
УДК 681.2

Е. Н. Безвесильная *, д-р тех. наук,
А. В. Коваль **, **Е. В. Гура** *, аспиранты

* Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический ин-т»
(Украина, 03056, Киев, пр-т Победы, 37,
тел. (044) 4549483, (093) 7518052,
E-mail: bezvesilna@mail.ru, verstand@bigmir.net),

** Житомирский государственный технологический университет
(Украина, 10005, Житомир, ул. Черняховського, 103,
тел. (093)7720888, e-mail: koval.anton@gmail.com)

Моделирование влияния параметров возмущений на работу гироскопического гравиметра авиационной гравиметрической системы

Исследовано влияние параметров возмущений и собственных параметров на работу гироскопического гравиметра в случае наиболее опасных резонансных режимов.

Досліджено вплив параметрів збурень і власних параметрів на роботу гіроскопічного гравіметра у випадку найбільш небезпечних резонансних режимів.

Ключевые слова: гироскоп, гравиметр, моделирование, резонанс, авиационная гравиметрическая система.

Сведения о гравитационных аномалиях Δg необходимы в геодезии, геофизике для разведки полезных ископаемых, в картографии для исследований фигуры Земли, в аэрокосмонавтике для коррекции инерциальных навигационных систем. Информация относительно Δg эффективно измеряется авиационной гравиметрической системой (АГС) [1, 2]. В работе [1] показано, что наиболее перспективным является гироскопический гравиметр (ГГ). Однако, в известной литературе по гравиметрии не исследовано влияние на работу ГГ параметров возмущений и собственных параметров.

Исследуем влияние параметров возмущений и собственных параметров на работу ГГ в случае наиболее опасных резонансных режимов. Для этого необходимо следующее:

- 1) преобразовать дифференциальные уравнения движения ГГ со сменными коэффициентами к уравнению «машинного» вида;
- 2) разработать алгоритм решения дифференциального уравнения движения ГГ с помощью ЭВМ;

3) исследовать с помощью ЭВМ влияние частот ω и амплитуд w_a, w_b возмущающих действий для наиболее неблагоприятных резонансных случаев: $\omega = \omega_0, \omega = 2\omega_0, \omega = 3\omega_0, 3\omega = \omega_0, 2\omega = \omega_0$, где ω_0 — частота собственных колебаний ГГ;

4) исследовать влияние на работу прибора некоторых параметров ГГ (коэффициента демпфирования ξ , передаточного коэффициента k_2 канала измерения ГГ).

Преобразование уравнений движения ГГ для моделирования на ЭВМ. Воспользуемся прецессионными уравнениями движения ГГ, записав их в виде

$$\begin{aligned} H\dot{\beta} + c'_1\dot{a} + k_1\beta &= 0; \\ -H\dot{a} + c'_2\dot{\beta} - k_2a - mw_y l\beta &= mw_z l. \end{aligned} \quad (1)$$

Будем считать, что $H^2 \gg c'_1 c'_2$ и $Hmlpw_z = 0$. Тогда решение системы уравнений (1) по координате запишем в виде

$$\ddot{a} + \dot{a} [2n - L \sin(\omega t + \varepsilon)] + \omega_0^2 a = N \sin \omega t, \quad (2)$$

где $L = \frac{c'_1}{H^2} mlw_b$ и $N = \frac{mlk_1}{H^2} w_a$ — параметры вибрации. Учитывая, что $M(t) = 2n - L \sin(\omega t + \varepsilon)$, $D(t) = \omega_0^2$, получим

$$\ddot{a} + \dot{a} M(t) + D(t)a = 0, \quad (3)$$

где $M(t)$ и $D(t)$ — T -периодические функции.

