

УДК 532.517.4

Долинский А.А., Авраменко А.А., Басок Б.И.

Институт технической теплофизики НАН Украины

ДИСКРЕТНО-ИМПУЛЬСНЫЙ ВВОД И ТРАНСФОРМАЦИЯ ЭНЕРГИИ – НОВЫЙ ПОДХОД К ВОЗДЕЙСТВИЮ НА МНОГОФАКТОРНЫЕ СИСТЕМЫ. ЧАСТЬ III. БИОТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ДИВЭ

В огляді розглянуто основи методів розрахунку складних багатofакторних турбулентних потоків. Представлено біотехнологічні застосування принципу ДІВЕ до проблем ферментації, засновані на теорії біоконвекції – нового розділу сучасної науки, що вивчає гідродинамічні та тепломасообмінні процеси, викликані рухом мікроорганізмів.

В обзоре рассмотрены основы методов расчета сложных турбулентных многофакторных потоков. Представлены биотехнологические приложения принципа ДИВЭ к проблемам ферментации, основанные на теории биоконвекции – нового раздела современной науки, изучающей гидродинамические и тепломассообменные процессы, вызванные движением микроорганизмов.

In this review, we consider the fundamentals of computational methods of complex turbulent multifactor streams. The biotechnological applications of the DPEI principle to the problems of fermentation, based on the theory of bioconvection – a new branch of the modern science studying the hydrodynamical and heat and mass transfer processes induced by the motion of microorganisms, are presented.

Размерные величины:

C – константа;
 k – кинетическая энергия турбулентности;
 l – масштаб турбулентности;
 t – время;
 u – скорость;
 x – координата;
 Z – параметр;
 ε – скорость диссипации;
 μ_t – динамический коэффициент турбулентной вязкости;
 ρ – плотность;
 ω – частота.

Безразмерные величины:

Pr – число Прандтля;
 Re – число Рейнольдса.

Индексы:

rev – граница действия обратного каскадного механизма Ричардсона;
 t – турбулентные параметры.

Методы расчета турбулентных многофакторных потоков в процессах ДИВЭ

Процессы ДИВЭ протікають в умовах інтенсивного впливу різних факторів, що

Сокращения:

ААВ – аппарат адиабатного вскипания;
 ДИВЭ – дискретно-импульсный ввод энергии;
 ППА – пневмо-пульсационный аппарат;
 РПА – роторно-пульсационный аппарат;
 DIA – аппроксимации прямого взаимодействия;
 DNS – прямое численное моделирование;
 LES – крупномасштабное моделирование;
 PDF – функция плотности вероятности;
 POD – соответствующая ортогональная декомпозиция;
 RNG – ренормализационная группа;
 RSM – модель напряжений Рейнольдса;
 TSDIA – двухмасштабная теория аппроксимации прямого взаимодействия.

требує їх адекватного урахування. При цьому спектр чисел Рейнольдса може покривати широкий діапазон і, відповідно, можуть існувати різні гідродинамічні режими в апаратах і пристроях ДИВЭ. Найбільш сприятливий

режим течения с точки зрения реализации принципов ДИВЭ – это развитое турбулентное течение. Таким образом, возникает задача корректного моделирования таких типов течения с учетом воздействия дополнительных возмущений, вызванных нестационарностью, неустойчивостью или силовыми полями различной природы.

Для расчета турбулентных многофакторных потоков в настоящее время существует ряд концепций. Исторически первой возникла концепция Буссинеска, основанная на прямой аналогии с законом трения Ньютона для ламинарных течений. Буссинеск ввел коэффициент турбулентной (кажущейся или виртуальной) вязкости как коэффициент пропорциональности между тензором напряжений и скоростей деформации. Первые модели, которые были построены на этой концепции – это модель переноса завихренности Тейлора, модель пути смешения Прандтля и модель подобия турбулентных пульсаций Кармана. Все эти модели относятся к классу так называемых моделей нулевого порядка. Порядок модели определяется количеством дополнительных дифференциальных уравнений, замыкающих уравнения Навье-Стокса. Модели Тейлора, Прандтля и Кармана не содержат дополнительных уравнений и поэтому относятся к моделям нулевого порядка. Примерами моделей первого порядка служат модели, включающие одно дополнительное дифференциальное уравнение. Это может быть уравнение для турбулентной или эффективной вязкости, кинетической энергии турбулентности, масштаба турбулентности, турбулентного напряжения. На сегодняшний день самыми распространенными являются модели второго порядка, которые содержат два дополнительных уравнения. Эти модели в обобщенной форме можно представить в виде [1] $k - k^m l^n$, где l представляет собой масштаб турбулентности. В зависимости от сочетания показателей m и n получаем различные модели второго порядка. Эти модели включают уравнение для кинетической энергии турбулентности k и уравнение для параметра Z , который представлен в таблице. Уравнение для Z в тензорной форме имеет следующий вид

