

---

УДК 681.322

**А. М. Сергиенко**, канд. техн. наук, **Т. М. Лесик**  
Национальный технический университет Украины «КПИ»  
(Украина, 03056, Киев, пр. Победы, 37,  
тел.: 4549337, E-mail: aser@comsys.kpi.ua)

## Перестраиваемые цифровые фильтры на ПЛИС

Рассмотрены особенности рекурсивных цифровых фильтров с динамически изменяемыми характеристиками, реализованными в программируемых логических интегральных схемах (ПЛИС). Использование фазовых фильтров, эффектов маскирования, кратных задержек, конвейеризации и разделения ресурсов, позволило уменьшить аппаратные затраты и увеличить тактовую частоту фильтров.

Розглянуто особливості рекурсивних цифрових фільтрів з динамічно регульованими характеристиками, які реалізовано у програмованих логічних інтегральних схемах (ПЛИС). Використання фазових фільтрів, ефектів маскуванню, кратних затримок, конвейеризації та розділення ресурсів, зумовило зменшення апаратних витрат і збільшення тактової частоти фільтрів.

*К л ю ч е в ы е с л о в а:* рекурсивный цифровой фильтр, фазовый фильтр, ПЛИС, разделение ресурсов.

В цифровой обработке сигналов и в моделировании на ее основе часто используются рекурсивные цифровые фильтры (РЦФ), требующие быстрой перестройки в процессе работы. Настройка такого фильтра состоит в расчете коэффициентов РЦФ и записи набора коэффициентов в постоянном запоминающем устройстве (ПЗУ) фильтра. Как правило, программа расчета — достаточно сложная и не выполняется на том же оборудовании, что и фильтр, а для хранения таблиц коэффициентов необходимо ПЗУ большого объема.

Перестройка РЦФ, когда один набор коэффициентов заменяется другим, представляет собой переходный процесс, который искажает выходной сигнал пропорционально добротности фильтра и шагу изменения его параметров. При этом, если полюсы фильтра приближаются к окружности единичного радиуса, то возможно его паразитное возбуждение [1, 2].

Применение ПЛИС для реализации РЦФ дает возможность обрабатывать высокочастотные сигналы с быстрой перестройкой параметров фильтра. Но при этом в проект ПЛИС необходимо ввести микроконтроллер

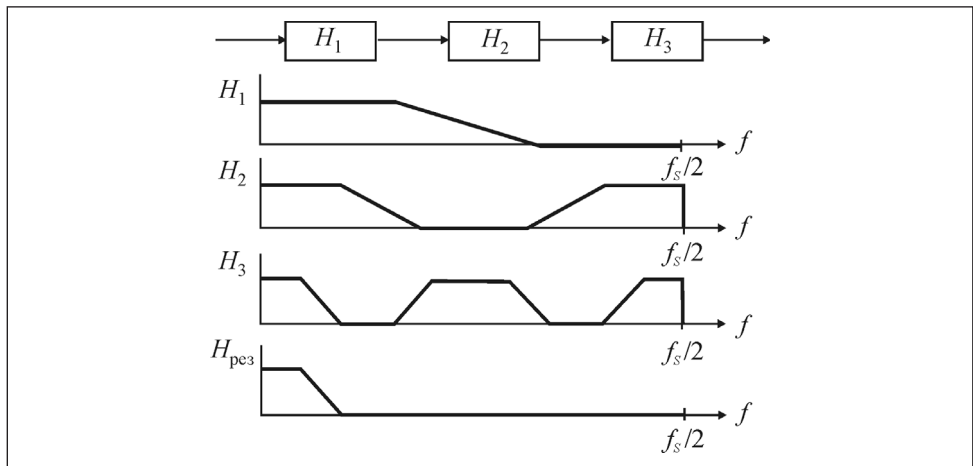


Рис. 1. Пример АЧХ трехступенчатого РЦФ с маскирующими фильтрами

для вычисления коэффициентов фильтра или память большого объема для их хранения, что существенно увеличивает аппаратные затраты.