Уравнение (3) без изменения характеристических показателей можно свести к аналогичному, где $M(t) = \text{const}$. Пусть

$$\int_0^t M(t_1) dt_1 = \aleph t + M_1(t).$$

Здесь

$$\aleph = 2n; M(t_1) = \int_0^t [M(t_1) - \aleph] dt = \frac{L}{\omega} \cos(\omega t + \varepsilon),$$

где функция $M(t_1)$ является T -периодической. Выполнив замену

$$a = e^{-\frac{1}{2}M(t_1)} x = e^{-\frac{1}{2}\frac{L}{\omega} \cos(\omega t + \varepsilon)} x, \quad (4)$$

получим уравнение

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + F(t)x = 0. \quad (5)$$

Здесь

$$F(t) = D(t) - \frac{1}{4} M^2(t) - \frac{1}{2} M(t) + \frac{1}{4} N^2 = \omega_0^2 + v_0 \sin(\omega t + \varepsilon + \sigma_8), \quad (6)$$

где

$$\sigma_8 = \arctg \frac{\omega}{2n}; \quad v_0 = \frac{L\sqrt{w+4n^2}}{2}.$$

Выражение (5) с учетом (2) и (6) можно записать в виде $\ddot{x} + 2n\dot{x} + [\omega_0^2 + v_0 \sin(\omega t + \varepsilon + \sigma_8)]x = N \sin \omega t$, или, с учетом параметров $H = 2 \cdot 10^{-3}$ кг·м·с; $k_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ кг·м; $c'_1 = 5 \cdot 10^{-5}$ кг·м·с; $ml = 10^{-3}$ кг·с²; $\varepsilon + \sigma_8 = 0$,

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + (\omega_0^2 + v_1 w_b \sin \omega t)x = 0,625w_a \sin \omega t, \quad (7)$$

где $v_1 = v_0 / w_b$.

Итак, система прецессионных уравнений (1) преобразована в одно уравнение (7), удобное для моделирования на ЭВМ. Полученное уравнение является уравнением типа Матье—Хилла.

Алгоритм решения дифференциального уравнения движения ГГ на ЭВМ. Исследование работы ГГ в разных динамических режимах осуществляли на ЭВМ. Математическую модель прибора описывает параметрическое уравнение (7), которое запишем в виде, удобном для вычисления:

$$\dot{Y} = 0,625w_a \sin \omega t - 2\xi\omega_0\dot{x} - (\omega_0^2 + v_1 w_b \sin \omega t)x, \quad \dot{x} = \dot{Y}. \quad (8)$$

Зададим начальные условия: $x_0 = 10^{-5}$; $y_0 = 10^{-4}$. Определим константы: $P = 2$; $w_0 = 2,5$; $ww = 6,25$; $R = 0,625$. Введем машинные переменные: $z = \xi$, $Q = v_1$, $w = \omega$, $wA = w_a$, $wB = w_b$; время наблюдения $T = x(t)$; граница интегрирования $T_{MAX} = T_{max}$; шаг интегрирования $H = \Delta t$; переменный аргумент $T = t$; переменные $AA = wA * R$, $BB = wB * Q$, $CC = P * w_0 * z$, где «*» — знак умножения. Тогда выражение (8) можно записать в виде

$$\dot{X} = Y; \quad Y = \sin(w * T) * (AA - BB * X) - CC * Y - ww * X. \quad (9)$$

Применив метод Рунге—Кутты четвертого порядка для интегрирования системы дифференциальных уравнений (9), получим

$$X(T+H) = X(T) + \frac{1}{6} * [X_1 + X_4 + 2 * (X_2 + X_3)];$$

$$Y(T+H) = Y(T) + \frac{1}{6} * [Y_1 + Y_4 + 2 * (Y_2 + Y_3)], \quad (10)$$

где коэффициенты $X_1, X_2, X_3, X_4, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$ можно определить так:

$$X_1 = H * Y; \quad Y_1 = H * [\sin(w * T) * (AA - BB * X) - CC * Y - ww * X];$$

$$\begin{aligned}
 X_2 &= H * (Y - 0,5 * Y_1); \\
 Y_2 &= H * \{ \sin [w * (T + 0,5 * H)] * [AA - BB * (X + 0,5 * X_1)] - CC * \\
 &\quad * [Y + 0,5 * Y_1] - ww * (X + 0,5 * X_1) \}; \\
 X_3 &= H * (Y + 0,5 * Y_2); \\
 Y_3 &= H * \{ \sin [w * (T + 0,5 * H)] * [AA - BB * (X + 0,5 * X_2)] - CC * \\
 &\quad * [Y + 0,5 * Y_2] - ww * (X + 0,5 * X_2) \}; \\
 X_3 &= H * (Y + Y_3); \\
 Y_4 &= H * \{ \sin [w * (T + H)] * [AA - BB * (X + X_3)] - CC * \\
 &\quad * [Y + Y_3] - ww * (X + X_3) \}.
 \end{aligned}$$