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \bar{u}_n \frac{\partial Z}{\partial x_n} - \frac{\partial}{\partial x_n} \left(\frac{\mu_t}{\rho \text{Pr}_Z} \frac{\partial Z}{\partial x_n} \right) = \frac{S_z}{\rho},$$

где S_Z представляет собой источниковый член, а Pr_Z – аналог числа Прандтля для соответствующей величины.

Разработка моделей более высокого порядка была обусловлена необходимостью возможности учета как можно большего числа различных аспектов турбулентности. Моделью наиболее высокого порядка является модель напряжений Рейнольдса (RSM – Reynolds stress model), которая для трехмерных потоков включает одиннадцать уравнений: четыре уравнения Навье-Стокса, шесть уравнений для компонент тензора напряжений и уравнение для скорости диссипации. Уравнение для скорости диссипации вводится для моделирования моментов третьего порядка, которые входят в уравнения напряжений. Модель напряжений Рейнольдса позволяет исключить концепцию турбулентной вязкости. Это особенно актуально для моделирования процессов ДИВЭ, так как RSM позволяет моделировать процессы, в которых реализуется обратный каскадный механизм Ричардсона передачи турбулентной энергии, без введения понятия отрицательной турбулентной вязкости.

В зависимости от вида течения могут варьироваться численные значения констант моделей, а также добавляться дополнительные члены. Однако требования сегодняшнего дня заставляют уходить от эмпирических подходов, так как для моделирования сложных турбулентных процессов, что особенно важно для технологий ДИВЭ, необходимо правильно учитывать влияние многочисленных факторов на поток.

Один из подходов, который позволил отойти от феноменологии при моделировании турбулентности – это ренормализационный анализ. Этот подход активно развивается в последние десятилетия, и позволил получить теоретические значения констант моделей турбулентности и унифицировать сами модели для различных типов потоков. Основы данного подхода кратко описаны во второй части статьи. На его основе разработаны RNG k - ϵ модели турбулентной вязкости для различных типов течения.

Двухпараметрическая RNG k - ϵ модель содержит два дополнительных уравнения. В работах [2, 3] построена однопараметрическая RNG модель для эффективной вязкости и температуропро-

Таблица.

m	n	модель	Z	турбулентная вязкость
0	1	$k - l$	l	$\mu_t = C_\mu' \rho l \sqrt{k}$
1	1	$k - kl$	kl	$\mu_t = C_\mu' \rho l \sqrt{k}$
1	-2	$k - \omega$	k/l^2	$\mu_t = C_\omega \rho k / \omega$
3/2	-1	$k - \varepsilon$	$k^{3/2}/l$	$\mu_t = C_v \rho k^2 / \varepsilon$

водности на основе RNG k - ε модели. Наличие лишь одного дополнительного уравнения (по сравнению с двухпараметрическими моделями) ускоряет и упрощает процедуру расчета.

Еще одно направление моделирования турбулентности – это подходы, основанные на теории "аппроксимации прямого взаимодействия" [4] (DIA – direct-interaction approximation). Первоначально на основе этой теории не удалось корректно описать поведение турбулентности в инерционном диапазоне. Этот недостаток удалось избежать на основе модификации первоначальной теории. Была предложена двухмасштабная теория аппроксимации прямого взаимодействия (TSDIA – two-scale direct-interaction approximation) [5, 6], основанная на комбинации концепции DIA и разделения масштабов средних и пульсирующих полей. Это разделение масштабов основано на локальной равновесной концепции Колмогорова, согласно которой турбулентность является изотропной и гомогенной в малых масштабах.

При численном моделировании турбулентных потоков широкое распространение получили методы крупномасштабного моделирования. По сути этот подход сводится к моделям нулевого подхода, когда нет необходимости вводить дополнительное уравнение для турбулентной вязкости, а сама турбулентная вязкость вводится через крупные вихри с размером, равным размеру ячейки численной схемы. Впервые такой подход был предложен Смагоринским [7] при моделировании атмосферных явлений. В работе [8] LES модель турбулентности была получена на основе ренормализационно-группового подхода.