Предлагается реализация динамически перестраиваемых РЦФ на основе фазовых фильтров с плавной перестройкой параметров при использовании эффектов маскирования частот и фильтров с кратными задержками.

**Маскирующие фильтры.** При последовательном соединении нескольких ступеней фильтров результирующая амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) является пересечением АЧХ этих ступеней. При этом говорят, что АЧХ ступени маскирует АЧХ других ступеней, т.е. такая ступень является маскирующим фильтром (рис. 1). Несмотря на то, что АЧХ ступени фильтра имеет сложную форму (как у  $H_2$  и  $H_3$ ), она может иметь малую вычислительную сложность, однако в результате маскирования, результирующий фильтр при этом имеет высокое качество АЧХ (как у  $H_{рез}$  на рис. 1) [3, 4].

**Фильтры с кратными задержками.** Каждому члену  $z^{-k}$  передаточной характеристики  $H_0(z)$  в сигнальном графе РЦФ соответствует задержка на  $k$  циклов или цепочка  $k$  регистров задержки в результирующей структуре РЦФ. Если в РЦФ число регистров задержки увеличить в  $n$  раз, то получится фильтр с АЧХ:  $H_n(z) = H_0(z^n)$ . АЧХ такого фильтра имеет форму такую же, как у фильтра-прототипа  $H_0(z)$ , но в диапазоне  $0 - f_s$  она повторяется  $n$  раз, где  $f_s$  — частота дискретизации [5]. Для АЧХ, представленных на рис. 1,  $H_1 = H_0(z)$ ,  $H_2 = H_0(z^2)$ ,  $H_3 = H_0(z^4)$ .

**РЦФ на основе фазовых фильтров.** В фазовом фильтре модуль передаточной функции  $H(z)$  равен единице:  $|H(z)| = 1$ . При этом его фазо-частотная характеристика (ФЧХ) на характерных частотах  $f_R$  имеет фазовый сдвиг, равный  $180^\circ$ . Если складываются сигналы от двух фазовых фильт-

ров, выходной сигнал подавляется на частотах, для которых разность фаз равна  $180^\circ$ . Результирующая передаточная функция

$$H_S = (H_1(z) \pm H_2(z)) / 2 \quad (1)$$

соответствует фильтрам низких частот (ФНЧ), высоких частот или полосовому фильтру в зависимости от порядка фазовых фильтров и знака суммирования [6].

Основными свойствами РЦФ на основе фазовых фильтров являются: устойчивость при произвольной разрядности коэффициентов; параметры АЧХ (положение частоты среза, крутизна переходной полосы) прямо зависят от коэффициентов фильтра; высокая линейность АЧХ и ФЧХ в полосе пропускания; высокое быстродействие, т.е. фильтр имеет минимизированную групповую задержку [1, 6].

**Динамически перестраиваемый ФНЧ.** Цифровые фильтры, даже высокого порядка, как правило, имеют ограниченный диапазон изменения ширины полосы пропускания (обычно не более  $(0,05—0,45) f_S$ ). Для получения узкополосных фильтров используют многоступенчатые схемы фильтров с децимацией и интерполяцией или двухшаговый гетеродинный перенос частоты с фильтрацией промежуточных частот [1, 5]. Но комбинация узко- и широкополосных фильтров требует комплексных технических решений.

Для построения ФНЧ, перестраиваемого в широком диапазоне частот, предлагается структура фильтра в виде цепочки ступеней маскирующих фильтров и ступени фильтра-формирователя. При этом маскирующие фильтры выполняют фильтрацию частот с формой АЧХ, свойственной фильтрам-дециматорам, но непосредственно децимацию не выполняют (см. рис. 1,  $H_1, H_2, H_3$ ). Поскольку маскирующие фильтры имеют кратные задержки и реализуется эффект маскирования, результирующая АЧХ  $H_{рез}$  получается такой, как на рис. 1 [7]. Передаточная функция одной (первой) ступени маскирующего фильтра имеет вид

$$H_S(z) = 0,5z^{-1} + 0,5 \frac{a+b(1+a)z^{-1} + z^{-2}}{1+b(1+a)z^{-1} + az^{-2}}, \quad (2)$$

