УДК 532.517.4

Долинский А.А., Мартыненко М.П., Басок Б.И., Чайка А.И.

Ин-т технической теплофизики НАН Украины

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПУЛЬСАЦИОННОМ ЭКСТРАКТОРЕ

Розглянуто комп'ютерну кінцево елементну модель розрахунку гідродинаміки в пульсаційному екстракторі. Наведено поля векторів швидкості в різні моменти часу. Проаналізовано результати проведеного числового розрахунку.

Рассмотрена компьютерная конечно-элементная модель расчета гидродинамики в пульсационном экстракторе. Представлены поля векторов скорости в различные моменты времени. Обсуждены результаты проведенного численного исследования.

The computer finite-element model of hydrodynamic calculation at pulse extractor is considered. Fields of magnitude velocity at different time moment are presented. The results of relevant numerical data are discussed.

A – амплитуда колебаний скорости;
C – константы;
D – диаметр реактора рабочей емкости;
d – диаметр трубы;
G_k – генерация турбулентной кинетической энергии обусловленная градиентом средней скорости;
h – глубина погружения трубы пульсатора;
k – кинетическая энергия турбулентности;
L – высота реактора рабочей емкости;
u – продольная составляющая скорости;
Pr – число Прандтля;
p – статическое давление;
r – радиальная координата;
t – время;
v – скорость;
x – осевая координата;
y – безразмерное расстояние по нормали стенки;
α – обратное число Прандтля;
β – коэффициент термического расширения;
ε – скорость диссипации;
η – скорость деформации;
μ – коэффициент эффективной вязкости;
ρ – плотность;
τ – касательное напряжение;
υ – радиальная составляющая скорости;
Ω_{ij} – тензор скорости деформации;
ω – амплитуда колебаний средней скорости.

Индексы:

k – обусловленное кинетической энергией турбулентности;
max – максимальное;
min – минимальное;
mol – молекулярная;
p – относится к ближайшему к стенке узлу;
t – турбулентная;
w – стенка;
ε – обусловленное диссипативным масштабом;
0 – начальная;
a – аксиальное значение,
c – срез.

Сокращения:

РНГ – ренормгрупповая;
МНР – модель напряжений Рейнольдса.

1. Введение

Экстрагирование компонентов из твердого тела широко распространено в химической, фармацевтической и других отраслях промышленности. В ИТТФ НАН Украины разработан комплекс высокоэффективного коэффективного оборудования для экстрагирования из растительного сырья [1]. Моделированию работы таких устройств посвящены работы [2-4], в частности, в [2] представлена математическая модель, позволяющая рассчитать оптимальные геометрические размеры камеры пульсатора. Численному моделированию нестационарных процессов турбулентного переноса при пульсационном воздействии, применительно к обработке металлов, посвящена глава в [4], где приведен расчет гидродинамики и тепломассообмена затвердевающего слитка на основе стандартной k-ε модели турбулентности. Апробация современных моделей турбулентности, таких как стандартная k-ε модель, РНГ модель и МНР в задаче истечения среды в осесимметричный тупик была проведена в [5], где было показано, что оптимальной моделью для расчета аппаратов подобной геометрии является РНГ модель турбулентности.

Целью настоящей работы является исследование гидродинамики в реакторе пневмопульсационного перемешивающего устройства камерного типа при помощи РНГ модели турбулентности и определение оптимальной глубины погружения трубы пульсатора в реактор и технологических режимов его работы.

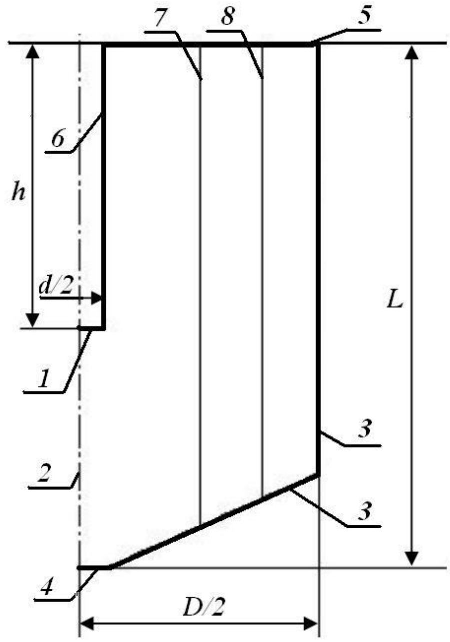


Рис. 1. Схема расчетной области пневмопульсационного устройства камерного типа: 1 – вход; 2 – ось симметрии; 3, 4 – стенка реактора; 5 – выход; 6 – стенка трубы; 7, 8 – сечения на расстоянии 0,5r и 0,75r, в которых исследовались параметры.