Моделирование системы (10) осуществляли по схеме, приведенной в табл. 1. Из выражения (4) видно, что при $\omega \rightarrow \infty \alpha \rightarrow x$, при $\omega \rightarrow 0 \alpha \rightarrow 0$. Для значений $w_b = 1 \text{ м/с}^2$, $\omega = \omega_0 + 2,5 \text{ с}^{-1}$, $\omega = 2\omega_0 = 5 \text{ с}^{-1}$, $\omega = 3\omega_0 = 7,5 \text{ с}^{-1}$, $3\omega = \omega_0 = 0,83 \text{ с}^{-1}$, $2\omega = \omega_0 + 1,25 \text{ с}^{-1}$ переменные a и x связаны соответствующим соотношением: $a = e^{-1,25x}$; $a = e^{-0,625x}$; $a = e^{-0,43x}$; $a = e^{-2,5x}$; $a = e^{-3,75x}$.

Результаты цифрового моделирования уравнений движения ГГ.

Проанализируем различные случаи возникновения резонанса (табл. 2).

1. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0 = 2,5 \text{ с}^{-1}$, наиболее неблагоприятный относительно возможности возникновения резонанса. Моделированием параметрического уравнения (7) на ЭВМ получены графики функциональной зависимости $x = f(t)$ для случая, когда основа, на которой установлен рассматриваемый ГГ, подпадает под действие возмущающих влияний при $w_a = w_b = 1 \text{ м/с}^2$ соответственно по осям Oz и Oy . Последовательно были заданы значения относительного коэффициента успокоения $\xi = 0,15; 0,45; 0,75; 1$.

Таблица 1. Основные соотношения параметров возмущений и собственных параметров ГГ

$\omega, \text{ с}^{-1}$	$v_1, 10^{-3} \text{ рад}$															T_{max}	$H, \text{ с}$
	w_a	w_b	ξ	w_a	w_b	ξ	w_a	w_b	ξ	w_a	w_b	ξ	w_a	w_b	ξ		
	3	3	0,15	10	3	0,45	3	10	0,75	15	3	1	3	15	2		
2,5	8,00			9,60			14,00			17,40			32,40			11,25	0,2225
5	15,80			16,60			19,00			22,10			34,00			6,30	0,126
7,5	4,53			8,05			12,30			16,00			31,30			4,20	0,084
1,25	4,53			8,05			12,30			16,00			31,30			25,00	0,200
0,83	3,49			7,85			12,00			15,84			31,30			37,88	0,758

Экспериментально определено, что резонанс возможен при малом демпфировании $\xi = 0,15$. С увеличением демпфирования (например, $\xi = 0,45 \dots 1$) резонанса не наблюдается. Кроме того, в случае увеличения демпфирования уменьшается амплитуда устоявшихся вынужденных колебаний.

2. Полученные зависимости $x = f(t)$ для $w_a = w_b = 3 \text{ м/с}^2$, $x = 0,15; 0,45; 0,75; 1,0$ свидетельствуют о том, что в этом случае амплитудные значения устоявшихся вынужденных колебаний ГГ в три раза выше, чем в случае 1