Развитие компьютерной техники привело к разработке и усовершенствованию прямых мето-

дов численного моделирования турбулентных течений [9]. Прямые методы численного моделирования предназначены для возможно более полного анализа турбулентных течений на основе исходных законов движения. Нестационарные уравнения Навье-Стокса рассматриваются как основа простейшей теории турбулентности без каких-либо ограничений и гипотез относительно пульсационных составляющих гидродинамических полей. Такой подход удобен при моделировании турбулентных потоков с обратным каскадным механизмом Ричардсона, потому что нет необходимости ввода понятия отрицательной турбулентной вязкости. Это делает привлекательными методы DNS при исследовании процессов ДИВЭ.

Прямые методы численного моделирования требуют очень больших затрат машинного времени, т. к. отношение наибольших характерных масштабов течения к наименьшим есть величина, которая определяет число степеней свободы, необходимых для численного представления поля течения. Эта величина $\sim \text{Re}^{4n}$, где $n = 3/4$ в случае однородной турбулентности и $7/8 \leq n \leq 1$ в случае течения в канале, если в качестве l берется толщина вязкого подслоя. Видно, что ограничение возможностей применения методов DNS обусловлено значением числа Рейнольдса. В последнее время с развитием суперкомпьютеров это ограничение все больше утрачивает свое значение.

С учетом достигнутого прогресса в области создания суперкомпьютеров следует ожидать, что методы LES и DNS будут становиться все более полезным инструментом исследования практических задач механики жидкости и газа. Это относится и к прогнозированию сложных много-

факторных процессов, характерных для разнообразных технологий ДИВЭ.

Еще одно направление численных методов расчета турбулентных течений, которое развивается в последнее время – вероятностные (стохастические) методы, основанные на представлении осредненной величины через ее функцию плотности вероятности (PDF – probability density function) и саму величину.

Существует два направления выводов определяющих уравнений для вероятностных подходов анализа турбулентных потоков. Хопф вывел уравнение для характеристического функционала турбулентных движений из уравнений Навье-Стокса. Независимо от них Лундгрэн [10, 11] дал прямой вывод иерархической последовательности уравнений для одноточечной, двухточечной плотности вероятности без использования уравнения для функционала. Он рассматривал турбулентное движение несжимаемой жидкости, используя уравнение Больцмана и Фоккера-Планка. Несмотря на различие методов Хопфа и Лундгрена, они приводят к одним и тем же точным уравнениям.

Стохастические методы получили широкое распространение при моделировании химически реагирующих турбулентных потоков, турбулентного горения и микросмешения. Эти методы перспективны для моделирования процессов ДИВЭ, так как технологии ДИВЭ как раз и предполагают использование химически активных сред.

В последнее десятилетие одним из эффективных средств построения моделей малой размерности является метод ортогональной декомпозиции, основанный на процедуре Кархунена-Лоеве [11]. В соответствии с этим методом на основе данных численного моделирования или натурального эксперимента строится особый базис (называемый эмпирическим), который позволяет представить анализируемую информацию в виде малочленного ряда по этому базису.

Проблема уменьшения количества пробных функций при использовании спектральных методов анализа турбулентных потоков на современном этапе может решаться еще одним путем – использованием вэйвлетов (малых волн) и быстрого вэйвлет-преобразования [12]. По сути вэйвлет – это функция, которая используется в качестве веса при интегральных преобразованиях подобно

экспоненциальной или тригонометрической функциям, которые используются при преобразованиях Фурье. Свойства вэйвлетов позволяют, используя вэйвлет-преобразование, анализировать сложные явления на разных масштабах и в разных точках, решать уравнения, описывающие исключительно сложные нелинейные системы, содержащие взаимодействия на многих шкалах, изучать резко изменяющиеся функции и т.д. Вэйвлет – преобразование легко обобщается на множества любых размерностей и потому может применяться также и для анализа многомерных объектов. Описанный выше подход для анализа явлений и предсказания процессов является весьма перспективным с точки зрения приложения к разработке технологий ДИВЭ. Используя его, можно выявить новые закономерности в протекании процессов ДИВЭ и понять как улучшить технологии с точки зрения оптимизации по различным параметрам.