2. Постановка задачи и метод решения

2.1. Постановка задачи

Исследовалось истечение струи в наполненный водой реактор. Схема расчетной области представлена на рис. 1. Реактор рабочей емкости выполнен в виде цилиндра высотой L и диаметром D, нижнее основание которого имеет форму конуса. Сверху в рабочей области установлена труба пульсатора диаметром d с глубиной погружения h. Предполагается, что среда из камеры пульсатора выходит со скоростью u_c. В нижнем основании конуса возможно подключение второй трубы нижнего пульсатора.

Граничные условия следующие. На входе *1* предполагается, что профиль продольной скорости равномерный и изменяется во времени по гармоническому закону: $u_c = A \sin \omega t$, где A = 4 м/с амплитуда колебаний скорости, ω = 0,4 1/с – их частота. Кинетическая энергия турбулентности принимается равной 1 м^2/с. На оси симметрии 2 при определении значений частных производных принималось, что их величина равна величине в соседней ячейке. На стенках 3, 4 и 6 полагалось, что они абсолютно гладкие, нормальная компонента скорости равна нулю, а касательное напряжение вычислялось по логарифмическому закону справедливому для развитого турбулентного режима течения:

$$\tau_w = \frac{u_p C_\mu^{1/4} k^{3/2}}{\rho \ln\left(\frac{E C_\mu^{1/4} k^{1/2} y_p}{\mu}\right)}, \tag{1}$$

где константа E = 9 для плоской стенки.

На выходе *5* предполагается, что профиль продольной скорости равномерный и изменяется во времени по гармоническому закону вида: $u^*_c = A^* \sin \omega t$, где u^* и A^* определены, исходя из баланса массы.

2.2. РНГ модель турбулентности

Основные положения РНГ модели получены из ренормализационно-группового анализа турбулентности, который позволяет унифицировать модель для различных типов течения [6]. Система дифференциальных уравнений осредненного турбулентного движения несжимаемой жидкости в двумерном осесимметричном случае имеет вид:

Аксиальное уравнение количества движения:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left(r\rho u^2\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho\upsilon u\right)=$$
$$=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left[r\mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{2}{3}\left(\nabla\cdot\vec{\upsilon}\right)\right)\right]+ \qquad (2)$$
$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\mu\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial\upsilon}{\partial x}\right)\right].$$

Радиальное уравнение количества движения

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\upsilon)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left(r\rho u\upsilon\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho\upsilon^2\right)=$$
$$=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left[r\mu\left(\frac{\partial\upsilon}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial r}\right)\right]+$$
$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\mu\left(2\frac{\partial\upsilon}{\partial r}-\frac{2}{3}\left(\nabla\cdot\vec{\upsilon}\right)\right)\right]- \qquad (3)$$
$$-2\mu\frac{\upsilon}{r^2}+\frac{2}{3}\frac{\mu}{r}\left(\nabla\cdot\vec{\upsilon}\right),$$

где

$$\nabla\cdot\vec{\upsilon}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial\upsilon}{\partial r}+\frac{\upsilon}{r}.$$

Уравнение неразрывности в осесимметричной постановке:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial r}(\rho\upsilon)+\frac{\rho\upsilon}{r}=0. \qquad (4)$$

Модель турбулентности следующая. Уравнение для кинетической энергии турбулентности:

$$\rho\frac{\partial k}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\rho r\upsilon k\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho r u k\right)=$$
$$=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\alpha_k\mu\frac{\partial k}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\alpha_k\mu}{r}\frac{\partial k}{\partial x}\right)+G_k-\rho\varepsilon, \qquad (5)$$

