

УДК 681.121

ПИСАРЕЦ А.В., КОРОБКО И.В.

Научно-исследовательский центр  
 “Приборы и системы энергосбережения”, НТУУ “КПИ”

## ТУРБИННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ РАСХОДА С УРАВНОВЕШЕННЫМ РОТОРОМ

В статті розглянуто основи побудови математичної моделі турбінних перетворювачів витрат енергоносіїв з рівноважним ротором.

В статье рассмотрены основы построения математической модели турбинных преобразователей расхода энерго-ресурсов с уравновешенным ротором.

Mathematical model construction basis of turbine type power resources flow rate transducers with relief rotor is considered.

$A$  – масса;  
 $a$  – соотношение площади поверхности лопастей и площади всей поверхности турбинки;  
 $C_x$  – коэффициент лобового сопротивления;  
 $d$  – диаметр опоры;  
 $dx/dt$  – скорость продольного перемещения;  
 $d^2x/dt^2$  – ускорение продольного перемещения;  
 $E$  – модуль упругости материала опор;  
 $F$  – сила;  
 $h$  – толщина лопасти;  
 $J$  – момент инерции;  
 $l$  – длина хорды профиля лопасти;  
 $M$  – момент;  
 $n$  – частота вращения;  
 $Q$  – расход жидкости;  
 $r$  – радиус;  
 $S$  – площадь;  
 $s$  – осевая длина;  
 $v$  – скорость;  
 $V$  – объем межлопастного пространства турбинки на длине, равной винтовому шагу;  
 $x$  – продольное перемещение;  
 $z$  – количество лопастей;  
 $\beta$  – угол установки лопастей на среднем радиусе турбинки;  
 $\epsilon$  – скоростной напор;  
 $\zeta$  – коэффициент;  
 $\lambda$  – коэффициент гидравлического сопротивления;  
 $\mu$  – динамическая вязкость измеряемой среды;  
 $\nu$  – кинематическая вязкость измеряемой среды;  
 $\rho$  – плотность;  
 $\varphi(x)$  – функция, учитывающая зависимость регулирующего давления и площади от координаты.

### Нижние индексы:

0 – живое сечение потока на входе;  
 1 – шарообразная часть обтекателя;  
 2 – цилиндрическая часть обтекателя;  
 $m$  – показатель степени степенного закона распределения;  
 $r$  – радиальный;  
 $ВП$  – реакция вторичного преобразователя;  
 $ВР$  – уравнивающий;  
 $ВТ$  – поверхность втулки;  
 $ВТР$  – вязкое трение между турбинкой и потоком измеряемой среды;  
 $Д$  – движущий;  
 $Ж$  – живое сечение потока;  
 $К$  – внутренняя поверхность корпуса;  
 $Н$  – наружная поверхность лопастей;  
 $О$  – обтекатель;  
 $ОП$  – трение в опорах турбинки;  
 $ОС$  – осевой;  
 $П$  – поток жидкости;  
 $ПМ$  – присоединенная масса;  
 $РЕГ$  – регулирующий;  
 $С$  – сопротивление вращению;  
 $СР$  – средний;  
 $Т$  – материал турбинки;  
 $ТР$  – трение скольжения;  
 $ПР$  – преобразователь расхода;  
 $СИРЭ$  – средства измерения расхода энергоносителей;  
 $ТППР$  – турбинный первичный преобразователь расхода;  
 $ЧЭ$  – чувствительный элемент.

### **Постановка проблемы**

Дефицит энергетических ресурсов остро ставит проблемы создания систем автоматизированного проектирования СИРЭ с улучшенными метрологическими характеристиками. Такие системы позволят исследовать СИРЭ при разных условиях эксплуатации и определять рациональные параметры ПР, благодаря которым обеспечиваются высокие метрологические характеристики.

Создание системы автоматизированного проектирования СИРЭ предполагает:

- создание математической модели работы ПР,
- разработку алгоритма оптимизации конструктивных параметров ПР,
- разработку программного обеспечения для реализации математической модели и оптимизации СИРЭ.