Некоторые объекты обладают свойством самоподобия (фрактальности). Это означает, что при изменении масштаба на новой шкале проявляются характеристики, подобные замеченным ранее на других масштабах. Это свойство приводит к степенным зависимостям для величин, характеризующих данный процесс или явление. Так как вэйвлет анализ состоит в изучении поведения объекта на разных масштабах, то он более всего подходит для исследования фрактального поведения. Применение вэйвлетов для анализа экспериментальных данных турбулентных течений показывает чрезвычайную фрагментарность турбулентных полей – фрагменты с высокой степенью турбулентности перемежаются с фрагментами с низкой турбулентностью. Такая природа турбулентности позволяет применить к ее изучению фрактальный подход. На сегодняшний день существует несколько моделей фрактального описания турбулентности [13-15]. Фрактальные размерности, свойственные природе турбулентности, оказывают существенное влияние на процессы переноса в турбулентных средах. Этот факт должен быть учтен при прогнозировании процессов тепломассообмена в турбулентных потоках, которые являются неотъемлемым свойством большинства технологий ДИВЭ.

На рис. 1 показана иерархическая схема современных методов, используемых для расчета сложных многофакторных турбулентных потоков.

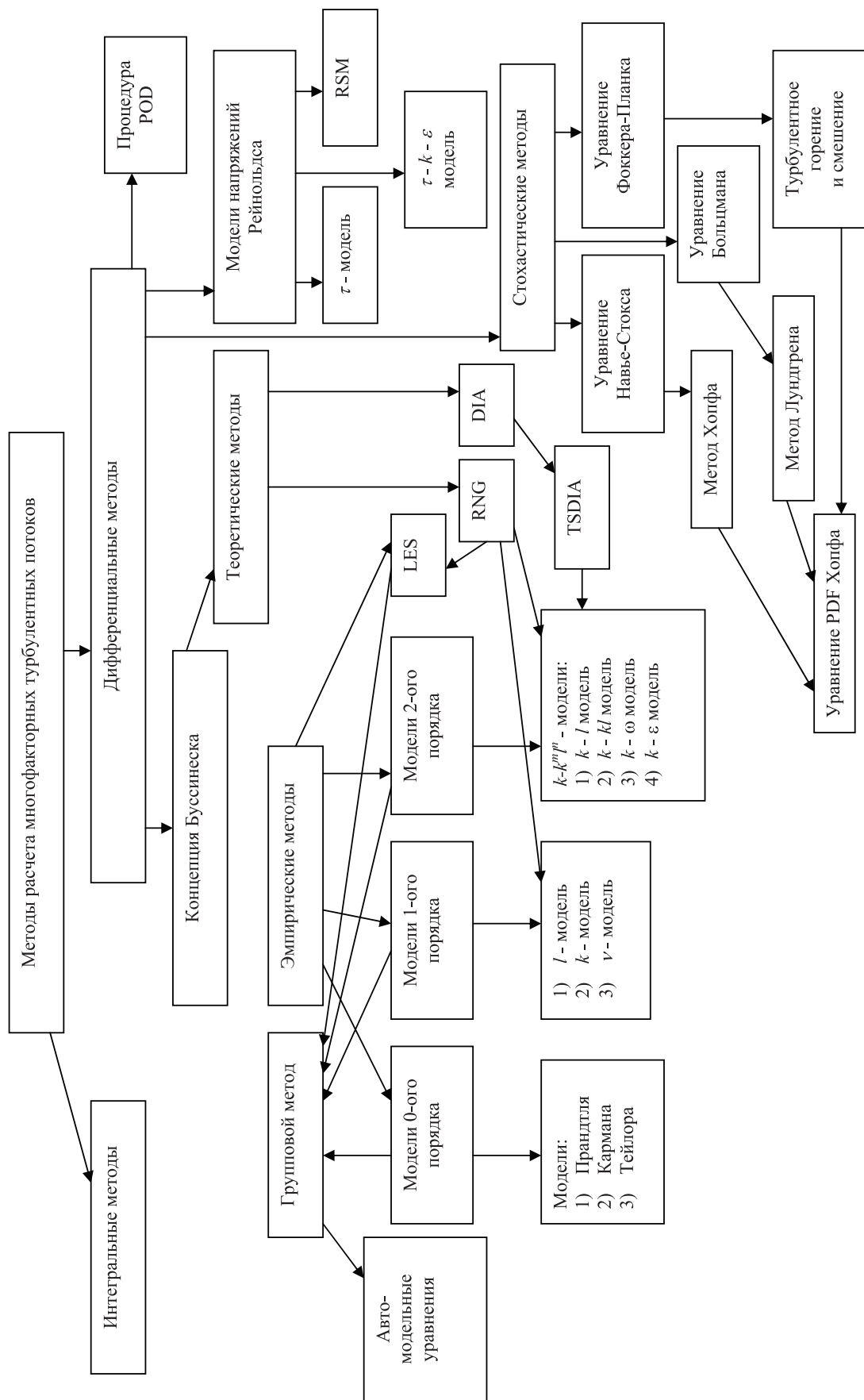


Рис. 1. Методы расчета многофакторных турбулентных потоков.