а уравнение для скорости диссипации:

$$\rho\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\rho r\upsilon\varepsilon\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho r u\varepsilon\right)=$$
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\alpha_\varepsilon\mu\frac{\partial\varepsilon}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\alpha_\varepsilon\mu}{r}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\right)+ \qquad (6)$$
$$+\left(C_{1\varepsilon}\varepsilon G_{\mathrm{k}}-C_{2\varepsilon}\rho\varepsilon^2\right)\frac{1}{k}-R.$$

Входящие сюда модельные константы принимают следующие значения: $C_{1\varepsilon}$ = 1,42; $C_{2\varepsilon}$ = 1,68. Слагаемое R в уравнении для диссипативного масштаба отличает ренормгрупповую модель от стандартной k-ε, причем согласно [7]

$$R=\frac{C_\mu\rho\eta^3\left(1-\eta/\eta_0\right)}{1+\beta\eta^3}\frac{\varepsilon^2}{k}, \qquad (7)$$

где $\eta=\frac{k}{\varepsilon}\sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ η_0 = 4,38, β = 0,012,

$$\Omega_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i}+\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right).$$

В отличие от стандартной k-ε модели турбулентная вязкость определяется из дифференциального уравнения, полученного при помощи процедуры исключения высокочастотных флуктуаций величин по теории ренормгрупп:

$$d\left(\frac{\rho^{1/2}k}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\right)=1,72\frac{v}{\sqrt{v^3-1+C_v}}dv, \qquad (8)$$

где $v=\frac{\mu}{\mu_{\mathrm{mol}}}$, а $C_v \approx 100$.

Уравнение (8) обобщает описание зависимости переноса эффективной турбулентности от эффективного числа Рейнольдса (или вихревого масштаба). Поэтому эта модель лучше описывает течения с низкими числами Рейнольдса и пристенные области.

При высоких числах Рейнольдса уравнение (8) принимает вид

$$\mu_t=\rho C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon}, \qquad (9)$$

где C_μ = 0,0845 определена из теории ренормгрупп [8].

Обратные эффективные числа Прандтля $\alpha_k = 1/\mathrm{Pr}_k$ и $\alpha_\varepsilon = 1/\mathrm{Pr}_\varepsilon$ рассчитываются по следующей формуле, выведенной аналитически в теории ренормгрупп:

$$\left|\frac{\alpha-1,3929}{\alpha_0-1,3929}\right|^{0,6321}\left|\frac{\alpha+2,3929}{\alpha_0+2,3929}\right|^{0,3679}=\frac{\mu_{\mathrm{mol}}}{\mu}. \qquad (10)$$

где α_0 = 1,0. При приближении к высоким числам Рейнольдса ($\mu_{\mathrm{mol}}/\mu \ll 1$) и $\alpha_k = \alpha_\varepsilon \approx 1,393$.

2.3. Численная модель и расчетная процедура

Для нахождения численного решения использовался метод конечных объемов [9]. Линеаризация проводилась по неявной схеме. Перед расчетом была исследована независимость решения от размеров расчетной сетки. Решение нелинейной системы уравнений находили с помощью последовательных итераций для соответствующей линеаризованной системы. Итерации прекращали, когда выполнялось условие сходимости

$$\frac{\Phi^{n+1}-\Phi^n}{\Phi^{n+1}_{\max}-\Phi^{n+1}_{\min}}\le 0,00001, \qquad (11)$$

где Ф – каждая из переменных k, ε, u, υ или P, а n – номер итерации. Указанное условие обеспечивает точность, близкую к ошибкам округления.

3. Результаты численного решения

Рассматриваемый колебательный процесс нестационарный и циклически повторяющийся. На рис. 2. представлены профили средней скорости по радиусу реактора в зависимости от времени. Как видно, момент выхода на установившийся циклически повторяющийся режим соответствует t = 2,1 с. Поэтому представленные ниже результаты приведены к седьмому периоду от начала работы.