Таблица 2. Амплитуды вынужденных колебаний ГГ

Случай	$\omega, \text{с}^{-1}$	w_a	w_b	ξ			
				0,15	0,45	0,75	1,0
1	$\omega_0 = 2,5$	1	1	Резонанс	0,110000	0,0661010	0,0496894
2		3	3	"	0,329914	0,1981360	0,1487170
3		3	10	"	0,329782	0,1979630	0,1485420
4		10	3	"	1,099710	0,6604540	0,4957240
5		3	15	"	0,329687	0,1978369	0,1484160
6		15	3	"	1,349570	0,9906820	0,7435860
7	$\omega_0 / 2 = 1,25$	1	1	0,130020	0,110905	0,0941927	0,0793500
8		3	3	0,389417	0,332314	0,2819150	0,2373970
9		3	10	0,387163	0,339915	0,2796080	0,2352390
10		10	3	1,298060	1,140430	0,9397170	0,7913230
11		3	15	0,386474	0,338340	0,2779130	0,2338590
12		15	3	1,947090	1,710650	1,4095000	1,1869800
13	$\omega_0 / 3 = 0,83$	1	1	0,110504	0,109731	0,1004580	0,0932015
14		3	3	0,331016	0,328430	0,3005490	0,2783220
15		3	10	0,329287	0,325772	0,2976650	0,2743310
16		10	3	1,103390	1,094770	1,0018300	0,9277410
17		3	15	0,328061	0,323891	0,2956390	0,2725110
18		15	3	1,65508	1,642150	1,5027400	1,3916100
19	$2\omega_0 = 5$	1	1	Сложные колебания	0,0273533	0,0235304	0,0200020
20		3	3	"	0,0822427	0,0707352	0,0601209
21		3	10	То же	0,0828793	0,0712361	0,0605205
22		10	3	"	0,2741720	0,2357840	0,2004030
23		3	15	"	0,0833300	0,0715904	0,0608320
24		15	3	"	0,4112140	0,3536760	0,3006050
25	$3\omega_0 = 7,5$	1	1	"	0,0120460	0,0105930	0,0097958
26		3	3	"	0,0362657	0,0315432	0,0294926
27		3	10	"	0,0367120	0,0320451	0,0298588
28		10	3	"	0,1208850	0,1054780	0,0983086
29		3	15	"	0,0370285	0,0323305	0,0301188
30		15	3	"	0,1813280	0,1582160	0,1474630

для соответствующих значений ξ . Резонанс возможен при малом демпфировании, например при $\xi = 0,15$, как и в случае 1. С возрастанием демпфирования амплитуда устоявшихся вынужденных колебаний ГГ уменьшается (см. табл. 2).

3. Определена зависимость $x = f(t)$, когда амплитудное возмущение по оси Oz $w_a = 3 \text{ м/с}^2$, а по оси Oy в 3,33 раза выше, чем в случае 2, т.е. $w_b = 10 \text{ м/с}^2$. Такие амплитудные значения устоявшихся вынужденных колебаний незначительно отличаются от соответствующих колебаний $x = f(t)$ в случаях 1, 2. Это подтверждается выводом, сделанным в результате анализа статических погрешностей ГГ о том, что на его работу не влияют горизонтальные ускорения. Характер влияния демпфирования такой же, как и в случаях 1 и 2.

4. Получена зависимость $x = f(t)$, когда амплитудное возмущение по оси Oz в 3,33 раза выше, чем в случае 2 — $w_a = 10 \text{ м/с}^2$, а по оси Oy — $w_b = 3 \text{ м/с}^2$. Амплитудные значения устоявшихся вынужденных колебаний в этом случае приблизительно в три раза больше, чем в случае 2. Влияние коэффициента ξ на работу ГГ такое же, как и в случаях 1—3.

5. Анализ графиков функциональной зависимости $x = f(t)$ при $w_a = 10 \text{ м/с}^2$, $w_b = 3 \text{ м/с}^2$ позволяет сделать такие же выводы, как в случае 3.

6. Анализ графиков зависимостей $x = f(t)$ при $w_a = 15 \text{ м/с}^2$, $w_b = 3 \text{ м/с}^2$ позволяет сделать выводы, аналогичные выводам в случае 4. Разница состоит лишь в том, что в данном случае амплитуды вынужденных колебаний ГГ больше в 1,5 раза, чем в случае 3.