Биотехнологические приложения

В последнее время большое внимание уделяется развитию биотехнологий. Это вызывает необходимость тщательного изучения процессов, которые свойственны этому типу технологий.

Один из видов биотехнологий — ферментация. Как известно, с технологической точки зрения процессы ферментации определяются главным образом эффективной подачей, последующим барботированием и интенсивным перемешиванием питательного воздуха с культуральной средой микроорганизмов. Собственно, процесс ферментации заключается в выращивании микроорганизмов при равномерном локальном распределении кислорода, дискретно поступающего в технологический объем среды. Поэтому для реализации ферментативных процессов эффективно применение метода ДИВЭ. Для выбора оптимальных режимных параметров ферментации важны исследования различных теплофизических явлений, сопровождающих данный процесс, в частности, конвективных эффектов переноса вещества и энергии в базовой жидкости (как правило, воде), питающего кислорода, а также эффектов движения и массопереноса микроорганизмов — т.н. биоконвекции.

Биоконвекция — это новая, бурно развивающаяся область науки на стыке теплофизики, гидромеханики и биологии. Множество процессов в микробиологической, пищевой, химической и фармацевтической промышленности происходит в условиях интенсивной биоконвекции, поэтому ее изучение носит важный прикладной характер.

В отличие от традиционной многофазной теории переноса, где твердые частицы пассивны и увлекаются потоком жидкости (газа) или двигаются под действием внешних сил, биоконвекция рассматривает поток бактерий и морских водорослей. Подъемное движение микроорганизмов обычно вызвано реакцией на внешнее силовое поле тяжести или биохимический стимул (например, градиент концентрации кислорода). Реакция на внешнее силовое поле тяжести называется "гравитаксия" ("gravitaxis"). Количество самодвижущихся микроорганизмов в одном кубическом сантиметре может быть очень большим — 10^7 для режима с низкой концентрацией мик-

роорганизмов (когда взаимодействием между отдельными микроорганизмами можно пренебречь) и 10^{11} для "турбулентного" режима, когда микроорганизмы практически плотно упакованы. В последнем случае картина течения носит сложный характер, при котором статистические параметры потока подобны турбулентным пульсациям.

При моделировании биоконвективных процессов также важно обратить внимание на то, что движение индивидуальной бактерии не полностью детерминировано, а содержит случайный компонент. Поэтому при моделировании биоконвекции в уравнениях должны фигурировать стохастические члены. Определение надлежащей функциональной формы и величины этих стохастических членов — вероятно наиболее сложная часть в создании континуальной модели биоконвекции.

Континуальная модель биоконвекции включает уравнения движения, массообмена для несжимаемой жидкости и уравнения сохранения микроорганизмов [16]. В работе [17] теоретический анализ динамики развития процессов ферментации был основан на методах возмущений. В результате удалось выявить наличие вихревых структур, вызванных движением микроорганизмов. Периодически возникающие когерентные вихревые структуры в процессах ферментации играют определяющую роль рабочих элементов метода ДИВЭ, как и подобные вихревые образования при роторно-пульсационной и пневмопульсационной обработке дисперсных систем.

С деталями процессов биоконвекции в пористых и смешанных средах (пористая среда и чистая жидкость) можно ознакомиться в ряде работ [18-30].

Заключение

В настоящем обзоре была сделана попытка показать разнообразие теоретических (фундаментальных) подходов, которые используются или могут быть использованы при прогнозировании процессов, протекающих в рамках реализации технологий ДИВЭ. Основной вывод, который можно сделать — это необходимость того, что физические процессы следует рассматривать под

различными углами зрения, используя разнообразные математические подходы и новые модели. Это позволит, с одной стороны, выявить новые закономерности уже известных процессов и, следовательно, понять пути их оптимизации с точки зрения скорости протекания, экономической эффективности и т. д., с другой стороны, могут быть выявлены какие-то новые явления, которые могут быть использованы для практических нужд. Другой важный вывод состоит в том, что при физическом и математическом моделировании следует пытаться по возможности отходить от феноменологических (эмпирических) моделей и использовать более надежные групповые, статистические и другие теоретические подходы. При этом численное моделирование можно осуществлять на основе новейших концепций и схем, приведенных выше. В этом огромную помощь оказывают бурно развивающиеся компьютерные технологии (суперкомпьютеры) и пакеты прикладных программ. Таким образом, компьютеризация представляет собой путь к универсализации расчетных методов. При этом отпадает необходимость в программной реализации частных задач. Еще одним важным следствием компьютеризации стала возможность сокращения дорогостоящих экспериментов. Возможности современных компьютеров и численных технологий позволяют моделировать физические процессы в полной постановке с учетом всевозможных факторов (что ранее было невозможно) и тем самым сократить количество экспериментальных исследований, а проводить эксперимент для проверки моделей лишь в каких-то отдельных точках фазового пространства эксперимента.