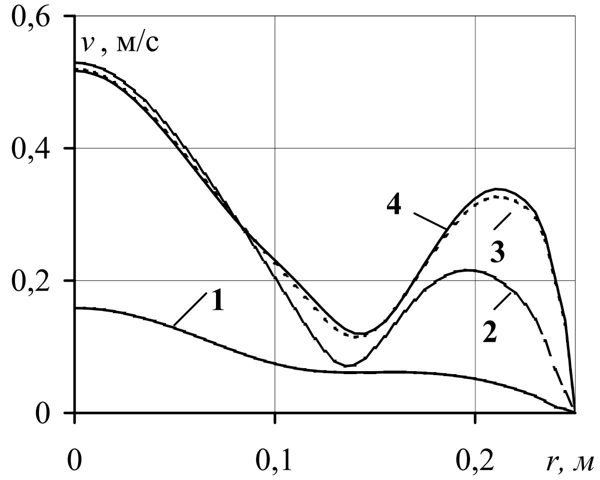


Рис. 2. Зависимость средней скорости от радиуса в сечении близком ко дну тупика для различных моментов времени. 1 – t = 0,5 с; 2 –1,3; 3 –2,1; 4 –2,9.

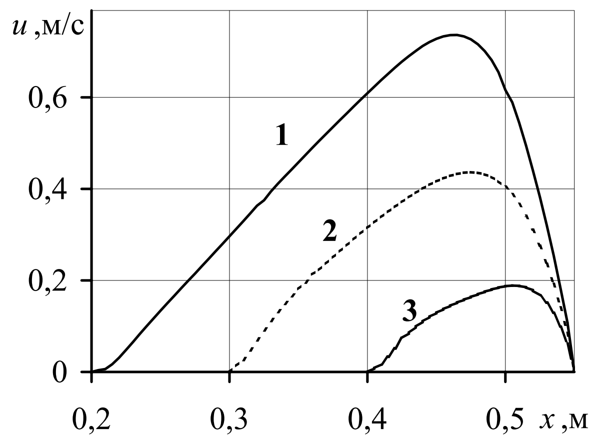


Рис. 3. Зависимость продольной скорости на оси от координаты для различных глубин погружения: 1 – h = 0,2 м; 2 – 0,3; 3 –0,4.

Анализ динамических характеристик работы аппарата начнем с осевой скорости. На рис. 3 представлена зависимость продольной скорости на оси от координаты для различных глубин погружения: 0,2 м; 0,3 м; 0,4 м. Как видно струя достигает дна тупика во всех трех случаях. Однако максимальная скорость в ядре струи реализуется при глубине погружения равной 0,2 м. Угол раскрытия струи составляет 8...12 °, поэтому необходимо исследовать, что происходит в остальной области реактора. Зависимость продольной скорости от координаты для сечений, составляющих 0,5 и 0,25 радиуса представлены на рис. 4а, б. Максимальная продольная скорость в обоих случаях