где первое и второе слагаемое представляют  $H_1(z)$  и  $H_2(z)$  в (1);  $b = \cos(2\pi f_R)$  — регулятор частоты среза  $f_R$ ;  $a = (1-t)/(1+t)$  — ширина переходной полосы  $\Delta f$ ;  $t = \text{tg}(\pi \Delta f)$  [6]. Таким образом, изменяя значение  $b$  в (2), можно регулировать полосу среза в пределах  $(0,1—0,4) f_S$  с подавлением в полосе задержания до 50 дБ.

Для регулирования частоты среза в широких пределах строится цепочка ступеней маскирующих фильтров. Каждая последующая ступень

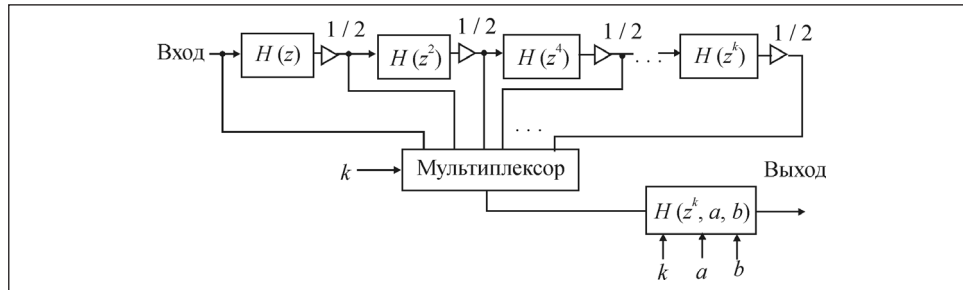


Рис. 2. Структурная схема ФНЧ с регулируемыми параметрами

имеет удвоенное число регистров задержек относительно предыдущей. При этом все ступени имеют одинаковые наборы фиксированных коэффициентов, соответствующие АЧХ полуполосного фильтра-дециматора [5]. ФНЧ с регулируемым значением частоты среза получается, если цепочку маскирующих фильтров дополнить формирующей ступенью с переменными коэффициентами  $a$  и  $b$ .

Аналогично можно построить фильтр верхних частот. С учетом того, что у фазового фильтра АЧХ в полосе пропускания строго равна единице, а ФЧХ — линейная, достаточно качественный фильтр верхних частот получается вычитанием выходного сигнала ФНЧ из входного сигнала.

На рис. 2 показана структура фильтра из  $k$  ступеней маскирующих фильтров, формирующей ступени и мультиплексора, который выбирает результаты отдельных ступеней на выход формирующей ступени в зависимости от диапазона  $k$  регулируемых частот. Следует заметить, что все ступени фильтра выполняются по одному алгоритму, но с различными коэффициентами  $a$ ,  $b$  и числом  $k$  регистров задержки.

**Пример реализации динамически перестраиваемого ФНЧ.** Для реализации динамически перестраиваемого ФНЧ высокого качества выбрана схема фильтра, представленная на рис. 2. Для получения уровня подавления более 80 дБ и крутизны до 100 дБ/октава во всем диапазоне частот каждая высокочастотная ступень фильтра должна состоять из двух ступеней, реализующих передаточную функцию  $5k$ -го порядка:

$$H(z^k) = z^{-2k} + \frac{a+b(1+a)z^{-k} + z^{-2k}}{1+b(1+a)z^{-k} + az^{-2k}} \frac{c+z^{-k}}{1+cz^{-k}}.$$

Здесь  $c$  — коэффициент управления равномерностью АЧХ, незначительно влияющий на значение полосы среза и уровень подавления. Приближенное значение частоты среза и крутизны фильтра определяется аналогично (2).

При включении только формирующего фильтра (см. рис. 2) частота среза регулируется в пределах  $(0,125—0,4) f_s$ , при добавлении одной ступени маскирующего фильтра — в пределах  $(0,0625—0,125) f_s$ , а при включении всех трех ступеней маскирующих фильтров — в пределах  $(0,015—0,031) f_s$ . При добавлении новых ступеней нижняя частота диапазона регулирования приближается к нулю. Так, для регулирования частоты среза в диапазоне от 20 Гц до 20 кГц требуется до восьми ступеней маскирующих фильтров.