Процессы ДИВЭ носят многоярусный (многомасштабный) характер. Многомасштабность означает, что эти процессы протекают в широком диапазоне временных и линейных масштабов, начиная с наномасштабов и заканчивая макромасштабами. Следовательно, существует некая иерархия процессов ДИВЭ, когда каждый процесс занимает определенный ярус, отвечающий конкретному поддиапазону масштабов. Все разномасштабные процессы связаны между собой и воздействуют на характер протекания друг друга. В результате образуется цепочка процессов, которую, согласно принципу ДИВЭ, необходимо

организовать таким образом, чтобы самым экономичным способом равномерно распределить энергию по пространству. Многомасштабность и многофакторность (которая отмечалась в обзоре) процессов ДИВЭ требует разнообразия теоретических подходов, применение которых и позволяет выявить упомянутую цепочку, связывающую процессы различных ярусов. Причем различные подходы обладают теми или иными преимуществами при исследовании процессов конкретных масштабов. Так, например, при изучении наномасштабных процессов, которые характерны для процессов деструкции мельчайших структур, в том числе на уровне слоя поверхностно активных веществ паровых образований и субклеточном уровне биологических объектов, очевидно, очень часто наиболее удобен гамильтонов подход с привлечением групповых и возмущающих методов. В настоящее время разработан математический аппарат групповых методов как для обычных, так и для эволюционных гамильтоновых систем. При этом данный подход можно применять к непосредственному анализу систем и к построению законов сохранения, что дает качественные оценки характера протекания процесса.

Если процессы ДИВЭ сопровождаются фазовыми переходами без поглощения и выделения теплоты, то в этом случае наиболее привлекателен ренормгрупповой анализ, наряду с методами теории перколяции. Этот подход позволяет без привлечения эмпирической информации анализировать как сами фазовые переходы, так и нанопроцессы, которые могут их сопровождать. При этом весьма полезными могут оказаться методы линейных и нелинейных возмущений.

Следующий ярус ДИВЭ занимают процессы микромасштабного уровня, которые характерны для турбулентного переноса и тепло-гидродинамической неустойчивости. Такие процессы являются неотъемлемой чертой явлений, происходящих в роторно-пульсационных аппаратах, пневмо-пульсационных аппаратах и аппаратах адиабатного вскипания. Для разработки моделей указанных процессов в настоящее время, очевидно, наиболее плодотворными являются методы ренормализационно-группового подхода и теории линейной и нелинейной неустойчивости.

Использование этих методов позволяет избежать или уменьшить до минимума применение эмпирических подходов. Кроме того, численное моделирование сложных многофакторных турбулентных и переходных потоков, широко распространенных в технологиях ДИВЭ, на современном этапе проводится с использованием LES, DNS и PDF моделей, POD процедуры. При теоретическом анализе используются теория вэйвлетов и фракталов. То же касается и моделирования процессов биоконвекции и ферментации.

Наконец, динамика развития и деструкции паровых и капельных образований, которые также характерны для РПА, ППА и ААВ, составляют макромасштабный уровень процессов ДИВЭ. Хотя в данном случае не удается избежать феноменологических подходов, но применение методов линейной и нелинейной неустойчивости позволяет выявить многие интересные закономерности, которые остаются незамеченными при использовании традиционных методов исследования автономных систем.