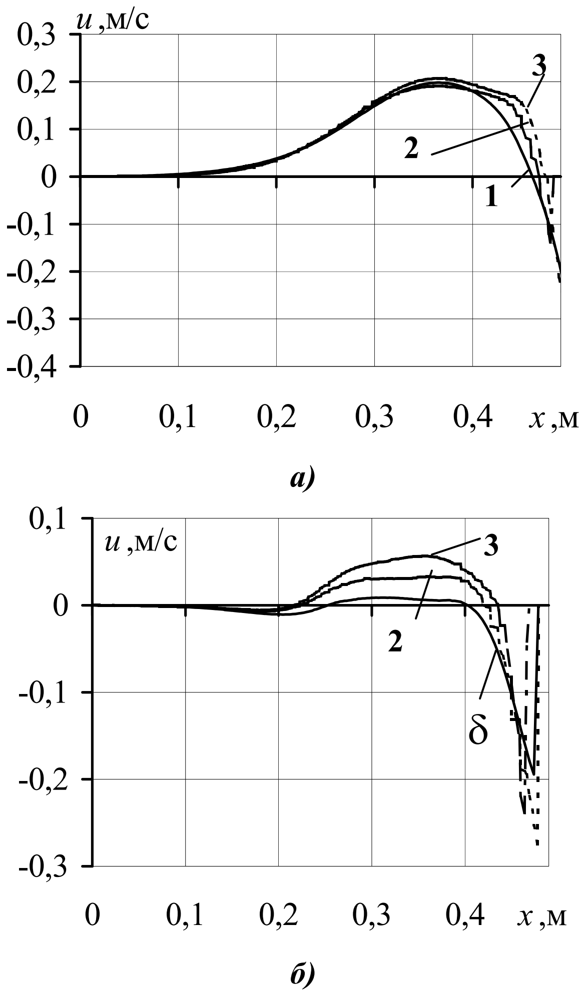
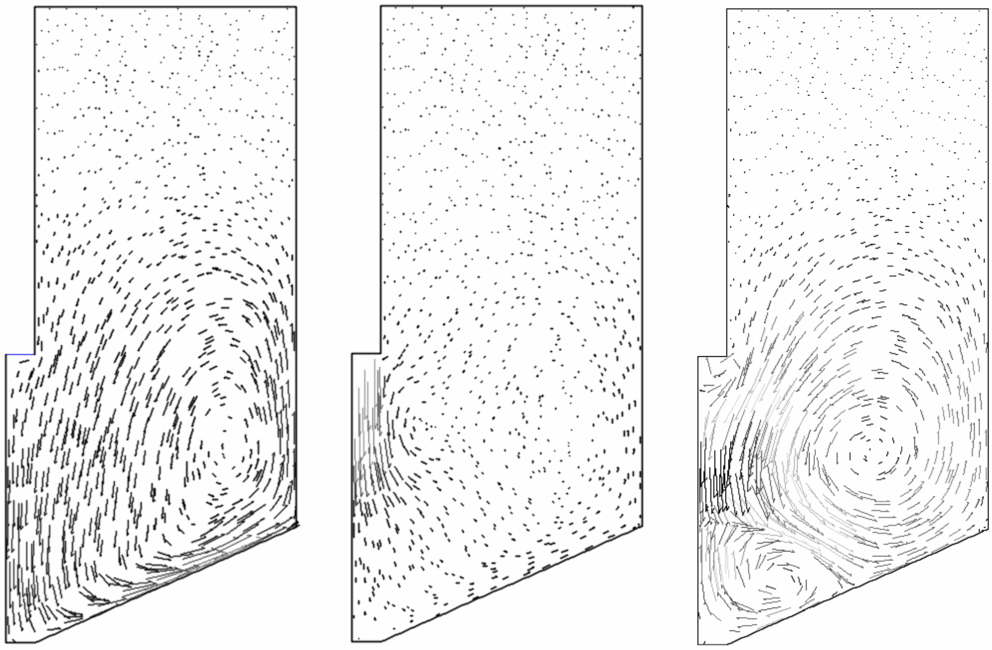


Рис. 4. Зависимость продольной скорости от координаты для сечений, составляющих: а – 0,5 радиуса, б – 0,25. 1 – h = 0,2 м; 2 –0,3; 3 – 0,4.



а) б) в)

Рис. 5. Поля векторов скорости: а - при работе одной камеры пульсатора в момент времени t = 2,8 с; б - при работе одной камеры пульсатора в момент времени t = 2,9 с; в - при синхронной работе двух камер пульсатора в момент времени t = 2,9 с.

достигается при глубине погружения 0,4 м. Причем верхние слои, выше среза трубы, практически не захватываются для всех трех случаев. Этот недостаток, по-видимому, необходимо исключать иными технологическими решениями, например, сделать отверстия в трубе так, чтобы захватывались и эти участки. Оптимальная глубина погружения трубы составляет 0,3 м, в этом случае будет более равномерное распределение скоростей, между областью струи и остальным объемом перемешиваемой среды, а следовательно, и более равномерное перемешивание объема в реакторе.

Более отчетливо кинематика процесса выявляется при рассмотрении полей векторов скорости. На рис. 5а представлены поля векторов скорости в момент, соответствующий концу седьмого периода. Как видно в центре камеры образуется мощный тороидальный вихрь, который практически гасится к концу первой четверти периода (рис. 5б) струей жидкости вытекающей из трубы. Далее наступает полупериод всасывания, в конце которого в емкости также образуется тороидальный вихрь. Очевидно, что эффекту перемешивания в реакторе способствует создание подобных вихрей.

При подключении второй камеры пульсатора в области 4 (рис. 1) в асинхронном режиме, т.е. когда с одной стороны наступает период всасывания, а с другой период выталкивания среды, кинематическая картина процесса аналогична с описанной выше. Принципиально отличается картина процесса при синхронной работе обеих камер. В этом случае образуется два вихря рис. 5 в, ими охвачена большая область и, соответственно, достигается более эффективное перемешивание.