Синтез структуры фильтра выполняется с использованием метода отображения периодических алгоритмов, представленных графом синхронных потоков данных, в конвейерный вычислитель, реализованный в ПЛИС. Метод заключается в размещении графа алгоритма в многомерном индексном пространстве и отображении его в подпространства структур и времени. Ограничения на процесс отображения позволяют минимизировать в ПЛИС как тактовый интервал, так и аппаратные затраты, включая мультиплексоры [8, 9].

Синтезированный фильтр имеет три блока умножения на коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , которые разделяются во времени между восемью ступенями фильтра. При этом структура фильтра работает с периодом восемь тактов с высокой степенью конвейеризации и следовательно, с высокой тактовой частотой.

Для аппроксимации функции косинуса коэффициента  $b$  на интервале  $(0,125—0,4) f_s$ , а также незначительной коррекции  $a$  и  $c$  в структуру фильтра введен блок калькулятора коэффициентов. Частота среза фильтра задается 12-тиразрядным кодом, три старшие разряда которого управляют мультиплексором (см. рис. 2), а остальные — точной настройкой  $f_s$ . Новая частота среза устанавливается сразу после записи кода частоты и начинает действовать после соответствующего переходного процесса. Поскольку природа фазового фильтра не допускает его возбуждения, при всех возможных комбинациях кодов частоты и входных данных фильтр работает стабильно.

На рис. 3 показаны АЧХ спроектированного фильтра в зависимости от кода частоты среза, которые свидетельствуют о его высоком качестве. АЧХ получены моделированием фильтров по методике, описанной в работе [10], с использованием испытательного стенда. Как видно из рис. 3, фильтр имеет высокий уровень подавления и узкую переходную полосу при различных настройках. Следует заметить, что неравномерность в полосе пропускания составляет не более  $-0,23$  дБ.

Характеристики фильтра, реализованного в ПЛИС Xilinx, представлены в таблице. Аппаратные затраты фильтра измеряются числом эквива-

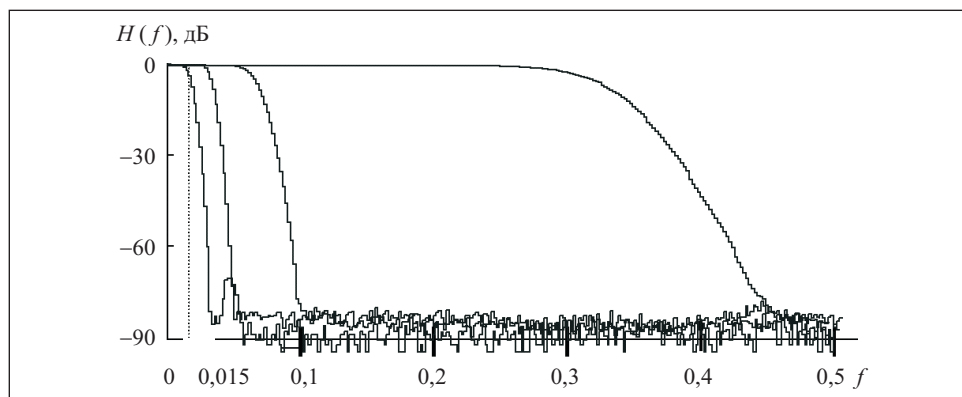


Рис. 3. АЧХ фильтра при различных значениях кода частоты среза

лентных конфигурируемых логических блоков (ЭКЛБ, CLB Slices) и числом блоков умножения DSP48. Тактовая частота достигает 280 МГц в ПЛИС Xilinx Virtex-5, т.е. фильтр может обрабатывать сигналы с частотой дискретизации до 35 МГц.

Модуль данного ФНЧ, описанный на языке VHDL, размещен на сайте открытых вычислительных модулей [11] и может быть использован в различных проектах.

