхности S_{xy} . Кроме того, только область, содержащая не менее четырех узлов по каждому из направлений, обеспечивает единственное решение для интерполирующей поверхности. Учитывая эти обстоятельства, можно заключить, что в случае мониторинга магнитных и других параметрических полей, когда данные поступают от отдельных сенсоров или матрицы сенсоров, или в результате пространственного сканирования и имеют небольшие объемы, для их обработки могут быть использованы простые алгоритмы, реализующие последовательный подход к решению двумерной задачи бикубической интерполяции. Это позволит получать значения интерполирующей функции во всех точках второй, интерполирующей, сетки данных по обоим направлениям интерполяции. Именно таким образом выполнена интерполяция в равномерной сетке с шагом 0,75 мм для данных, показанных на рис. 1.

На рис. 3, а показаны результаты интерполяции данных по направлению оси x . Полная перевыборка данных в результате бикубической интерполяции сплайнами показана на рис. 3, б. Здесь программная реализация обработки двумерных данных осуществляется последовательным применением по каждому направлению сканирования алгоритма для аппроксимации и интерполяции кусочно-полиномиальной системой кубических сплайнов одномерных данных [5], в котором

системная матрица замещается вектором. Такое замещение возможно в случае выполнения условий непрерывности производных кубической сплайн-функции

$$S_i(x) = A_i x^3 + B_i x^2 + C_i x + D_i \quad (4)$$

и в равенстве его значений аппроксимируемой функции в точках задания последней x_0, \dots, x_{N-1} . Основные положения одномерной интерполяции данных кубическими сплайнами и содержание разработанного алгоритма заключаются в следующем.

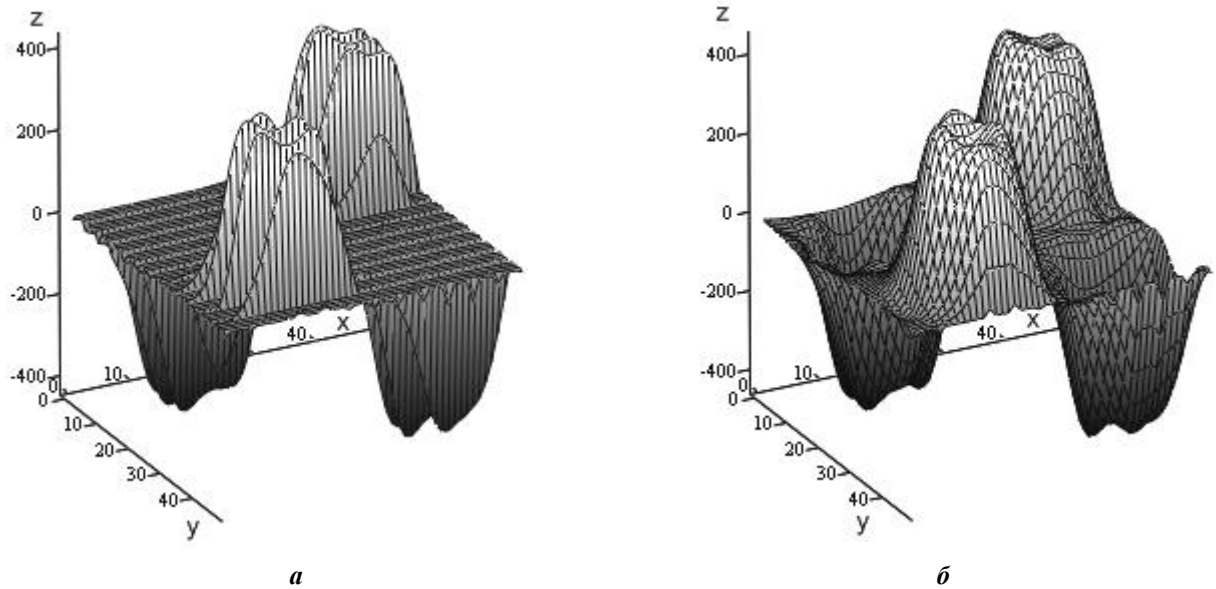


Рис. 3

Интерполяция кубическими сплайнами основана на применении интерполяционного полинома Лагранжа первого порядка ко второй – линейной относительно независимой переменной – производной кубического сплайна [1, 2, 3]. После двукратного интегрирования для каждого i -го интервала интерполирующая функция определится выражением

