

вероятнее всего обусловлены погрешностями экспериментальных данных.

### Выводы

В результате проведенного моделирования и сравнения его результатов с экспериментальными данными можно отметить, что все три разновидности  $k$ - $\epsilon$  модели турбулентности: “standard”, “RNG”, “realizable” достаточно адекватно описывают теплообменные процессы турбулентной импактной струи. Расхождения расчетных и экспериментальных данных вызвано недостаточной точностью определения экспериментальных данных. С другой стороны, тестируемые модели не могут уловить все нюансы сложных турбулентных процессов, в том числе и возможность реверса каскадного механизма Ричардсона [4]. Поэтому по-прежнему существует необходимость теоретического исследования турбулентности на основе различных теоретических подходов, в том числе и на основе ренормгрупп [5].

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Ashforth-Frost S., Rudel U.W.* Thermal and Hydrodynamic Visualisation of a Water Jet Impinging on a Flat Surface using Microencapsulated Liquid Crystals // International Journal of Fluid Dynamics, 2002, vol. 7, Article 1, 1-7.
2. *Yakhot V., Orszag S.A.* Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory // J. Sci. Comp. 1986. — 1. — N1. — P.3 — 51.
3. *Tsan-Hsing Shih, William W. Liou, Aamir Shabbir, Zhigang Yang, Jiang Zhu.* A new  $k$ - eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows // Computers Fluids, 1995, vol. 24, No. 3, pp. 227 — 238.
4. *Старп В.* Физика явлений с отрицательной вязкостью. — М.: Мир, 1971. — 260 с.
5. *Долинский А.А., Авраменко А.А., Басок Б.И., Тыринов А.И.* Ренормгрупповой подход к определению отрицательной турбулентной вязкости // Доповіді НАН України. — 2005. — 10. — С. 90 — 93.

Получено 19.01.2006 г.

УДК 536.24:532.526

РЕПУХОВ В.М.

*Институт технической теплофизики НАН Украины*

## ВЛИЯНИЕ ЗАКОНОВ ПЕРЕНОСА НА ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ УРАВНЕНИЙ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

Вивчається вплив законів переносу на одержане раніше перетворення нестационарних тримірних диференціальних транспортних рівнянь конвективного тепломасопереносу (нерозривності, переносу імпульсу, маси компоненту суміші, енергії та ін.) високошвидкісної неізотермічної та неоднорідної тримірної течії при будь-якому стані рідини до найпростішої форми рівнянь низькошвидкісної, включаючи квазіізотермічну та квазіоднорідну течію.

Изучается влияние законов переноса на рассмотренное ранее преобразование нестационарных трехмерных дифференциальных транспортных уравнений конвективного тепломасопереноса (неразрывности, переноса импульса, массы компонента смеси, энергии и другие) высокоскоростного неізотермического и неоднородного трехмерного течения при любых состояниях вещества к простейшей форме уравнений низькошвидкісного, включая квазіізотерміческое и квазіоднородное течение.

We study the influence of the transfer laws on the transformation of nonstationary three-dimensional differential transport equations of convective heat and mass transfer (continuity, momentum, component mass, energy, etc.) of a high-speed nonisothermal and inhomogeneous three-dimensional flow for any state of the substance, considered earlier, to the simplest form of equations of a low-speed flow, including quasiisothermal and quasihomogeneous ones.

$a_*$  – основная транспортируемая величина, как и индекс  $*$ , относится к плотности, проекциям вектора скорости, полным относительной массовой концентрации и энтальпии, а также другим величинам, которые являются решением транспортных уравнений;  
 $\vec{b}_*$ ,  $b_{*x}$ ,  $b_{*y}$ ,  $b_{*z}$  – трехмерный вектор переноса с проекциями на координатные оси, связанные с законами переноса транспортируемой величины;  
 $f_*$  – основные функции преобразования ( $f_\rho, f_u, f_v, f_w, f_{m_j}, f_h$ );  
 $f_{b^* \alpha}$  и  $f_p$  – дополнительные функции преобразования;  
 $h^0$  – полная энтальпия;  
 $m_j^0$  – полная относительная массовая концентрация;  
 $P$  – скалярная величина (давление, потенциал объемных сил и другие);