7. В результате моделирования уравнения движения ГГ для соотношения частот $2\omega = \omega_0 = 1,25 \text{ с}^{-1}$ получена зависимость $x = f(t)$ для $w_a = w_b = 1 \text{ м/с}^2$. Относительный коэффициент успокоения ξ составляет: 0,15; 0,45; 0,75; 1,0. Установлено, что даже при очень малом демпфировании ($\xi = 0,15$) резонанс ГГ не возникает. В случае увеличения значения ξ ГГ сразу входит в режим устоявшихся вынужденных колебаний, наблюдается уменьшение амплитуды вынужденных колебаний прибора.

8. При $w_a = w_b = 1 \text{ м/с}^2$ и таких же значениях ξ , как в случае 7, видно, что даже при $\xi = 0,15$ резонанс не возникает. При $\xi = 0,45$ прибор сразу входит в устойчивый режим вынужденных колебаний, а с увеличением значения ξ амплитуды вынужденных колебаний ГГ уменьшаются (см. табл. 2).

9. Получены зависимости $x = f(t)$ при $w_a = 3 \text{ м/с}^2$, $w_b = 10 \text{ м/с}^2$. Очевидно, что даже при $\xi = 0,15$ резонанс не возникает. При $\xi = 0,45$ прибор сразу входит в режим устоявшихся вынужденных колебаний, а при увеличении значения ξ амплитуды вынужденных колебаний ГГ уменьшаются. Значения вынужденных амплитудных колебаний приборов незначительно отличаются от соответствующих значений в случае 8.

10. Получена зависимость $x=f(t)$ для $\omega=1,25\text{ с}^{-1}$, $w_a=10\text{ м/с}^2$, $w_b=3\text{ м/с}^2$. Значения вынужденных амплитудных колебаний ГГ приблизительно в три раза выше, чем в случае 8. С увеличением значения ξ амплитуда вынужденных колебаний ГГ уменьшается. Резонанс не возникает даже при малых значениях ξ .

11. Анализ зависимостей для параметров $\omega=1,25\text{ с}^{-1}$, $w_a=3\text{ м/с}^2$, $w_b=15\text{ м/с}^2$ позволяет сделать такие же выводы, как и в случае 9.

12. Исследование зависимостей для $\omega=1,25\text{ с}^{-1}$, $w_a=15\text{ м/с}^2$, $w_b=3\text{ м/с}^2$ приводит к таким же выводам, как в случае 10. Однако при этом амплитуды устоявшихся вынужденных колебаний ГГ приблизительно в 1,5 раза выше, чем в случае 10.

13. Моделированием параметрического уравнения (7) ГГ на ЭВМ при $3\omega=\omega_0=0,83\text{ с}^{-1}$ получены зависимости $x=f(t)$ для $w_a=w_b=1\text{ м/с}^2$ и $\xi=0,15; 0,45; 0,75; 1,0$, из которых видно, что даже при $\xi=0,15$ резонанс не возникает. При увеличении значения ξ ГГ переходит в режим устоявшихся вынужденных колебаний. С увеличением демпфирования наблюдается уменьшение амплитуды устоявшихся вынужденных колебаний прибора.

14. Из полученных зависимостей для $\omega=0,83\text{ с}^{-1}$, $w_a=w_b=3\text{ м/с}^2$ и таких же значений ξ видно, что, как и в случае 13, даже при $\xi=0,15$ резонанс не возникает. При $\xi=0,75$ прибор сразу входит в устойчивый режим вынужденных колебаний. С увеличением значения ξ амплитуды вынужденных колебаний ГГ приблизительно в 3 раза выше, чем амплитуды при соответствующих значениях ξ в случае 13.

15. Получены зависимости $x=f(t)$ при $\omega=0,83\text{ с}^{-1}$, $w_a=3\text{ м/с}^2$, $w_b=10\text{ м/с}^2$, из которых видно, что даже при $\xi=0,15$ резонанс не возникает. При $\xi=0,75$ прибор сразу входит в режим устоявшихся вынужденных колебаний. Амплитудные значения вынужденных колебаний ГГ незначительно отличаются от соответствующих значений в случае 14.