Благодаря малой инерционности, небольшому гидравлическому сопротивлению, простоте и технологичности конструкции, возможности установки в разных положениях в трубопроводе, широкое распространение получили турбинные СИРЭ. Однако им присущи и недостатки, ограничивающие области их применения: во-первых, быстрый износ от трения опор и малая коррозионная стойкость материалов, из которых они изготовлены; во-вторых, сложность измерения с высокой точностью малых расходов; в-третьих, влияние вязкости на работу СИРЭ.

### **Анализ последних исследований и публикаций**

Одним из путей увеличения срока службы турбинных ПР является создание конструкций с разгруженным ротором или с ротором, плавающим в потоке (с гидродинамическим уравновешиванием ротора) [1].

Не смотря на широкое распространение турбинных счетчиков жидкостей, конструкции с разгруженным ротором на данный момент не нашли должного применения. Это вызвано, прежде всего, низким уровнем исследований работы таких приборов, что дало бы возможность создания систем синтеза высокоэффективных скоростных ТППР.

Проблемы расчетов и анализ работы ТППР жидкостей и газов рассматривают в своих работах Бошняк Л.Л., Бызов Л.Н., Бобровников Г.Н., Камышев Л.А. и другие [2 – 5]. Но они рассматривают ТППР, в которых ЧЭ вращается в жестко закрепленных опорах. Вопросы повышения эксплуатационной надежности турбинных измерителей расхода путем компенсации осевого усилия не нашли надлежащего отображения в литературе.

### **Постановка задачи**

Идея гидродинамического уравновешивания ЧЭ основывается на искусственном создании в зоне ротора неравномерного поля статического давления для того, чтобы равнодействующая сил давления была направлена навстречу потоку жидкости. В соответствии с уравнением Бернулли статическое давление можно изменять, воздействуя на величину кинетической энергии потока. Понижение давления перед турбинкой обеспечивается либо сужением потока, либо приведением потока во вращательное движение. В обоих случаях увеличение кинетической энергии потока сопровождается уменьшением его потенциальной энергии. Обратное преобразование энергии за ЧЭ приводит к возобновлению давления.

Неравномерность поля статического давления является первым, но не единственным условием полной гидродинамической разгрузки. Для обеспечения равновесия ЧЭ в широком диапазоне возможных режимов его работы в конструкцию ПР должен входить регулятор, автоматически изменяющий уравновешивающую силу в соответствии с изменением других сил, приложенных к ЧЭ со стороны потока.

Математическая модель ТППР с гидродинамически уравновешенным ЧЭ

Математическая модель ТППР с гидродинамическим уравновешиванием ЧЭ представляет собой систему дифференциальных уравнений вращательного движения ЧЭ и его поступательного продольного перемещения:

$$\begin{cases} 2\pi J \frac{dn}{dt} = M_D - \sum M_C \\ A \frac{d^2x}{dt^2} = \sum F \end{cases} \quad (1)$$

*Движущий момент*, действующий на ЧЭ ТППР со стороны потока измеряемой жидкости, в общем случае имеет вид

$$M_P = \frac{\rho_{II} r_m l}{2} z \int_{r_{BT}}^{r_H} (\Delta v)^2 dr. \quad (2)$$

Работа ТППР зависит от характера течения измеряемой среды в момент взаимодействия с ЧЭ, то есть от эпоры скоростей. Значит, для учета реальной структуры течения в уравнении движущего момента необходимо знать закон распределения скоростей перед ЧЭ.

Особенностью работы ТППР является то, что измеряемая жидкость протекает в кольцевом канале между корпусом ПР и втулкой турбинки. ТППР преимущественно работают при турбулентном режиме движения измеряемой жидкости.