Преобразование  $\sigma$  общие дифференциальные уравнения конвективного тепломассопереноса нестационарного высокоскоростного неизотермического и неоднородного трехмерного течения (прообраз, первые шесть транспортных уравнений основных величин: неразрывности, переноса импульса, полной массы компонента смеси и полной энергии) при любых законах переноса и состоянии вещества сводит к простейшим уравнениям низкоскоростного течения (образ, величины с верхней чертой), включая несжимаемое, квазиизотермическое и квазиоднородное, и наоборот. Оно рассматривалось ранее для стационарных уравнений пограничного слоя (ПС) [1], укороченных (УНС) и полных (НС) Навье-Стокса [2], а также общих нестационарных транспортных уравнений конвективного тепломассопереноса, представляемых равенствами функционалов  $L_V(a_*) \equiv \rho \frac{da_*}{dt} = \pm \frac{\partial P}{\partial \alpha_*} + \text{div} \vec{b}_* \equiv R_D(a_*)$ , где  $P$  – скалярная величина (давление, потенциал объемных сил и другие);  $\vec{b}_*(b_{*x}, b_{*y}, b_{*z})$  – трехмерный вектор переноса, определяемый законом переноса основной величины  $a_*$ ;  $\alpha_*$  – координата, принимающая значение  $t, x, y, z$  в соответствии с

$S_*, P_*$  и  $S_*$  – соответственно дефекты преобразования функционала, проекций градиента скалярной величины и дивергенции вектора переноса;  
 $t, x, y$  и  $z$  – координаты на соответствующих осях четырехмерной ортогональной системы координат;  
 $\alpha_*$  – координата со значениями  $t, x, y, z$  в соответствии с индексом  $*$  = (1 и  $h$ ),  $u, v, w$ .  
 $\rho$  – плотность;  
НС – полные уравнения Навье-Стокса;  
ПС – пограничный слой;  
УНС – укороченные уравнения Навье-Стокса.  
**Верхний индекс:**  
черта сверху – образ.  
**Нижний индекс:**  
 $*$  – плотность, проекции вектора скорости, полные относительная массовая концентрация и энтальпия, другие величины, являющиеся решением транспортных уравнений.

индексом  $*$  = (1 и  $h$ ),  $u, v, w$  и величиной  $a_1 = 1$  [3, 4].

В конечном счете, пространство с ортонормированным базисом и уравнениями прообраза приводится к пространству с таким же базисом и уравнениями образа при основных функциях преобразования (ниже наименьшее число десять для бинарной смеси)

$$\tau \equiv \frac{\bar{\partial} t}{\partial t}, \xi \equiv \frac{\bar{\partial} x}{\partial x}, \eta \equiv \frac{\bar{\rho} \bar{\partial} y}{\rho \partial y}, \chi \equiv \frac{\bar{\rho} \bar{\partial} z}{\rho \partial z}, f_* \equiv \frac{a_*}{a_*} \quad (1)$$

$$(f_\rho \equiv \frac{\rho}{\rho}, f_u \equiv \frac{u}{u}, f_v \equiv \frac{v}{v}, f_w \equiv \frac{w}{w}, f_{m_j} \equiv \frac{m_j^0}{m_j} = 1,$$

$$f_h \equiv \frac{h_j^0}{h_j} = \frac{h^0}{h} = const, \dots; \text{ матрица } [f_*],$$

которые определены соответственно как отношения приращений обобщенных координат, плотности смеси, проекций скорости, полных относительных массовых концентраций, полных энтальпий  $j$ -го компонента и смеси, а также позволяют в точках сходственных мгновенных линий тока прообраза и образа вести пересчет одноименных величин, связать элементы вещественной неособенной обратной матрицы