$$S(x) = \frac{1}{6\Delta x} \cdot \left[(x - x_i) \cdot \left[y''_{i+1} \cdot \left[(x - x_i)^2 - \Delta x^2 \right] + 6y_{i+1} \right] - (x - x_{i+1}) \cdot \left[y''_i \cdot \left[(x - x_{i+1})^2 - \Delta x^2 \right] + 6y_i \right] \right]. \quad (5)$$

В результате преобразований выражение (5) приводим к виду, в котором значения исходной функции в трех точках связаны со значениями ее второй производной в этих же точках

$$y''_{i-1} + 4y''_i + y''_{i+1} = \frac{6}{\Delta x^2} (y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) \quad \text{для } i = 1 \dots N-1. \quad (6)$$

Дополним выражения (6) нулевыми условиями для вторых производных в начальной x_0 и конечной x_N точках $S''_0(x_0) = y''_0 = 0$, $S''_{N-1}(x_N) = y''_N = 0$ и образуем систему натуральных кубических сплайнов [10].

Система неоднородных линейных алгебраических уравнений (6) может быть представлена произведением несингулярной симметричной трехдиагональной матрицы системы \mathbf{A} ($N-2 \times N-2$) со строгой диагональной доминантой и вектора неизвестных z -значений второй производной y''_i . Правая часть является вектором r , элементы которого определяются из правой части (6) значениями последовательности данных. Такая система уравнений совместна и определена, т.е. имеет однозначное решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} y''_1 \\ y''_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ y''_{N-2} \\ y''_{N-1} \end{pmatrix} = \frac{6}{\Delta x^2} * \begin{pmatrix} y_0 - 2y_1 + y_2 \\ y_1 - 2y_2 + y_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_{N-3} - 2y_{N-2} + y_{N-1} \\ y_{N-2} - 2y_{N-1} + y_N \end{pmatrix}. \quad (7)$$

В [5] показано, что системная матрица через ее представление в виде произведения нижнетреугольной матрицы и верхнетреугольной матрицы, диагональные коэффициенты которой равны единице, преобразуется к простейшему виду и далее трансформируется в вектор-столбец (для $N = 6$)

$$\mathbf{v} = (0.2500000 \quad 0.2666667 \quad 0.2678571 \quad 0.2679426 \quad 3.7320574)^T \quad (8)$$

Такие же преобразования применяются и к правой части уравнения (7). Рекурсивный алгоритм расчета значений вектора, заменяющего системную матрицу, весьма прост. Значения элементов вектора могут определяться как на стадии создания системного программного обеспечения, так и выполнением процедуры в реальном времени. Собственно определение интерполированных значений по формуле (5) предусматривает определение номера интервала i для заданного значения независимой переменной $x \in [x_i, x_{i+1}]$, а решение системы неоднородных линейных алгебраических уравнений (7) выполняется методом исключения Гаусса по разложению Холецкого [13, 1].

Другой задачей, связанной с ресамплингом данных, является преобразование дискретизированных во времени аналоговых сигналов в квантованные по уровню. Эта задача, которую иногда называют обратной интерполяцией (inverse interpolation), имеет решения как для интерполяционных полиномов Лагранжа [16], так и для одномерных кубических сплайнов [14, 15]. В тех случаях, когда обрабатываются одномерные выборки с небольшим числом элементов, решение задачи обратной интерполяции кусочно-полиномиальной системой кубических сплайнов можно найти из кубического уравнения, обратного интерполирующей функции (5), которое записывается алгебраическим уравнением третьей степени

$$a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i = 0, \quad (9)$$

в котором приняты следующие обозначения:

