

УДК 536.2:532.5

КУЗНЕЦОВ Г.В., МАКСИМОВ В.И.

Томский политехнический университет

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ В СОПРЯЖЕННОЙ ПОСТАНОВКЕ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

Приведено математичне моделювання змішаної конвекції в'язкої нестисливої рідини у прямокутній порожнині з джерелами введення та виведення маси у спряженій постановці задачі. Одержано просторові розподіли гідродинамічних параметрів та температур, що характеризують основні залежності досліджуваного процесу. Виділено циркуляційні течії та проведено аналіз розподілу температури у зонах області розв'язку при різному розташуванні ділянок введення та відтоку маси.

Проведено математическое моделирование смешанной конвекции вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной полости с источниками ввода и отвода массы в сопряженной постановке. Получены пространственные распределения гидродинамических параметров и температур, характеризующие основные закономерности исследуемого процесса. Выделены циркуляционные течения и проведен анализ распределения температуры в зонах области решения при различных расположениях участков ввода и оттока массы.

Is carry ouied the mathematical simulation of the mixed convection of the viscous incompressible fluid in the rectangular cavity with the sources of introduction and outlet of mass into the combined setting. Are obtained spatial distributions of the hydrodynamic parameters and temperatures, characteristic basic laws governing the process being investigated. Circulation flows are isolated and is carry ouied the analysis of the temperature distribution in the zones of the region of the solution with different arrangements of the sections of introduction and draining of mass.

a – коэффициент температуропроводности;
 Bi – число Био;
 Fo – число Фурье;
 g – ускорение силы тяжести;
 Gr – число Грасгофа;
 L – длина газовой полости рассматриваемой области решения по оси x ;
 Pr – число Прандтля;
 Re – Число Рейнольдса;
 t – время;
 T – температура;
 u, v – составляющие скорости в проекции на оси x, y соответственно;
 U, V – безразмерные скорости, соответствующие скоростям u, v ;
 x, y – координаты декартовой системы координат;
 X, Y – безразмерные координаты, соответствующие координатам x, y ;

α – коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения;
 β – температурный коэффициент объемного расширения;
 λ – коэффициент теплопроводности;
 ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости;
 Θ – безразмерная температура;
 τ – безразмерное время;
 ω – вихрь скорости;
 Ω – безразмерный аналог вектора вихря;
 ψ – функция тока;
 Ψ – безразмерный аналог вектора тока.
Нижние индексы:
 0 – начальный;
 e – окружающая среда;
 f – жидкая фаза;
 in – ввод массы;
 w – твердая фаза.

Введение

При решении многих задач теплоэнергетики, строительства, химических технологий возника-

ет необходимость анализа тепловых режимов объектов, представляющих собой полость, заполненную несжимаемой жидкостью при наличии источников ввода и отвода массы, значимых

градиентов температур и теплообмена по внешнему контуру полости [1-3]. В таких условиях реализуется режим смешанной конвекции, осложненный теплоотводом с внешних границ области анализа. Во многих практически значимых случаях этот теплоотвод играет важную роль в формировании теплового режима объекта и течений среды. До настоящего времени моделирование таких течений в сопряженной постановке [4-9], учитывающей влияние внешней среды на характер течения и температурное поле объекта, не проводилось. Целью данной работы является численное моделирование смешанной конвекции вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной полости с источниками ввода и вывода массы в условиях теплообмена с внешней средой в сопряженной постановке.

Физическая модель

Рассматривается течение несжимаемой жидкости и теплообмен в полости, имеющей две вертикальные и одну горизонтальную стенки конечной толщины, с двумя участками ввода и вывода жидкости (рис.1). Температура вводимой жидкости существенно превышает начальную температуру среды в полости и считается известной. Массовый приход также является известной величиной. На внешних границах области заданы неоднородные граничные условия. Неоднородность обусловлена различными теплофизическими характеристиками сред и условиями теплообмена на границах области решения. Жидкость считается вязкой, теплопроводной, режим течения ламинарный. Отток массы с верхней границы за счет испарения не учитывается. Все границы, кроме участков ввода и отвода массы, считаются непроницаемыми для жидкости. Теплофизические свойства воды и твердой фазы не зависят от температуры.

Математическая модель

Постановка задачи по пространственным координатам является двухмерной и описывается системой нестационарных уравнений Навье-Стокса для жидкой фазы и уравнением теплопроводности для твердой фазы [4,7].