преобразования координат  $[C]^{-1}$  с уравнением неразрывности и функционалами левых частей подсистемой уравнений-условий, а правых и транспортными уравнениями в целом полной системой, причем метод  $\sigma$  – преобразования в виде численных процедур и аналитических решений применяется к прообразу (образу), данному в форме эксперимента, численного или аналитического решения. Для записи правых частей вводятся аналогичные дополнительные функции преобразования  $f_{b^*_{\alpha}} \equiv b^*_{\alpha} / \bar{b}^*_{\alpha}$  и  $f_p \equiv P / \bar{P}$ , которые при обобщенной функции преобразования  $\bar{f}_* \equiv f_{\rho} f_u f_v f_w \xi$  связаны с коэффициентами де-

$$\bar{C}_{\bullet\alpha}(\bar{t}, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \equiv 1 - \frac{f_{b^*_{\alpha}}}{f_{\bullet}} \left( \frac{\partial \ln b_{\bullet\alpha}}{\partial \alpha} / \frac{\partial \ln \bar{b}_{\bullet\alpha}}{\partial \alpha} \right)$$

$$\text{и } \bar{C}_{p\alpha^*}(\bar{t}, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \equiv 1 - \frac{f_p}{f_{\bullet}} \left( \frac{\partial \ln P}{\partial \alpha} / \frac{\partial \ln \bar{P}}{\partial \alpha} \right). \text{ При этом}$$

подсистема содержит линейные алгебраические уравнения относительно искомым логарифмических производных основных функций (основные первичные функции, матрица  $[Gf^*]$ ), а полная система – относительно основных и дополнительных функций.

Полная основная система (неизвестные  $f_{m_j}$ ,  $f_h, f_T, [C]^{-1}, [Gf^*]$  при  $* = \rho, u, v, w$ ) содержит: подсистему, квазилинейные первого порядка дифференциальные уравнения-условия дефектов  $S_* = s_* \mp P_*$  и дополнительные для коэффициентов  $\bar{C}_{*\alpha}$  и  $\bar{C}_{p\alpha^*}$  (или  $f_{b^*_{\alpha}}$  и  $f_{p\alpha^*}$ ), где  $s_* = \bar{f}_* \bar{S}_*$ ,  $P_* = \bar{f}_* \bar{P}_*$  и  $S_* = \bar{f}_* \bar{S}_* = -\bar{f}_* \sum_{\alpha} \bar{C}_{*\alpha} \frac{\partial \bar{b}^*_{\alpha}}{\partial \alpha}$  – дефек-

ты, а последнее уравнение допускает анализ возможных векторов переноса и становится уравнением-условием дефектов после подстановки величины  $S_* = s_* \pm P_*$ , причем  $f_{b^*_{\alpha}} = \left( \frac{b^*_{\alpha}}{b^0_{*\alpha}} / \frac{\bar{b}^*_{\alpha}}{\bar{b}^0_{*\alpha}} \right) \Psi^0_{*\alpha}$ ,

где  $\Psi^0_{*\alpha} \equiv \frac{b^0_{*\alpha}}{\bar{b}^0_{*\alpha}}$ ,  $b^0_{*\alpha}$  и  $\bar{b}^0_{*\alpha}$  – законы переноса от-

носительный и по направлениям базиса, которые записаны с помощью полных параметров и для которых интересны случаи их локального подобия и записи однородными функциями с аргу-

ментами из локальных линейных комбинаций проекций градиентов величин  $a_*$  и  $a^*$ .

В каждой точке пространства образа с локальной евклидовой системой координат  $\bar{C}_{*x}, \bar{C}_{*y}, \bar{C}_{*z}$  и ортогональным базисом для каждого закона пе-

$$\text{реноса исходное уравнение } \sum_{\alpha} (\bar{C}_{*\alpha} \frac{\partial \bar{b}^*_{\alpha}}{\partial \alpha}) + \bar{S}_* = 0$$

плоскость с нормальным вектором

$$\vec{N} \left( \frac{\partial \bar{b}^*_{\alpha}}{\partial \alpha}, \frac{\partial \bar{b}^*_{\beta}}{\partial \beta}, \frac{\partial \bar{b}^*_{\gamma}}{\partial \gamma} \right) \text{ и расстоянием от начала координат } \vec{d} = \bar{S}_* / \text{mod } \vec{N}.$$

При  $\bar{S}_* = 0$  и  $\vec{N} \neq 0$  она содержит начало координат и точки с двумя произвольно задаваемыми координатами, а нулевой проекции соответствует ось, параллельная плоскости, что имеет место для ПС и УНС.