$$a_i = y_{i+1}'' - y_i''; \quad b_i = 3 \cdot (x_{i+1} \cdot y_i'' - x_i \cdot y_{i+1}''); \quad c_i = 6 \cdot (z_{i+1} - z_i) + \Delta x^2 \cdot (y_i'' - y_{i+1}'') - 3 \cdot (x_{i+1}^2 \cdot y_i'' - x_i^2 \cdot y_{i+1}''); \quad (10)$$

$$d_i = \Delta x^2 \cdot (x_i \cdot y_{i+1}'' - x_{i+1} \cdot y_i'') + x_{i+1}^3 \cdot y_i'' - x_i^3 \cdot y_{i+1}'' + 6 \cdot (z_i \cdot x_{i+1} - z_{i+1} \cdot x_i - s_k \cdot \Delta x); \quad \Delta x = x_{i+1} - x_i.$$

Нахождение корней кубического уравнения (9) возможно как с помощью итерационных алгоритмов, так и путем применения прямых методов нахождения решений. Использованию итерационных методов отдается предпочтение в тех случаях, когда корни имеют близкие значения и объемы выполняемых вычислений велики. В рассматриваемых приложениях возможно использование прямых методов, схемы поиска решений которых приводят к нахождению действительных и комплексных корней для действительных коэффициентов решаемого уравнения. Рассмотрим вкратце метод Виета-Кардано [4].

1. Уравнение (9) нормируется и записывается как

$$x^3 + b_i^N x^2 + c_i^N x + d_i^N = 0, \quad (11)$$

где $b_i^N = b_i/a_i$; $c_i^N = c_i/a_i$; $d_i^N = d_i/a_i$.

2. Для нахождения его корней вычисляются значения двух промежуточных коэффициентов

$$Q = (p_i^N)^2 - q_i^N, \quad R = (p_i^N)^3 - 0,5 p_i^N c_i^N + 0,5 d_i^N, \quad \text{где } p_i^N = b_i^N/3; \quad q_i^N = c_i^N/3. \quad (12)$$

3. Для $R^2 < Q^3$ вычисляются значения трех действительных корней по формулам Виета

$$\alpha = \arccos\left(R \cdot (Q^3)^{-1/2}\right); \quad (13)$$

$$x_{i1} = -2 \cdot \sqrt{Q} \cdot \cos \alpha - p_i^N; \quad x_{i2} = -2 \cdot \sqrt{Q} \cdot \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) - p_i^N; \quad x_{i3} = -2 \cdot \sqrt{Q} \cdot \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) - p_i^N. \quad (14-16)$$

4. Для $R^2 \geq Q^3$ вычисляются значения одного действительного корня и двух комплексно-сопряженных корней по формуле Кардано [4]. Далее определяются еще два промежуточных коэффициента A и B , которые определяют условие вырождения пары комплексно-сопряженных корней в действительные

$$A = -\text{sign}(R) \cdot \sqrt[3]{|R| + \sqrt{R^2 - Q^3}}; \quad B = \begin{cases} Q/A, & A \neq 0; \\ 0, & A = 0. \end{cases} \quad (17,18)$$

а) при $A \neq B$ действительный корень равен

$$x_{i1} = A + B - p_i^N; \quad (19)$$

пара комплексно-сопряженных корней определится выражением

$$x_{i2,3} = -0,5 \left[(A + B) - i\sqrt{3}(A - B) \right] - p_i^N. \quad (20)$$

б) при $A = B$ вырожденный корень равен

$$x_{i2} = -A - p_i^N. \quad (21)$$

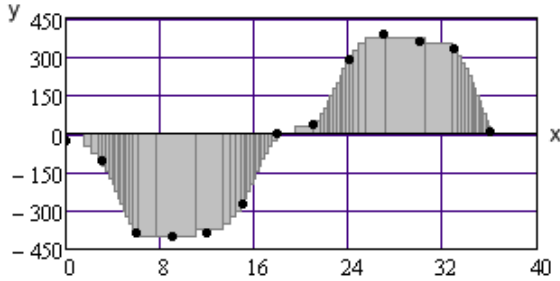


Рис. 4

На рис. 4 показаны результаты ресамплинга с квантованием по уровню одной из строк исходных данных (рис. 1). Заметим, что в этом случае равномерность шага дискретизации по независимой переменной нарушается.