Выводы

В результате исследования гидродинамики в реакторе пневмопульсационного перемешивающего устройства камерного типа при помощи РНГ модели турбулентности были выявлены оптимальные характеристики аппарата. Для правильной организации перемешивания в рассмотренном пневмопульсационном аппарате глубина погружения трубы пульсатора в реактор должна составлять 0,3 м. Эффективно подключение второй камеры пульсатора с организацией синхронного режима работы обеих камер.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чайка А.И., Мартыненко М.П.* Экстракция из растительного сырья при пульсациях среды. // Труды 1-й межд. науч.- практ. конф. “Современные энергосберегающие тепловые технологии”.– Москва.– 2002.– Т. 3.– С. 242-246.
2. *Иваницкий Г.К., Корчинский А.А., Матюшкин М.В.* Математическое моделирование процессов в пульсационном диспергаторе ударного типа// Пром. теплотехника.– 2003.– Т. 25.– № 1.
3. *Накорчевский А.И., Басок Б.И., Чайка А.И.* Пульсаторы с переменной геометрией рабочего объема и влияние обрабатываемых композитов на динамические характеристики пульсаторов// Инж. Физ. Журн.– 1998.– 71.– № 5.– С.775-783.
4. *Накорчевский А.И., Басок Б.И.* Гидродинамика и тепломассоперенос в гетерогенных системах и пульсирующих потоках.– Киев: Наукова думка, 2001.– 348 с.
5. *Мартыненко М.П.* Моделирование истечения потока в осесимметричный тупик// Пром. теплотехника.– 2004.- Т. 26.– № 3.– С. 32-37.
6. *А.А. Авраменко, Б.И. Басок, А.В. Кузнецов.* Групповые методы в теплофизике.– Киев: Наукова думка.– 2003.– 484 с.
7. *Yakhot V, Orszag S.A., Thangam S., Gatski T.B., Speziale C.G.* Development of turbulence models for shear flows by double expansion technique// Phys. Fluids A.– 1992.– 4.– N 7.– P.1510-1520.
8. *Yakhot V, Orszag S.A.* Renormalization-group analysis of turbulence. I. Basic theory//J.Sci. Comp.1986.– 1.– N 1.– P. 3-51.
9. *К. Флетчер.* Численные методы на основе метода Галеркина.– М.: «Мир», 1988.– 352 с.

Получено 16.09.2004 г.

УДК 532.5:536.24

Авраменко А.А.[1], Басок Б.И.[1], Кузнецов А.В.[2]

[1] *Ин-т технической теплофизики НАН Украины*

[2] *Университет штата Северная Каролина*

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНЫХ ВЯЗКОСТИ И ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ

Запропоновано теоретичну однопараметричну модель турбулентності, що базується на ренормгруповій *k*-ε моделі. Отримана модель узгоджується з існуючими емпіричними моделями, однак, на відміну від них не включає емпіричних даних. Дана модель дає змогу спростити процедуру чисельного моделювання турбулентних течій.

Предложена теоретическая однопараметрическая модель турбулентности, основанная на ренормгрупповой *k*-ε модели. Полученная модель согласуется с существующими эмпирическими моделями, однако, в отличие от них не включает эмпирических данных. Данная модель должна упростить процедуру численного моделирования турбулентных течений.

The theoretical one-parameter model of a turbulence grounded on renormalization group *k*-ε model is offered. The obtained model is compounded with existing empirical models, however, this model does not include empirical datas. The given model should simplify a procedure of a numerical modeling of turbulent flow.

a – эффективная температуропроводность;
k – кинетическая энергия турбулентности;
p – давление;
Pr_K – число Прандтля кинетической энергии турбулентности;
Pr_t – турбулентное число Прандтля;
t – время;
T – температура;
u_n – n-ая компонента осредненной скорости;
x_n – ортогональная n-ая координата;
ε – скорость диссипации;
ν – коэффициент эффективной вязкости;
ν_0 – коэффициент молекулярной вязкости;
ν_t – коэффициент турбулентной вязкости.