Исходное уравнение при заданных коэффициентах  $\bar{C}_{*\alpha}$  и конечных множителях  $\bar{\lambda}_{*\alpha}$  ( $\sum_{\alpha} \bar{\lambda}_{*\alpha} = 1$ ) заменяется системой из трех интегральных уравнений-условий, которые решаются последовательными приближениями или заменой алгебраическими уравнениями и необходимы при законах переноса, известных только на границах, в виде [2-4]

$$\begin{aligned} 1) & \rightarrow (\bar{b}_{\bullet\alpha} \Big|_{\bar{\alpha}}^{\bar{\delta}_{\alpha}}) + \int_{\bar{\alpha}}^{\bar{\delta}_{\alpha}} \bar{\lambda}_{\bullet\alpha} \frac{\bar{S}_{\bullet}}{\bar{C}_{\bullet\alpha}} d\bar{\alpha} = 0 \text{ или} \\ 2) & \rightarrow \int_{\bar{\alpha}}^{\bar{\delta}_{\alpha}} \bar{C}_{*\alpha} \frac{\partial \bar{b}^*_{\alpha}}{\partial \alpha} d\bar{\alpha} + \int_{\bar{\alpha}}^{\bar{\delta}_{\alpha}} \bar{\lambda}_{*\alpha} \bar{S}_* d\bar{\alpha} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Действительно, для квазилинейных уравнений характеристическая система вида [5]

$$\frac{d\bar{\alpha}}{d\bar{l}} = \frac{\bar{C}_{*\alpha}}{\sqrt{\sum_{n=\alpha}^{\bar{\gamma}} \bar{C}_{*n}^2}}, \quad \frac{d\bar{\beta}}{d\bar{l}} = \frac{\bar{C}_{*\beta}}{\sqrt{\sum_{n=\alpha}^{\bar{\gamma}} \bar{C}_{*n}^2}}, \quad \frac{d\bar{\gamma}}{d\bar{l}} = \frac{\bar{C}_{*\gamma}}{\sqrt{\sum_{n=\alpha}^{\bar{\gamma}} \bar{C}_{*n}^2}}$$

$$\text{и } \frac{d\bar{b}^*_{\alpha} + d\bar{b}^*_{\beta} + d\bar{b}^*_{\gamma}}{d\bar{l}} = - \frac{\bar{S}_*}{\sqrt{\sum_{n=\alpha}^{\bar{\gamma}} \bar{C}_{*n}^2}}$$

при дополнении исходного уравнения дефекта еще двумя до числа искомым решений и пред-

ставлении с помощью множителей

$$\bar{\lambda}_{*\alpha} \frac{d\bar{\alpha}}{C_{*\alpha}} = \frac{d\bar{b}_{*\alpha}}{-\bar{S}_*}, \quad \bar{\lambda}_{*\beta} \frac{d\bar{\beta}}{C_{*\beta}} = \frac{d\bar{b}_{*\beta}}{-\bar{S}_*}, \quad \bar{\lambda}_{*\gamma} \frac{d\bar{\gamma}}{C_{*\gamma}} = \frac{d\bar{b}_{*\gamma}}{-\bar{S}_*}$$