Синтез на плоскости линий равных значений параметра является еще одной задачей, для решения которой может быть использована интерполяция кубическими сплайн-функциями. Ресамплинг с квантованием по уровню вместе с одномерной интерполяцией кубическими сплайнами в 2-D системах обработки данных предоставляет возможность построения изолиний параметрических полей. Подобное преобразование

данных приводит их отображение к виду, более удобному для проведения процедур анализа сцен и распознавания образов в системах мониторинга и диагностики электрических машин и других электроэнергетических объектов. Построение линий с равными значениями параметра исследуемого поля в дискретном представлении можно рассматривать как построение двумерного бинарного массива данных, значение каждого элемента которого определяет его принадлежность фону или некоторой изолинии. Очевидно, что, как и в случае с ресамплингом, связанным с интерполяцией двумерных данных, шаг исходной сетки, как правило, будет слишком большим для того, чтобы дискретные точки фиксированных уровней текущего набора можно было бы рассматривать в качестве элементов изображения отдельных изолиний.

Предварительная одномерная интерполяция данных кубическими сплайн-функциями может быть использована для ресамплинга с целью увеличения числа элементов выборки. Проводя одномерную интерполяцию, данные преобразуем к виду, показанному на рис. 3, а. Для каждой из полученных совокупностей интерполированных значений выполняем по другой оси обратную интерполяцию, определяя таким образом набор координат для точек, в которых интерполированные значения параметров принимают значения фиксированных уровней. Очевидно, что нарушение равномерности шага дискретизации по этой оси требует привязки полученных данных к новой, с меньшим шагом, регулярной сетке. По сути такой массив данных будет представлять собой бинарное изображение формата bmp (bitmap).

На рис. 5 а, б показаны изображения преобразованных таким образом исходных данных (рис. 1, а, б). Одномерная интерполяция выполнялась в направлении оси x , а обратная интерполяция проводилась по оси y через полученные и исходные точки оси x (рис. 5, а). Результат для противоположной последовательности проведения прямой и обратной интерполяций показан на рис. 5, б.

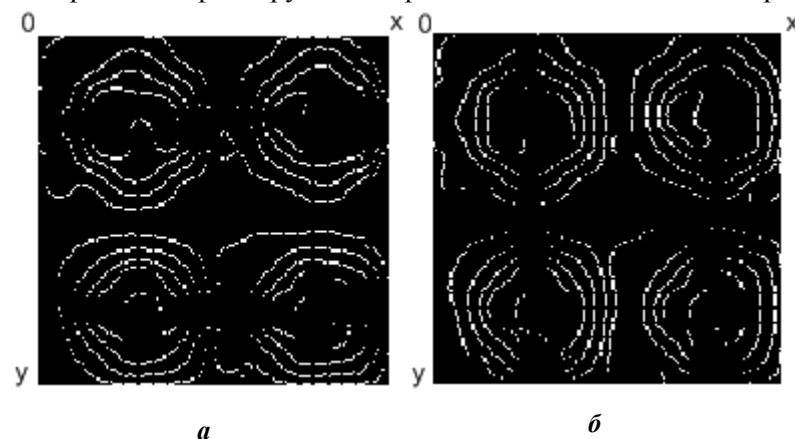


Рис. 5

Изображения фиксируют потери точек изолиний, в которых касательная к ним приближается к направлению оси, по которой производилась обратная интерполяция. Очевидно, что наложение изображений, полученных в результате выполнения ресамплинга с инверсией направлений, позволит исключить этот недостаток предлагаемого метода определения изолиний параметрических полей (рис. 6). Предложенный алгоритм обеспечивает преобразование двумерного массива чисел, отражающего значения некоторого параметра в отдель-

ных точках поверхности, в двумерный однобитовый массив, предназначенный для анализа контуров или сплошных объектов, образующих некоторую сцену заданной области исследуемого поля.