**Динамически перестраиваемый полосовой фильтр.** В работе [6] представлен полосовой фильтр второго порядка на основе фазового фильтра, в котором независимо регулируются как частота пика пропускания, так и его ширина. Рассмотрим пример использования такого фильтра для построения более сложного полосового фильтра также на основе эффектов маскирования частот и фильтров с кратными задержками.

#### Параметры фильтра при реализации в ПЛИС Xilinx Virtex

| Проект фильтра                          | ФНЧ       |           | Полосовой фильтр |           | Биквадратный РЦФ |           |
|---|-----------|-----------|------------------|-----------|------------------|-----------|
|   | XC3 S200A | XC5 VLX30 | XC3 S200A        | XC5 VLX30 | XC3 S200A        | XC5 VLX30 |
| Микросхема ПЛИС                         |           |           |                  |           |                  |           |
| Аппаратные затраты                      |           |           |                  |           |                  |           |
| ЭКЛБ                                    | 616       | 339       | 275              | 138       | 282              | 102       |
| DSP48                                   | 3         | 3         | 3                | 3         | 5                | 5         |
| Максимальная тактовая частота, МГц      | 161       | 280       | 118              | 245       | 85               | 178       |
| Максимальная частота дискретизации, МГц | 20        | 35        | 59               | 122       | 85               | 178       |

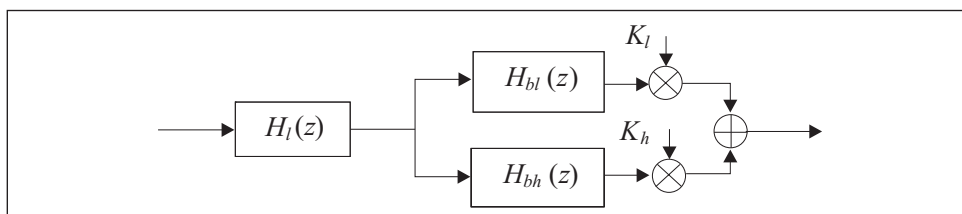


Рис. 4. Структурная схема полосового фильтра

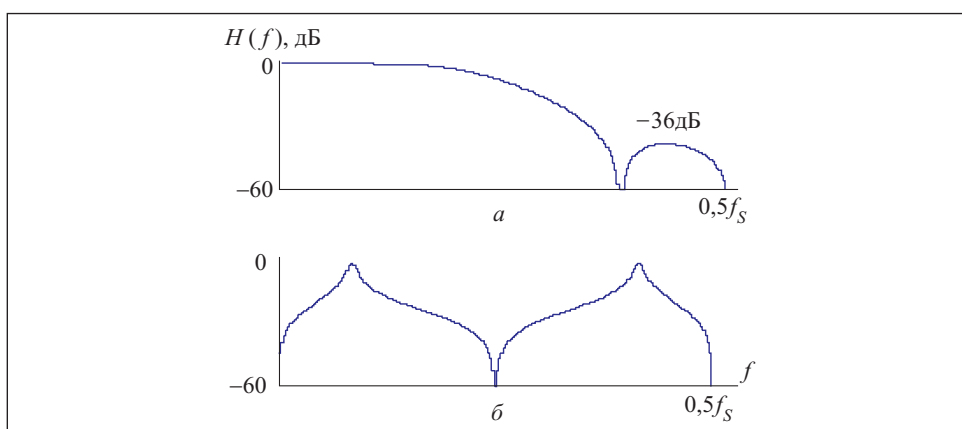


Рис. 5. АЧХ фильтра  $H_l(z)$  (а) и фильтров  $H_{bl}(z)$  и  $H_{bh}(z)$  (б)

Для выделения сигнала с выхода ультразвукового датчика на фоне шумов необходима его фильтрация полосовым фильтром. При этом целесообразно, чтобы фильтр усиливал сигнал на границах АЧХ датчика, т.е. чтобы он отбеливал спектр сигнала. Поэтому АЧХ фильтра должна быть двугорбой, чтобы результирующая АЧХ датчика и фильтра имела форму, приближающуюся к прямоугольной. Кроме того, поскольку высокие частоты сигнала затухают интенсивнее, чем низкие, пики АЧХ должны иметь регулируемую высоту. Такой фильтр должен быть перестраиваемым в зависимости от применяемого датчика и условий его использования.