16. Если амплитудное значение возмущения по оси чувствительности приблизительно в три раза выше, чем в случае 14, $w_a=10\text{ м/с}^2$, а по оси Oy предыдущее значение, как в случае 14, $w_b=3\text{ м/с}^2$, $\omega=0,83\text{ с}^{-1}$, то видно, что амплитудные значения устоявшихся вынужденных колебаний ГГ приблизительно в три раза выше, чем в случае 14. С увеличением демпфирования амплитуды вынужденных колебаний ГГ уменьшаются. Резонанс не возникает даже при малых значениях ξ . С увеличением значения ξ прибор сразу входит в режим устоявшихся вынужденных колебаний.

17. Получены зависимости $x=f(t)$ для $\omega=0,83\text{ с}^{-1}$, $w_a=3\text{ м/с}^2$, $w_b=15\text{ м/с}^2$, анализ которых позволяет сделать такие же выводы, как и в случае 15.

18. Из анализа зависимостей $x=f(t)$ при $\omega=0,83\text{ с}^{-1}$, $w_a=15\text{ м/с}^2$, $w_b=3\text{ м/с}^2$ можно сделать выводы, аналогичные выводам в случае 16. Однако в данном случае амплитуды устоявшихся вынужденных колебаний в 1,5 раза выше, чем в случае 16.

19. При $\omega=2, \omega_0=5\text{ с}^{-1}$ получены зависимости $x=f(t)$ для значений $w_a=w_b=1\text{ м/с}^2$ и $\xi=0,15; 0,45; 0,75; 1,0$, из которых видно, что при $\xi=0,15$ ГГ осуществляет сложные колебания, являющиеся результатом составления собственных колебаний прибора с частотой ω_0 и вынужденных колебаний с частотой ω . Вследствие увеличения демпфирования колебания ГГ выравниваются и стремятся к идеальным устоявшимся колебаниям. С возрастанием значения ξ амплитуда устоявшихся вынужденных колебаний ГГ уменьшается. Резонанс не возникает даже при малом демпфировании.

20. Получены зависимости $x=f(t)$, когда $\omega=5\text{ с}^{-1}$, $w_a=w_b=3\text{ м/с}^2$ для таких же значений ξ , как и в случае 19, даже при $\xi=0,15$ резонанс не возникает, ГГ осуществляет биение. При увеличении значения ξ колебания выравниваются и стремятся к идеальным устоявшимся вынужденным колебаниям, амплитуды которых уменьшаются, однако они в три раза выше, чем соответствующие амплитуды в случае 19.

21. Из анализа зависимостей с параметрами $\omega=5\text{ с}^{-1}$, $w_a=3\text{ м/с}^2$, $w_b=10\text{ м/с}^2$ видно, что даже при $\xi=0,15$ резонанс не возникает, однако, как и в предыдущих случаях, есть сложные колебания, которые при увеличении значения ξ выравниваются и стремятся к устоявшимся колебаниям. Амплитудные значения вынужденных колебаний ГГ незначительно отличаются от соответствующих значений в случае 20.

22. Из анализа зависимостей $x=f(t)$ для $\omega=5\text{ с}^{-1}$, $w_a=10\text{ м/с}^2$, $w_b=3\text{ м/с}^2$ видно, что амплитудные значения вынужденных колебаний ГГ приблизительно в три раза выше, чем в случае 20 при соответствующих значениях ξ . С увеличением значения ξ амплитуда вынужденных колебаний прибора уменьшается. Резонанс не возникает даже при малых значениях ξ , однако возникают сложные колебания, которые выравниваются и стремятся к устоявшимся значениям вынужденных колебаний при увеличении значения ξ , начиная с $\xi=0,45$.

23. Найдены зависимости $x=f(t)$ при $\omega=5\text{ с}^{-1}$, $w_a=3\text{ м/с}^2$, $w_b=15\text{ м/с}^2$, анализ которых позволяет сделать выводы, такие же, как и в случае 21.