Для турбулентного движения жидкости в кольцевом канале уравнение распределения скоростей имеет вид:

$$v = v_{CP} \left[ 1 - \left( \frac{r_m - r}{r_m - r_{BT}} \right)^m \right] \text{ при } r_{BT} < r < r_m; \quad (3)$$

$$v = v_{CP} \left[ 1 - \left( \frac{r - r_m}{r_K - r_m} \right)^m \right] \text{ при } r_m < r < r_K. \quad (4)$$

Наличие продольного перемещения ЧЭ влияет на значение средней скорости потока измеряемой жидкости

$$v_{CP} = \frac{Q}{S_{Ж} \sin \beta} - \frac{dx}{dt}. \quad (5)$$

С учетом (3) и (4) выражение (2) для турбулентного течения измеряемой среды приобретает вид

$$M_P = \frac{\rho_{II} r_m l}{2} z \left( \int_{r_{BT}}^{r_m} (\Delta v)^2 dr + \int_{r_m}^{r_H} (\Delta v)^2 dr \right). \quad (6)$$

Интегрируя (6), получаем

$$M_P = \frac{\rho_{II} r_m l}{2} z \left[ v_{CP}^2 (k_1 \operatorname{tg} \beta)^2 \left[ (r_H - r_{BT}) - 2 \left[ \frac{r_m - r_{BT}}{m+1} \right] + \right. \right.$$

$$\left. + \left[ \frac{r_m - r_{BT}}{2m+1} \right] - 2 \left( \frac{r_K - r_m}{m+1} \right) \left[ \frac{r_H - r_m}{r_K - r_m} \right]^{m+1} + \right. \\ \left. + \left( \frac{r_K - r_m}{2m+1} \right) \left[ \frac{r_H - r_m}{r_K - r_m} \right]^{2m+1} \right] + \frac{4}{3} \pi^2 n^2 (r_H^3 - r_{BT}^3) - \\ - 4 \pi v_{CP} k_1 \operatorname{tg} \beta n \left[ \left[ \frac{r_H^2 - r_{BT}^2}{2} \right] + \left( \frac{r_m^2 + r_m m r_{BT} - r_{BT}^2}{m^2 + 3m + 2} - \frac{r_{BT}^2}{2 + m} \right) + \right. \\ \left. + \left[ \frac{r_m - r_H}{r_m - r_K} \right]^m \left( \frac{r_H^2}{m+2} - \frac{r_m m r_H + r_m^2}{m^2 + 3m + 2} \right) \right]. \quad (7)$$

*Момент инерции ЧЭ* определяется моментом инерции турбинки и моментом инерции присоединенных к турбинке масс [6]:

$$J_T = \frac{1}{2} \pi \rho_T r_{BT}^4 s + z \rho_T (r_H - r_{BT}) h l \left( \frac{r_H + r_{BT}}{2} \right)^2 + \\ + z \left( \frac{1}{12} \left[ ((r_H - r_{BT})^2 + l^2) \sin^2 \beta + (h^2 + (r_H - r_{BT})^2) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \cos^2 \beta \right] \rho_T (r_H - r_{BT}) h l + \right. \\ \left. + z \left( \mu_{II} \rho_{II} \frac{lh^4}{48} + \left( \frac{r_H + r_{BT}}{2} \right)^2 \rho_{II} (r_H - r_{BT}) h l \right). \quad (8)$$

Для турбинного ПР выражение, описывающее сумму моментов сопротивления вращению ЧЭ, имеет вид:

$$\sum M_O = M_{BTP} + M_{OII} + M_{BII}. \quad (9)$$

*Момент сил вязкого трения* между турбинкой и потоком согласно [7] определяется по формуле

$$M_{BTP} = 15,2394 \rho_{II} v^{0,5} r_{BT}^4 n^{1,5} + \\ + \frac{\pi \rho_{II} r_H^2 s}{4 S_{Ж}^2 \sin^2 \beta} \lambda Q^2 \left( 1 - \frac{\sin^2 \beta}{Q/S_{Ж}} \frac{dx}{dt} \right)^2 + \\ + \frac{0,0279}{\tau_P} \rho_{II} \frac{z l r_{CP} (r_H - r_{BT}) \cos \beta}{\sin^2 \beta S_{Ж}^2} Q^2 \times$$

$$\times \left( 1 - \frac{\sin^2 \beta}{Q/S_{\text{Ж}}} \frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{4\pi\mu shzr_H r_K^2}{\sin \beta_h V (r_K^2 - r_H^2)} Q. \quad (10)$$

*Момент трения в опорах.* В турбинных ПР применяются два вида опор ЧЭ: подшипниковые опоры качения и опоры скольжения.