с условием совместности  $\bar{\lambda}_{*\alpha} + \bar{\lambda}_{*\beta} + \bar{\lambda}_{*\gamma} = 1$  переходит в характеристические уравнения

$$\frac{d\bar{\alpha}}{d\bar{l}} = \frac{\bar{C}_{*\alpha}}{\sqrt{\sum_{n=\alpha}^{\gamma} \bar{C}_{*n}^2}}, \quad \frac{d\bar{b}_{*\alpha}}{d\bar{l}} = -\frac{\bar{\lambda}_{*\alpha} \bar{S}_*}{\sqrt{\sum_{n=\alpha}^{\gamma} \bar{C}_{*n}^2}} \quad \text{и} \quad \frac{d\bar{b}_{*\alpha}(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma})}{d\bar{\alpha}} + \left[ \frac{\bar{\lambda}_{*\alpha}(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{b}_{*\alpha}, \bar{b}_{*\beta}, \bar{b}_{*\gamma})}{C_{*\alpha}(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{b}_{*\alpha}, \bar{b}_{*\beta}, \bar{b}_{*\gamma})} \right] \bar{S}_*(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}) = 0,$$

в которых  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}$  принимают по циклу значения  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  и при известных требованиях существует единственное решение (задача Коши в виде интегральной линии (характеристики  $\bar{H}$ ))  $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}(\bar{l}, \bar{\alpha}^0, \bar{\beta}^0, \bar{\gamma}^0, \bar{b}_{*\alpha}^0, \bar{b}_{*\beta}^0, \bar{b}_{*\gamma}^0)$  и  $\bar{b}_{*\alpha} = \bar{b}_{*\alpha}(\bar{l}, \bar{\alpha}^0, \bar{\beta}^0, \bar{\gamma}^0, \bar{b}_{*\alpha}^0, \bar{b}_{*\beta}^0, \bar{b}_{*\gamma}^0)$ , проходящей через точку  $(\bar{\alpha}^0, \bar{\beta}^0, \bar{\gamma}^0, \bar{b}_{*\alpha}^0, \bar{b}_{*\beta}^0, \bar{b}_{*\gamma}^0)$  пространства  $\bar{T}$  области  $\bar{G}_b$ , содержащей точки  $(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{b}_{*\alpha}, \bar{b}_{*\beta}, \bar{b}_{*\gamma})$ , где  $\bar{l}$  – параметр, длина дуги характеристики, а  $\bar{t}$  – время опущено для упрощения записи.

При параметрах  $\bar{\beta}$  и  $\bar{\gamma}$  каждое из трех интегральных уравнений-условий индекса \*

$$\bar{b}_{*\alpha}(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}) = \bar{b}_{*\alpha}(\bar{\delta}_{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}) + \int_{\bar{\alpha}}^{\bar{\delta}_{\alpha}} \left[ \frac{\bar{\lambda}_{*\alpha}(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{b}_{*\alpha}, \bar{b}_{*\beta}, \bar{b}_{*\gamma})}{C_{*\alpha}(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{b}_{*\alpha}, \bar{b}_{*\beta}, \bar{b}_{*\gamma})} \right] \bar{S}_*(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}) d\bar{\alpha} \quad (3)$$

приводится к уравнению Вольтерра и в общем случае их система решается последовательными приближениями [5], причем решение зависит от аргументов отношения в квадратных скобках. Наличие в скобках величин только с аргументами  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{b}_{*\alpha}$  допускает разделение переменных интегрирования и параметров, а существование и единственность решения позволяет использовать эквивалентные уравнения, например, приведенное выше решение 2). В частности, можно вычислить аналитически первый интеграл в этом

решении при определенных уравнениях-условиях для коэффициентов  $\bar{C}_{*\alpha}$  ( $J_{*\alpha}(t, \beta, \gamma) \equiv \frac{J_V}{f_{*} J_{\beta\gamma}}$  и

$$J_{00}(t, \gamma) \equiv \frac{f_{*} J_V}{f_{*}} \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial \gamma} \quad \text{соответственно для } * = u, v, w$$

и  $* = m, h$ , включая требования к  $\bar{S}_*$ ), а также исключить квадрат скорости в уравнении дефектов при определенных условиях для  $\bar{C}_{p\alpha}$  [2].

Решение на стенке рассматривалось ранее для “закона соответствия” векторов переноса в сходственных точках (сечениях ПС) [1, 2] и расчета эффективности завес [1–4].