24. Исследование зависимостей для $\omega=5\text{ с}^{-1}$, $w_a=15\text{ м/с}^2$, $w_b=3\text{ м/с}^2$ дает возможность сделать выводы, аналогичные выводам в случае 22. Однако в данном случае амплитуды устоявшихся вынужденных колебаний ГГ в 1,5 раза выше, чем в случае 22.

25. Получены зависимости $x=f(t)$ для случая, когда $\omega=3, \omega_0=7,5\text{ с}^{-1}$, $w_a=w_b=1\text{ м/с}^2$, $\xi=0,15; 0,45; 0,75; 1,0$, из которых видно, что при $\xi=0,15$ ГГ

осуществляет биение. При увеличении демпфирования колебания ГГ выравниваются и стремятся к устоявшимся колебаниям. С возрастанием значения ξ амплитуда последних уменьшается. Резонанс не возникает даже при $\xi = 0,15$. Амплитуды устоявшихся вынужденных колебаний в этом и следующих случаях при $\omega = 7,5 \text{ с}^{-1}$ в 1,5 раза меньше, чем в случае $\omega = 5 \text{ с}^{-1}$.

26. Анализ зависимостей $x = f(t)$ при $\omega = 7,5 \text{ с}^{-1}$, $w_a = w_b = 3 \text{ м/с}^2$ и таких же значениях ξ , как и в предыдущих случаях, свидетельствует о том, что даже при малом демпфировании резонанс не возникает, ГГ осуществляет биение. При увеличении значения ξ колебания прибора выравниваются и стремятся к идеальным устоявшимся, амплитуды которых с увеличением значения ξ уменьшаются. Однако они приблизительно в три раза больше, чем в случае 25.

27. Из анализа зависимостей $x = f(t)$ при $\omega = 7,5 \text{ с}^{-1}$, $w_a = 3 \text{ м/с}^2$, $w_b = 10 \text{ м/с}^2$ видно, что даже при малом демпфировании резонанс не возникает, однако наблюдаются биения, которые при увеличении значения ξ выравниваются и стремятся к устоявшимся колебаниям. Амплитудные значения вынужденных колебаний ГГ незначительно отличаются от соответствующих значений в случае 26.

28. Анализ зависимости $x = f(t)$ для $\omega = 7,5 \text{ с}^{-1}$, $w_a = 10 \text{ м/с}^2$, $w_b = 3 \text{ м/с}^2$ свидетельствует о том, что амплитудные значения вынужденных колебаний ГГ приблизительно в три раза выше, чем в случае 26 для соответствующих значений ξ . С увеличением коэффициента ξ амплитуда вынужденных колебаний ГГ уменьшается. Резонанс не возникает даже при малых его значениях, однако наблюдаются сложные колебания, которые выравниваются и стремятся к устоявшимся значениям вынужденных колебаний при увеличении значения ξ .

29. Найденны зависимости $x = f(t)$ при $\omega = 7,5 \text{ с}^{-1}$, $w_a = 3 \text{ м/с}^2$, $w_b = 15 \text{ м/с}^2$, анализ которых позволяет сделать такие же выводы, как и в случае 27.

30. Исследование зависимости $x = f(t)$ для $\omega = 7,5 \text{ с}^{-1}$, $w_a = 15 \text{ м/с}^2$, $w_b = 3 \text{ м/с}^2$ позволяет сделать выводы, аналогичные выводам в случае 28. Однако при этом амплитуды устоявшихся вынужденных колебаний ГГ в 1,5 раза выше, чем в случае 28.

Сопоставить изложенные выше сведения помогает табл. 2, в которой представлены результаты цифрового моделирования уравнений движения ГГ на ЭВМ.