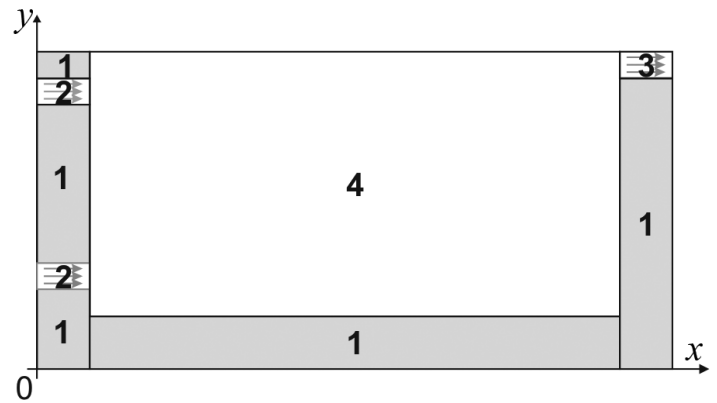


Рис. 1. Область решения задачи: 1) твердая фаза; 2) область ввода жидкости в полость; 3) область вывода жидкости из полости; 4) полость с жидкостью.

Для приведения системы уравнений к безразмерному виду использовались следующие соотношения:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{u}{V_{in}}, V = \frac{v}{V_{in}}, \Theta = \frac{T - T_0}{\Delta T},$$

$$\Psi = \frac{\Psi}{\Psi_0}, \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \Delta T = T_{in} - T_0, \Psi_0 = V_{in}L, \omega_0 = \frac{V_0}{L}.$$

Соответственно безразмерные уравнения Навье-Стокса в приближении Буссинеска в переменных “вихрь скорости – функция тока – температура” для жидкой фазы и уравнение теплопроводности для твердой фазы будут иметь вид:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = \Omega, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}, \quad (4)$$

здесь

$$\text{Gr} = \frac{g\beta L^3 \Delta T}{\nu^2}, \quad \text{Re} = \frac{2VL}{\nu}, \quad \text{Fo} = \frac{at_0}{L^2}.$$

Начальные условия:

$$\Psi(X, Y, 0) = 0,$$

$$\Omega(X, Y, 0) = 0,$$

$$\Theta(X, Y, 0) = T_0.$$

Граничные условия:

- на трёх внешних границах рассматриваемой области заданы условия первого рода $\Theta = 0$;

- на верхней границе рассматриваемой области задано условие третьего рода

$$\frac{\partial \Theta_w(X, Y)}{\partial Y} = \text{Bi} \cdot \Theta_w(X, Y) + \text{Bi} \cdot \frac{T_0 - T_e}{T_{in} - T_0};$$

- на внутренних границах раздела твердой и жидкой фазы, параллельных оси OY:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta_w = \Theta_f \\ \frac{\partial \Theta_w}{\partial X} = \lambda_{w,f} \frac{\partial \Theta_f}{\partial X} \end{array} \right.;$$

- на внутренних границах раздела твердой и жидкой фазы, параллельных оси OX:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta_w = \Theta_f \\ \frac{\partial \Theta_w}{\partial Y} = \lambda_{w,f} \frac{\partial \Theta_f}{\partial Y} \end{array} \right.;$$

- участок ввода жидкости:

$$\Theta = 1,$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 1;$$

- участок оттока жидкости:

$$\frac{\partial \Theta(X, Y)}{\partial Y} = 0,$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 1.$$

Здесь

$$\text{Bi} = \frac{\alpha L}{\lambda_f}, \quad \lambda_f \text{ — коэффициент теплопроводности жидкой фазы, } \lambda_{w,f} \text{ — относительный коэффициент теплопроводности.}$$

Задача (1-4) с соответствующими граничными и начальными условиями решена методом конечных разностей [4,8].

Уравнения решались последовательно, каждый временной шаг начинался с вычисления поля температуры в газовой и в твердой фазе, затем решались уравнения Пуассона (3) для векторного потенциала. Далее определялись граничные условия для компонент вектора завихренности и решались уравнения движения.

При решении уравнений в качестве начального приближения использовались стационарные решения, полученные в задачах естественной конвекции, либо при меньших числах Рейнольдса.

Анализ результатов

Численные исследования были проведены при следующих значениях:

- безразмерных величин: $\text{Pr} = 7,1$, $\text{Re} \leq 1000$, $\text{Gr} \leq 10^5$

- температур $T_0 = 293 \text{ K}$, $T_{in} = 343 \text{ K}$, $T_e = 273 \text{ K}$.

На рис. 2-5 приведены типичные результаты решения системы (1-4) с соответствующими граничными и начальными условиями.