### Выводы

Рассмотренное преобразование  $\sigma$  с учетом влияния законов переноса открывает возможности нового подхода к численным расчетам сложных течений, когда решение находится сначала простых транспортных уравнений образа и затем определяются характеристики прообраза решением более простых линейных алгебраических уравнений-условий преобразования с интегральными уравнениями-условиями для уравнений дефектов и интегралов перехода от первичных основных функций преобразования к основным функциям. Кроме того, появляется возможность использования экспериментальных характеристик образа, а также упрощения процедур при вычислительных методах в конвективном тепломассопереносе, анализе и обобщении многофакторного эксперимента. Метод преобразования обобщает ранние преобразования А. Дородницына, К. Стюартсона, К. Иллинговорта, Д. Коулза, Л. Крокко и ряда других для ПС [1], а его подтверждение получено на экспериментальных данных по эффективности защитных завес на непроницаемой стенке [2,4].

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ренухов В.М. Преобразование уравнений конвективного тепломассопереноса трехмерного

сжимаемого пограничного слоя (анализ системы уравнений)// Теплофизика и аэромеханика. 2004. – Т. 11, № 2. – С. 227–245.

2. Репухов В.М. Общее преобразование уравнений конвективного теплопереноса и расчет эффективности трехмерных пристенных защитных завес// Пром. теплотехника. – 2004. – Т. 6, № 3. – С. 18–27.

3. Репухов В.М. Общее преобразование уравнений нестационарного конвективного теплопереноса к простейшему виду// Пром. теплотехника. – 2005. – Т. 27, №2. – С. 9–20.

4. Репухов В.М. Преобразование общих транспортных уравнений конвективного теплопереноса к простейшей форме// Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках: Тр. XV Школы-семинара молодых ученых и специалистов. М.: МЭИ, 2005. – Т. 1, С. 13–19.

5. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1964. – 272 с.

Получено 11.07.2005 г.

УДК536.24:535.2

БОРИСОВ И.И., ХАЛАТОВ А.А., КОБЗАРЬ С.Г.

*Институт технической теплофизики НАН Украины*

## ТЕПЛООБМЕН И СОПРОТИВЛЕНИЕ В ЩЕЛЕВЫХ КАНАЛАХ С ПРОДОЛГОВАТЫМИ УГЛУБЛЕНИЯМИ И ВЫСТУПАМИ

Наведено результати експериментального дослідження теплообміну і аеродинамічного опору в плоских каналах із довгастими заглибинами та виступами. Проаналізовано теплогідравлічні характеристики каналів, проведено оцінку можливості їх використання при створенні теплообмінників-рекуператорів для мікротурбінного устаткування.

Представлены результаты экспериментального исследования теплообмена и сопротивления в плоских каналах с продолговатыми углублениями и выступами. Проанализированы теплогидравлические характеристики каналов, выполнена оценка возможности их использования при создании теплообменников-рекуператоров для микротурбинных установок.

The results of heat transfer and hydraulic resistance in a narrow channel with lengthwise dimples and pimples are presented. The thermohydraulic characteristics of the channels are analyzed; the application of such a channels in heat exchangers-recuperators for microturbines is evaluated.

$C_p$  – теплоемкость при постоянном давлении;

$h$  – высота канала;

$f$  – коэффициент аэродинамического сопротивления;

$k$  – коэффициент теплопередачи;

$\dot{m}$  – массовый расход;

$S$  – поверхность теплообмена;

$S_x$  – поперечный шаг углублений (выступов);

$S_z$  – продольный шаг углублений (выступов);

$Nu$  – число Нуссельта;

$Re$  – число Рейнольдса;

$NTU$  – число единиц переноса;

$\varepsilon$  – эффективность теплообмена.

**Нижние индексы:**

0 – аэродинамические и теплообменные характеристики гладкого канала;

max – максимальный;

min – минимальный.

Достижение высокой эффективности теплообмена при минимальных потерях давления про-

должает оставаться актуальной задачей для разработчиков рекуператоров и утилизаторов тепло-