В случае применения цилиндрических подшипников имеем

$$M_{\text{оп}} = \frac{4}{\pi} \zeta_{\text{ТР}} F_r \frac{d}{2} + \sqrt{\left( 0,1651875\pi \zeta_{\text{ТР}} F_{\text{OC}} \sqrt{F_{\text{OC}} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \frac{d}{2}} \right)^2 + \left( \frac{4}{\pi} \zeta_{\text{ТР}} F_r \frac{d}{2} \right)^2}. \quad (11)$$

Второе уравнение системы (1) с учетом всех сил, действующих на ЧЭ можно представить так [8]:

$$+ \rho_o \left[ \frac{\pi}{3} (s_{o1})^2 (3r_1 - s_{o1}) + \pi r_2^2 s_{o2} \right]. \quad (13)$$

$$A \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{OC}} - F_{\text{BP}} + F_{\text{PEГ}}. \quad (12)$$

Масса ЧЭ определяется суммой масс турбины и обтекателя

$$A = \rho_T s \left( \pi r_{\text{BT}}^2 + z \frac{h(r_H - r_{\text{BT}})}{\sin \beta} \right) +$$

*Осевое усилие,* действующее на ЧЭ, определяется суммой осевого усилия, действующего на турбинку (рис. 1), и осевого усилия, воспринимаемого выходным обтекателем [9]:

$$F_{\text{OC}} = \frac{\rho_{\text{II}} Q^2}{2} \left( C_{\text{XT}} \frac{(r_H - r_{\text{BT}}) h}{S_{\text{Ж}}^2} + \lambda \frac{(r_H - r_{\text{BT}}) s z}{2a S_{\text{ЖТ}}^2 \cos^2 \beta} + C_{\text{ХО}} \frac{S_o}{S_{\text{ЖО}}^2} + \left( \frac{1}{S_2^2} \left[ 1 + k \frac{C_{\text{ХО}} S_3 / S_{\text{Ж1}}}{(1 - \tau S_3 / S_{\text{Ж1}})^3} \right] - \frac{1}{S_{\text{Ж1}}^2} \right) S_o \right). \quad (14)$$

*Сила, уравнивающая турбинку,* образуется благодаря разности давлений  $P_1 - P_2$ , которая выражается в долях скоростного напора  $\varepsilon$ :

есть когда ЧЭ максимально приближается к входному обтекателю.

Окончательно выражение (16) принимает вид

$$F_{\text{BP}} = \varepsilon (S_3 - S_2) \frac{\rho_{\text{II}} v^2}{2}. \quad (15)$$

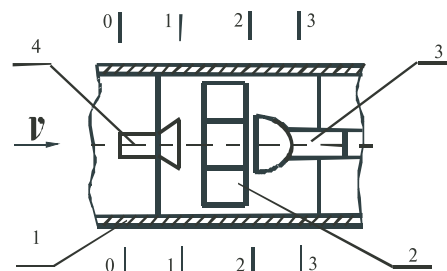
$$F_{\text{PEГ}} = (1 + \varepsilon) S_{\text{PEГ max}} \frac{\rho_{\text{II}} v^2}{2} \varphi(x). \quad (17)$$

*Регулирующее усилие.* Сила  $F_{\text{PEГ}}$ , создаваемая регулятором осевого положения ротора, направлена навстречу уравнивающей силе  $F_{\text{BP}}$ . Она возникает в результате повышения давления по сравнению с  $P_1$ :