На рис. 2 приведены линии тока для случая, когда участки ввода и вывода массы расположены в верхней части полости. Хорошо видно образование нескольких вихрей за счет вынужденного и естественного движения среды. В верхней части полости вихри имеют малый размер и располагаются в основном в угловых областях, что связано с интенсивностью течений за счет вдува и оттока горячей жидкости. В центре и в нижней части полости располагаются обширные, но уже с меньшей интенсивностью, течения, которые образованы за счет смешанной конвекции. При этом основным механизмом образования этих вихрей является естественная конвекция. За счет

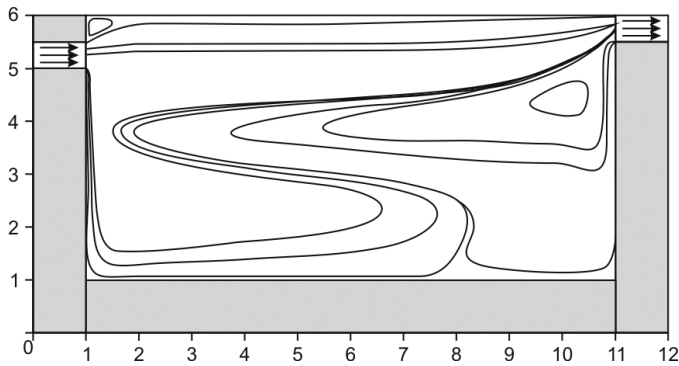


Рис. 2. Структура течения жидкости в полости для случая, когда область ввода и вывода массы расположены в верхней части полости.

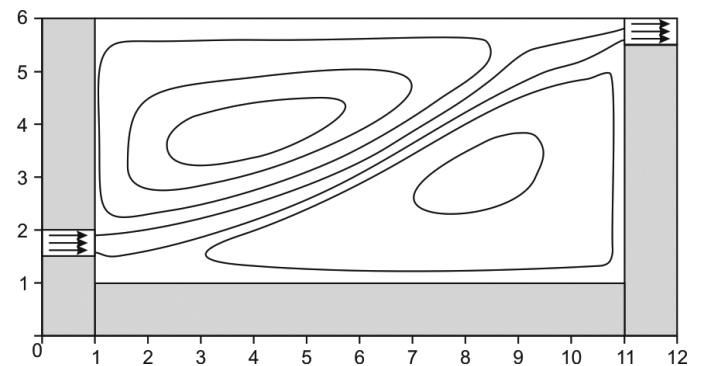


Рис. 4. Структура течения жидкости в полости для случая, когда вдув массы находится в нижней части, а выдув в верхней части полости.

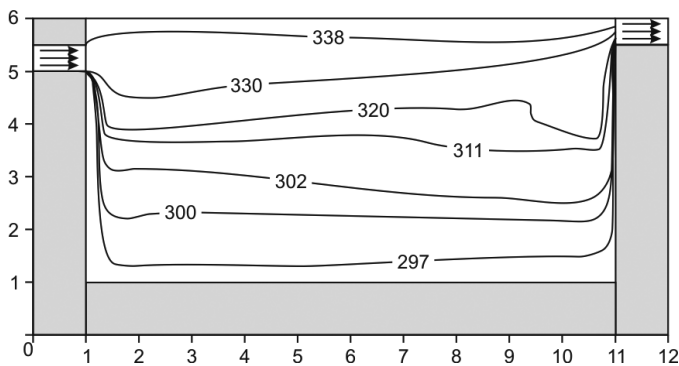


Рис. 3. Поле распределения температуры (вК) в полости для случая, когда область ввода и вывода массы расположены в верхней части полости.

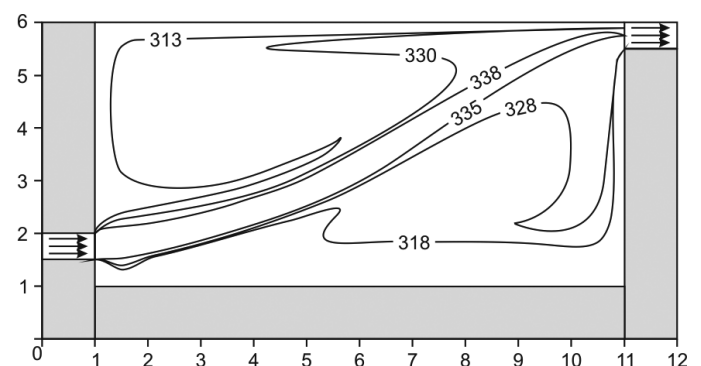


Рис. 5. Поле распределения температуры (вК) в полости для случая, когда вдув массы находится в нижней части, а выдув в верхней части полости.

этого формируется неравномерное распределение температуры, что приводит к большому перепаду температур между верхним и нижним слоем жидкости (рис. 3).