Полученные результаты формулируются следующим образом:

- предложена процедура интерполяции двумерных данных на равномерных сетках с помощью разработанного ранее оптимизированного алгоритма одномерной интерполяции кубическими сплайнами;

- описывается решение обратной задачи одномерной интерполяции кубическими сплайнами, позволяющее преобразовать в квантованные по уровню дискретизированные по независимой переменной данные;

- разработана процедура синтеза изолиний индукции магнитного поля – объектов дальнейшей кластеризации;

- приведенные решения и алгоритмы интерполяции программно реализованы; тестирование показало возможность их эффективного применения для предварительной обработки данных в измерительных информационных системах.

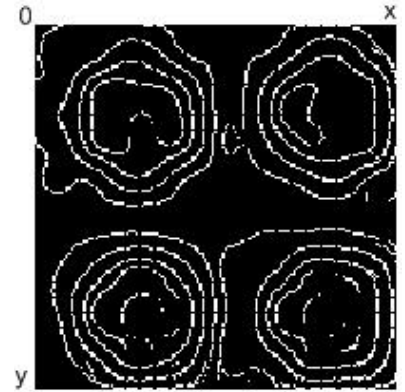


Рис. 6

1. Алберг Дж., Пильсон Э., Уолли Дж. Теория сплайнов и ее приложения. – М.: Мир, 1972. – 320 с.
2. Денисюк В.П., Марченко Б.Г. Сплайны и их приложения в задачах моделирования и обработки измерительных сигналов. – К.: 1995, – 246 с.
3. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. – М.: Наука, 1980. – 352 с.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
5. Мазманян Р.О. Кубические сплайны в алгоритмах цифровой обработки информации встроенных средств измерительных систем // Техн.электродинамика. – 2007. – №4. – С. 75 – 80.
6. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2-х томах. – М.: Мир, 1983. – 311 с.
7. Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
8. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. Основные методы. – М.: Мир, 1982. – 428 с.
9. Пат. 6262550 США, МКИ6 G 05 В 23/02. Electrical motor monitoring system and method.
10. Рябенкий В. С. Введение в вычислительную математику. 2-е изд. – М.: Физматлит, 2000, – 296 с.
11. Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов. – М.: Физматгиз, 2002. – 300 с.
12. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. – Физматгиз, 2004. – 400 с.
13. Шикин Е.В., Плис Л.И. Кривые и поверхности на экране компьютера. Руководство по сплайнам для пользователей. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1996. – 240 с.
14. Alefeld G.E., Potra F.A. Yixsun Shi. Algorithm 748: Enclosing Zeros of Continuous Functions ACM // Transactions on Mathematical Software. – 1995. – Vol. 21 – No. 3. – Pp. 31–39.
15. Criado F., Gachechiladez T., Meladze H. Inverse spline-interpolation for numerically solving a piston problem with isothermic gas compression and constant velocity // Intern. J. of Computur Math. – 1999. – Vol. 71. – Pp. 83–95.
16. Horovitz A.L., Rubel L.A. Rocky Mountain // J. of Mathematics. – 1988. – Vol. 18. – Num. 3.
17. Keys R.G. Cubic Convolution Interpolation for Digital ImageProcessing. // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing. – 1981. – Vol. ASSP-29. – No 6. – Pp. 1153–1160.
18. Lascu C., Boldea I. & Blandjberg F. (2000) A modified direct torque control for induction motor sensorless drive // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2000. – No. 36(1). – Pp. 122–130.
19. Spät H. Two dimensional spline interpolation algorithms – A. K. Peters, Ltd. Natick, MA, USA, 1995. – 304 p.
20. Vas Peter. Parameter Estimation, Condition Monitoring and Diagnosis of Electrical Machines. – Clarendon Press, Oxford. – 1993. – 360 p.

Надійшла 09.02.10