С учетом (2) – (17) система уравнений (1) для турбулентного течения принимает вид:

$$F_{\text{PEГ}} = (P_0 - P_1) S_{\text{PEГ max}} \varphi(x). \quad (16)$$

Характер функции  $\varphi(x)$  определяется принципиальной схемой и конструкцией ТППР, но во всех случаях ее величина находится в пределах  $0 \leq \varphi(x) \leq 1$ . Причем  $\varphi(x) = 0$  при смещении ЧЭ в крайнее по потоку положение и  $\varphi(x) = 1$ , когда ЧЭ находится в другом крайнем положении, то



**Рис. 1. Схема исследуемого ТППР.**  
1 – корпус, 2 – турбинка, 3 – выходной обтекатель, 4 – входной обтекатель,  $v$  – скорость потока, 0, 1, 2, 3 – живые сечения потока.

$$\begin{aligned}
 & \left\{ 2\pi \left( \frac{1}{2} \pi \rho_T r_{BT}^4 s + z \rho_T (r_H - r_{BT}) h l_L \left( \frac{r_H + r_{BT}}{2} \right)^2 + \right. \right. \\
 & + z \left( \frac{1}{12} \left[ (r_H - r_{BT})^2 + l_L^2 \right] \sin^2 \beta + \left( h^2 + (r_H - r_{BT})^2 \right) \cos^2 \beta \right) \rho_T (r_H - r_{BT}) h l_L + \\
 & + \rho_O \pi \left[ \frac{(l_{O1})^3 \left[ 5r_1(4r_1 - 3l_{O1}) + 3(l_{O1})^2 \right]}{30} + \frac{1}{2} r_2^4 (l_{O2}) \right] + \\
 & + z \left( \mu_{ПМ} \rho_{П} \frac{l_L h^4}{48} + \left( \frac{r_H + r_{BT}}{2} \right)^2 \rho_{П} (r_H - r_{BT}) h l_L \right) \left. \right) \frac{dn}{dt} = \\
 & = a \left( \left( v_{CP} - \frac{dx}{dt} \right)^2 (k_1 \operatorname{tg} \beta)^2 \left[ (r_H - r_{BT}) - 2 \left[ \frac{r_m - r_{BT}}{m+1} \right] + \left[ \frac{r_m - r_{BT}}{2m+1} \right] - \right. \right. \\
 & - 2 \left( \frac{r_K - r_m}{m+1} \right) \left[ \frac{r_H - r_m}{r_K - r_m} \right]^{m+1} + \left. \left( \frac{r_K - r_m}{2m+1} \right) \left[ \frac{r_H - r_m}{r_K - r_m} \right]^{2m+1} \right] - \\
 & - 4\pi \left( v_{CP} - \frac{dx}{dt} \right) k_1 \operatorname{tg} \beta n \left[ \left[ \frac{r_H^2 - r_{BT}^2}{2} \right] + \left( \frac{r_m^2 + r_m r_{BT}}{m^2 + 3m + 2} - \frac{r_{BT}^2}{2 + m} \right) \right. \\
 & + \left. \left[ \frac{r_m - r_H}{r_m - r_K} \right]^m \left( \frac{r_H^2}{m+2} - \frac{r_m r_H + r_m^2}{m^2 + 3m + 2} \right) \right] + \frac{4}{3} \pi^2 n^2 (r_H^3 - r_{BT}^3) \left. \right) - (15,2394 \rho_{П} v^{0,5} r_{BT}^4 n^{1,5} + \\
 & + \frac{4\pi \mu s h z r_H r_K^2}{\sin \beta_h V (r_K^2 - r_H^2)} Q + \frac{\pi \rho r_H^2 s}{4 S_{Ж}^2 \sin^2 \beta} \lambda Q^2 \left( 1 - \frac{\sin^2 \beta}{Q/S_{Ж}} \frac{dx}{dt} \right)^2 + \\
 & + \frac{0,0279}{\tau} \rho_{П} \frac{z l_{CP} r_{CP} (r_H - r_{BT}) \cos \beta}{\sin^2 \beta S_{Ж}^2} Q^2 \left( 1 - \frac{\sin^2 \beta}{Q/S_{Ж}} \frac{dx}{dt} \right)^2 + \\
 & + \frac{2}{\pi} \zeta_{TP} F_r d + \sqrt{\left( 0,1651875 \pi \zeta_{TP} F_{OC}^3 \sqrt{F_{OC} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) R} \right)^2 + \left( \frac{2}{\pi} \zeta_{TP} F_r d \right)^2} \left. \right\}; \\
 & \left( \rho_T s \left( \pi r_{BT}^2 + z \frac{h(r_H - r_{BT})}{\sin \beta} \right) + \rho_O \left[ \frac{\pi}{3} (s_{O1})^2 (3r_1 - s_{O1}) + \pi r_2^2 s_{O2} \right] \right) \frac{d^2 x}{dt^2} = \\
 & = \frac{\rho_{П} Q^2}{2} \left( C_{XT} \frac{(r_H - r_{BT}) h}{S_{Ж}^2} + \lambda \frac{(r_H - r_{BT}) s z}{2 a S_{ЖT}^2 \cos^2 \beta} + C_{XO} \frac{S_O}{S_{ЖO}^2} + \right. \\
 & + \left. \left( \frac{1}{S_2^2} \left[ 1 + k \frac{C_{XO} S_3 / S_1}{(1 - \tau S_3 / S_1)^3} \right] - \frac{1}{S_1^2} \right) S_O \right) - \varepsilon (S_3 - S_2) \frac{\rho_{П} Q^2}{2 \pi^2 (r_K^2 - r_3^2)^2} + (1 + \varepsilon) \pi (r_{BT}^2 - r_1^2) \varphi(x) \frac{\rho_{П} Q^2}{2 S_{Ж}^2}.
 \end{aligned}$$