Таким образом, существует определенная иерархия процессов ДИВЭ, каждому уровню (масштабу) которой соответствуют те или иные теоретические подходы. В упрощенном виде такая иерархическая система показана на рис. 2

Для дальнейших исследований многофакторных систем следует по возможности как можно шире использовать спектр всех отмеченных моделей, подходов, методов и процедур. Несомненно, это будет одним из условий успешного решения многих фундаментальных и прикладных проблем, которые стоят перед наукой на сегодняшний день.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рейнольдс А. Дж. Турбулентные течения в инженерных приложениях. — М.: Энергия, 1979. — 408 с.
2. Авраменко А.А., Басок Б.И., Кузнецов А.В. Теоретическая однопараметрическая модель турбулентных вязкости и температуропроводности // Пром. теплотехника. — 2004. — 26, № 5. — С. 10-13.
3. Авраменко А.А. Модель турбулентности первого порядка на основе RNG k - ϵ модели // Доповіді НАН України. — 2005. — 4. — С. 77-80.
4. Kraichnan R. H. Decay of isotropic turbulence in the direct-interaction approximation // Phys. Fluids. — 1964. — 7. — P. 1030-1048.
5. Yoshizawa A. A statistical theory of thermal — driven turbulence shear flows with the derivation of subgrid model // J. Phys. Soc. Jpn. — 1983. — 52. — P. 1194-1205.
6. Yoshizawa A. Statistical analysis of the derivation of Reynolds stress from its eddy viscosity representation // Phys. Fluids. — 1984. — 27. — P. 1377-1387.
7. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations // Mon. Weather Rev. — 1963. — 91. — P. 99-108.
8. Шуманн У., Гретцах Г., Кляйзер Л. Прямые методы численного моделирования турбулентных течений // Методы расчета турбулентных течений. — М.: Мир, 1984. — 103. — 226 с.
9. Lundgren T. S. Distribution function in the statistical theory of turbulence // Phys. Fluids. — 1967. — 10, N 5. — P. 969-975.
10. Lundgren T. S. Model equation for nonhomogeneous turbulence // Phys. Fluids. — 1969. — 12. — N 3. — P. 485-497.
11. Lumley J. L. The structure of inhomogeneous turbulent flows // Atmospheric Turbulence and Radio Wave Propagation, Nauka: Moscow, 1967. — P. 166. — 171.
12. Чуи Ч. Введение в вэйвлеты. — М.: Мир, 2001. — 412 с.
13. Osborne A. R., Caponio R. Fractal trajectories and anomalous diffusion for chaotic particle motions in 2D turbulence // Phys. Rev. Lett. — 1990. — 64. — N 15. — P. 1733-1736.
14. Sreenivasan K. R. Fractals & multifractals in fluid turbulence // Annu. Rev. Fluid Mech. — 1991. — 3. — P. 539-600.
15. Prasad R. R., Sreenivasan K. R. The measurement & interpretation of fractal dimensions of the scalar interface in turbulent flow // Phys. Fluids A 2. — 1990. — P. 792-807.
16. Pedley T. J., Kessler J. O. A new continuum model for suspensions of gyrotactic micro-organisms // J. Fluid Mech. — 1990. — 212. — P. 155-182.
17. Долинский А. А., Авраменко А. А., Басок Б. И., Кузнецов А. В. Биоконвективные эффекты в процессах ферментации // Пром. теплотехника. — 2005. — 27, № 5. — С. 5-10.