Таблица 3. Амплитуды устоявшихся вынужденных колебаний ГГ

$\omega, \text{ с}^{-1}$	$a, \text{ рад}$
0,83	$0,22 \cdot 10^{-7}$
1,25	$0,65 \cdot 10^{-7}$
2,5	$1,88 \cdot 10^{-6}$
5,0	$0,93 \cdot 10^{-6}$
7,5	$4,7 \cdot 10^{-7}$

Сравнив амплитуды устоявшихся вынужденных колебаний ГГ при $\omega = \omega_0$, $3\omega = \omega_0$, $2\omega = \omega_0$, $\omega = 2\omega_0$, $\omega = 3\omega_0$, $\xi = 1$, $w_a = w_b = 1 \text{ м/с}^2$, вычисленные в соответствии с (4) и приведенные в табл. 3, видим, что наибольшие амплитуды устоявшихся вынужденных колебаний ГГ возникают при условии равенства частот собственных колебаний прибора и возмущающего влияния.

Выводы

1. Результаты исследований уравнений движения ГГ на ЭВМ свидетельствуют о том, что одним из наиболее опасных относительно возможности возникновения резонанса есть случай равенства частот возмущающего действия ω и собственных колебаний прибора ω_0 , поскольку при малом демпфировании возможен резонанс прибора. При других соотношениях частот ω и ω_0 ($2\omega = \omega_0$, $\omega = 2\omega_0$) резонанс не возникает даже при очень малом демпфировании и различных соотношениях амплитуд возмущающих ускорений ($w_a = 1, 3, 10$ и 15 и $w_b = 1, 3, 10$ и 15 м/с^2).

Установлено, что при соотношении частот $\omega = 2\omega_0$, $\omega = 3\omega_0$ и малом демпфировании ГГ осуществляет сложные колебания (биение) — следствие составления собственных колебаний с частотой ω_0 и вынужденных колебаний с частотой ω . С увеличением коэффициента ξ при $\omega = \omega_0$ резонанс устраняется уже при $\xi = 0,45$, а при $\omega = 2\omega_0$, $\omega = 3\omega_0$ биение превращается в устоявшиеся колебания, которые происходят с частотой возмущения ω . Рекомендованные значения коэффициента ξ составляют от 0,45 до 0,75 для $\omega = \omega_0$, $\omega = 2\omega_0$, $\omega = 3\omega_0$ и от 0,15 до 0,30 для $2\omega = \omega_0$, $3\omega = \omega_0$.

2. Проведенное исследование влияния амплитуд возмущений по осям Oz и Oy на работу ГГ подтвердило сделанный при изучении погрешностей прибора вывод о том, что горизонтальные перекрестные ускорения не влияют на работу ГГ и амплитуды колебаний прибора прямо пропорциональны возмущающему ускорению по оси чувствительности. Амплитуды вынужденных колебаний прибора наибольшие, когда частоты его собственных колебаний равняются частоте возмущающего влияния. Таким образом, наиболее опасным относительно потери точности является резонансный режим.

3. Цифровое моделирование влияния на ГГ АГС параметров возмущений, а также собственных параметров подтвердило основное преимущество ГГ перед известными гравиметрами — его высочайшую точность (среднее квадратичное значение погрешности составляет 0,01 мгл).

The influence of perturbation parameters and intrinsic parameters on the performance of the gyroscopic gravimeter in the case of the most dangerous resonance modes have been investigated.

1. Безвесільна О. М. Вимірювання гравітаційних прискорень. — Житомир: ЖІТІ, 2002. — 264 с.
2. Безвесильная Е. Н., Коваль А. В., Гура Е. В. Оптимальный фильтр выходного сигнала гравиметра// Электрон. моделирование. — 2011. — 33, № 4. — С. 115—121.

Поступила 18.01.11

БЕЗВЕСИЛЬНАЯ Елена Николаевна, д-р техн. наук, профессор кафедры приборостроения Национального технического университета Украины «Киевский политехнический ин-т». В 1972 г. окончила Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — методы измерения механических величин, гравиметрические системы.

КОВАЛЬ Антон Валерьевич, аспирант кафедры автоматизации и компьютерных технологий Житомирского государственного технологического университета, который окончил в 2008 г. Область научных исследований — гравиметрические системы и гравиметры, математическое моделирование и системы автоматизации.

ГУРА Евгений Викторович, аспирант кафедры приборостроения Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт», который окончил в 2009 г. Область научных исследований — гравиметрия, приборостроение, механика.