Алгоритм решения полученной системы состоит в следующем:

- уравнение продольного перемещения ротора решается с учетом граничных условий в статическом установившемся режиме;
- полученное значение продольного перемещения подставляется в первое уравнение системы;
- первое уравнение системы решается численными методами.

### **Выводы**

Разработанная математическая модель позволяет получить и исследовать градуировочные характеристики ПР, кривые погрешности ПР, зависимость перепада давления на ПР от расхода измеряемой среды, реакцию ПР на разные динамические воздействия.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. *Писарець А.В.* Покращення метрологічних характеристик турбінних вимірювачів витрат. “ПРИЛАДОБУДУВАННЯ 2004: стан і перспективи”. Третя науково-технічна конференція. 20 – 21 квітня 2004 р. Збірка наукових праць. – С. 231 – 232.
2. *Бошняк Л.Л., Бызов Л.Н.* Тахометрические расходомеры. Л.: Машиностроение, 1968. – 212 с.
3. *Бошняк Л.Л.* Измерения при теплотехнических исследованиях. Л.: Машиностроение, 1974. – 448 с.
4. *Бошняк Л.Л., Бызов Л.Н.* Измерение малых расходов жидкостей. М. – Л.: Машгиз, 1961. – 80 с.
5. *Бобровников Г.Н., Камышев Л.А.* Теория и расчет турбинных расходомеров. М.: Издательство стандартов, 1978. – 128 с.
6. *Коробко І.В., Писарець А.В.* Дослідження рівняння руху первинного перетворювача швидкісних засобів вимірювання витрат енергоносіїв. Вестник Национального технического университета Украины “Киевский политехнический институт”, выпуск № 42. Машиностроение. Том 2, Киев, 2002. – С. 42 – 45.
7. *Коробко І.В., Писарець А.В.* Дослідження моменту в'язкого тертя в швидкісних турбінних перетворювачах витрат. Вестник Национального технического университета Украины “Киевский политехнический институт”, выпуск № 44. Машиностроение, Киев, 2003. – С. 233 – 235.
8. *Коробко І.В., Писарець А.В.* Дослідження роботи швидкісних засобів вимірювання витрат рідин з розвантаженим ротором. Вісник Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”. Приладобудування, випуск 25. – С. 89 – 94.

*Получено 18.09.2005 г.*