На рис. 4 приведены линии тока для случая, когда ввод массы осуществляется в нижней части, а отвод в верхней части полости. В этом случае видно два, относительно одинаковых по размеру вихря, образованных за счет смешанной конвекции. Происходит разделение полости на две близкие по площади сечения, почти автономные области. Вихрь в верхней области интенсивнее вихря в нижней области, за счет того, что тепловой поток, подводящийся снизу, придает дополнительное ускорение в результате воздействия подъемной силы. Следует отметить, что большие размеры и высокая интенсивность вихрей приводят к значительному перераспределению температуры в жидкости (рис. 5). Темпера-

тура в нижней части полости значительно выше, как и можно было предполагать, аналогичных значений температур при вводе массы в верхней части области. Перепад температуры по высоте уменьшается при смещении входного отверстия в нижнюю часть почти в два раза. Выделенный эффект может быть использован на практике при моделировании средних температур жидкости на выходе из технологических водоемов, а также при использовании последних для других, не связанных напрямую с теплоэнергетикой целей рационального природопользования и энергосбережения [10-15].

Выводы

1. Теоретически исследована смешанная конвекция вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной полости с источниками ввода и отво-

да массы в сопряженной постановке. Полученные теоретические следствия дают новую информацию, которая не только характеризует конвективный режим течения, но и является дополнительной для построения и апробации моделей смешанной конвекции в сопряженной постановке.

2. Результаты работы показывают возможность использования уравнений Навье-Стокса в переменных “вихрь скорости – функция тока” для моделирования достаточно сложных по своему характеру течений при умеренных значениях чисел Рейнольдса в режиме смешанной конвекции и при неоднородном теплообмене на внешних границах области решения.

3. Полученные результаты также показывают что, изменяя координаты участков ввода и оттока массы, можно регулировать тепловой режим жидкости в технологических полостях, например ТЭС или других объектах теплоэнергетики, использующих водоснабжение с возобновляемыми источниками.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-98006 конкурс р_обь_а).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Водоохранилища и водооградительные сооружения ГАЭС, ТЭС и АЭС* / Под ред. Т. П. Доценко.—М.: Энергоатомиздат, 1989.—192 с.
2. *О тепловом загрязнении окружающей среды выбросами и сбросами ТЭС и ТЭЦ* / В. М. Попов, В. И. Рябцев, Г. А. Рябцев // Безопасность жизнедеятельности: Научно-практический и учебно-методический журнал.—М.—2002. № 4.—С. 26-28.
3. *Режимы работы и эксплуатация ТЭС: Учебник* / В. Я. Гиршфельд, А. М. Князев, В. Е. Куликов.—М.: Энергия, 1980.—287 с.
4. *Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. — 288 с.
5. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. — М.: Мир, 1980. — 616 с.
6. *Джалурия Й.* Естественная конвекция: Тепло- и массообмен. — М.: Мир, 1983. — 400 с.
7. *Лыков А.В., Алексахенко А.А., Алексахенко В.А.* Сопряженные задачи конвективного теплообмена. — Минск: Наука и техника, 1971. — 346 с.
8. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977. — 656 с.
9. *Ким Д.М., Висканта Р.* Влияние теплопроводности стенки на теплообмен при свободной конвекции в полости квадратного течения // Теплопередача. — 1985. — 107. № 1. — С. 141-150.
10. *Кригер С.В.* Исследование процесса испарения с зеркала водоема-охладителя промышленного реактора / С. В. Кригер, Н. А. Шепотенко // Современные техника и технологии: Труды 4-й областной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск, 23-24 марта 1998 г: Секция 1. Энергетика / ТПУ.—С. 44-45.—Томск, 1998.
11. *Электроэнергетика и природа: экологические проблемы развития электроэнергетики* / Под ред. Г. Н. Лялика и А. Ш. Резниковского.— М.: Энергоатомиздат, 1995.—352 с.
12. *Энергия, природа и климат* / В. В. Клименко, А. В. Клименко, Т. Н. Андрейченко и др.—М.: Изд-во МЭИ, 1997.—215 с.
13. *Очистка и использование сточных вод в промышленном водоснабжении* / А.М.Когановский, Н.А.Клименко, Т.М.Левченко, Р.М.Марутовский.—М.: Химия, 1983.—287 с.
14. *Охрана окружающей среды на ТЭС и АЭС: Учебное пособие* / В. В. Жабо.—М.: Энергоатомиздат, 1992.—240 с.
15. *Деллейр Ю.* Проблемы теплового загрязнения водоемов. Гражданское строительство. — 1971, — Т.40, № 9. — С. 33-40.

Получено 17.02.2006 г.