На рис. 4 представлена структурная схема полосового фильтра, на которой  $H_l(z)$  — передаточная функция фильтра нижних частот (2);  $H_{bl}(z)$  и  $H_{bh}(z)$  — передаточные функции полосовых фильтров, равные

$$0,5 + 0,5 \frac{a + b(1+a)z^{-2} + z^{-4}}{1 + a(1+b)z^{-1} + az^{-4}},$$

где  $a$  и  $b$  имеют то же значение, что и в формуле (2), причем  $a$  задает ширину полосы пропускания;  $K_l, K_h$  — коэффициенты усиления двух каналов полосовых фильтров.

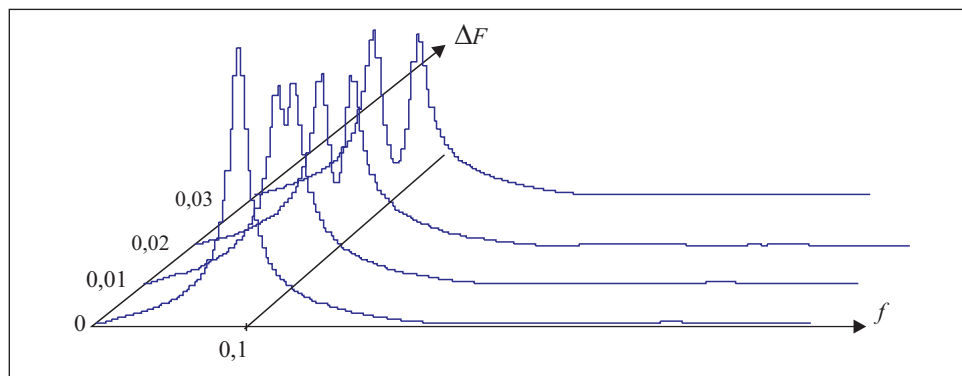


Рис. 6. АЧХ фильтра  $H_l(z)$  (см. рис. 4) при различных частотах полосы пропускания

На рис. 5, *a* представлена АЧХ передаточной функции  $H_{bl}(z)$  при  $a = 9/32$ ,  $b = -1/4$ , а на рис 5, *б* — АЧХ передаточной функции  $H_{bl}(z)$ .

На рис. 6 показаны результирующие АЧХ при центральной частоте полосы пропускания, равной  $0,1 f_s$ , ширине полосы пропускания  $0,01 f_s$  и различном расстоянии  $\Delta F$  между пиками АЧХ. Этот фильтр спроектирован по методике, описанной в работе [9], и выполняет вычисления с периодом два такта.

Характеристики этого фильтра представлены в таблице. На его основе можно строить более сложные фильтры, такие как фильтр эквалайзера. Например, была разработана многоканальная аппаратная модель распространения поперечных ультразвуковых волн, каждый из каналов которой построен на полосовом фильтре, имеющем различные задержку и затухание, зависящие от частоты.

**Сравнение фильтров.** Для сравнения в таблице представлены параметры общеизвестной схемы биквадратного РЦФ второго порядка, VHDL-модель которого предложена в работе [11]. Его можно использовать как динамически перестраиваемый фильтр, поскольку пять его коэффициентов программируются через специальный интерфейс. Структура этого фильтра получена единичным отображением сигнального графа биквадратного РЦФ [1, 2].

Сравнительно низкая тактовая частота биквадратного РЦФ определяется длиной критического пути, в который входит сумматор и умножитель. В предлагаемых фильтрах умножители и сумматоры — конвейеризованные, что минимизирует критический путь и приводит к увеличению тактовой частоты. Это достигнуто в результате того, что структуры фильтров вычисляют несколько ступеней фильтра одновременно [8].



Для получения таких характеристик, как у ФНЧ, необходимо соединить более десятка ступеней биквадратного РЦФ, а для получения таких характеристик, как у полосового фильтра, — не менее трех ступеней. Следовательно, у предложенных фильтров аппаратные затраты, измеряемые числом ЭКЛБ, приходящимся на 1 МГц частоты дискретизации, меньше, по крайней мере, в 1,0—2,2 раза, а для умножителей — это отношение меньше в 3,3—10 раз.

Основное преимущество предложенных фильтров заключается в том, что для их динамической перестройки необходимо изменять минимальное число коэффициентов, которых значительно меньше, чем в схеме на основе биквадратного РЦФ.

**Вывод.** Использование фазовых рекурсивных фильтров, эффектов маскирования частот и фильтров с кратными задержками дает возможность проектировать динамически перестраиваемые РЦФ с высокими характеристиками. Синтез структуры РЦФ выполняется с использованием метода отображения периодических алгоритмов, представленных графом синхронных потоков данных, в конвейерный вычислитель. Такие фильтры эффективно реализуются в ПЛИС, где они имеют малые аппаратные затраты и высокое быстродействие в результате конвейерной обработки и разделения ресурсов во времени. Они могут быть также эффективно реализованы программно.

The paper deals with peculiarities of recursive digital filters with dynamically tunable characteristics configured in the field programmable gate arrays. The use of all phase filters, masking effects, multiple delays, pipelining and resource sharing allows us to decrease the hardware volume and to increase the clock rate of the filters.

1. *Оппенгейм А. В., Шафер Р. В.* Цифровая обработка сигналов. — М.: Связь, 1979. — 416 с.
2. *Уидроу Б., Стурнз С.* Адаптивная обработка сигналов. — М.: Радио и связь, 1989. — 440 с.
3. *Lim Y. C., Lian Y.* Frequency-response masking approach for digital filter design: Complexity reduction via masking filter factorization // *IEEE Trans. Circuits Syst. II: Analog and Digital Signal Processing.* — 1994. — **41**. — № 4. — P. 518—525.
4. *Lu W.-S., Hinamoto T.* Optimal Design of Frequency-Response-Masking Filters Using Semidefinite Programming // *IEEE Trans. Circuits Syst. I — Fundamental theory and applications.* — 2003. — **41**. — № 4. — P. 557—568.
5. *Гольденберг Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н.* Цифровая обработка сигналов: Справочник. — М.: Радио и связь, 1985. — 312 с.
6. *Regalia P. A., Mitra S. K., Vaidyanathan P. P.* The Digital All-Pass Filter: A Versatile Signal Processing Building Block // *Proc. IEEE.* — 1988. — **76**, № 1. — P. 19—37.
7. *Chung J. G., Kim H., Parhi K. K.* Pipelined Lattice WDF Design for Wideband Filters // *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing.* — 1995. — **42**, № 9. — P. 616—618.

8. Сергиенко А. М. Методика проектирования цифровых фильтров с помощью VHDL// Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. праць ІПМЕ НАН України. — 2002. — 12. — С. 99—107.
9. Сергиенко А. М., Симоненко В. П. Отображение периодических алгоритмов в программируемые логические интегральные схемы // Электрон. моделирование. — 2007. — 29, № 2. — С. 49—61.
10. Testbench for the filter testing. [http://kanyevsky.kpi.ua/usefulcores\\_VHDLlab.html](http://kanyevsky.kpi.ua/usefulcores_VHDLlab.html)
11. OpenCores project site. — <http://opencores.org>

Поступила 19.07.10

*СЕРГИЕНКО Анатолий Михайлович, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. кафедры вычислительной техники Национального технического университета Украины «КПИ», который окончил в 1981 г. Область научных исследований — отображение алгоритмов в структуры вычислительных средств, цифровая обработка сигналов.*

*ЛЕСИК Татьяна Милетиевна, инженер кафедры вычислительной техники Национального технического университета Украины «КПИ». В 1982 г. окончила Киевский ин-т народного хозяйства. Область научных исследований — алгоритмы и вычислительные устройства для фильтрации данных.*