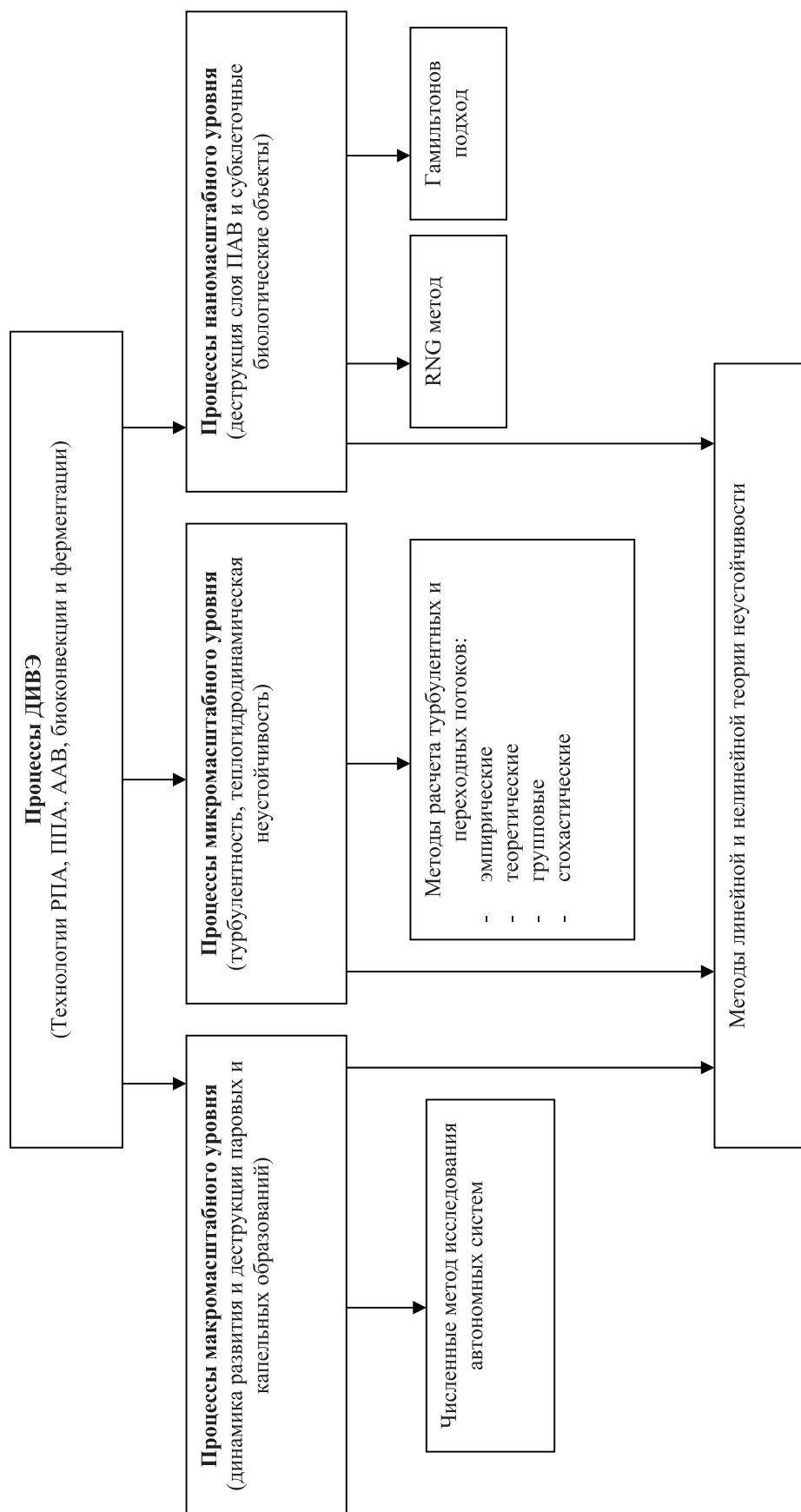


Рис. 2. Иерархическая система процессов ДИВЭ и методы их исследования.

18. *Kuznetsov A. V., Avramenko A. A.* A 2D analysis of stability of bioconvection in a fluid saturated porous medium – estimation of the critical permeability value // *Int. Comm. Heat Mass Transfer.* – 2002. – 29, № 2. – P. 175-184.
19. *Nield D. A., Kuznetsov A. V., Avramenko A. A.* The onset of bioconvection in a horizontal porous-medium layer // *Transport in Porous Media.* – 2004. – 54. – P. 335-344.
20. *Kuznetsov A.V., Avramenko A. A., Geng P.* Analytical investigation of a falling plume caused by bioconvection of oxytactic bacteria in a fluid saturated porous medium // *International Journal of Engineering Science.* – 2004. – 42. – P. 557-569.
21. *Авраменко А. А., Кузнецов А. В., Басок Б. И.* Неустойчивость биоконвективных процессов в пористых средах // *Пром. теплотехника.* – 2003. – 25, № 1. – С. 17-23.
22. *Kuznetsov A.V., Avramenko A.A, Geng P.* A Similarity Solution for a Falling Plume in Bioconvection of Oxytactic Bacteria in a Porous Medium // *International Communications in Heat and Mass Transfer.* – 2003. – 30, N 1. – P. 37-46.
23. *Kuznetsov A.V., Avramenko A.A.* Stability analysis of bioconvection of gyrotactic motile microorganisms in a fluid saturated porous medium // *Transport in Porous Media.* – 2003. – 53. – P. 95 – 104.
24. *Kuznetsov A.V., Avramenko A.A.* Analysis of stability of bioconvection of motile oxytactic bacteria in a horizontal fluid saturated porous layer // *International Communications in Heat and Mass Transfer.* – 2003. – 30, N 5. – P. 593 – 602.
25. *Kuznetsov A.V., Avramenko A.A.* The effect of deposition and declogging on the critical permeability in bioconvection in a porous medium // *Acta Mechanica.* – 2003. – 160, N 1-2. – P. 113 – 125.
26. *Kuznetsov A.V., Avramenko A.A.* Effect of small particles on the stability of bioconvection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a layer of finite depth // *International Communications in Heat and Mass Transfer.* – 2004. – 31, N 1. – P. 1 – 10.
27. *Becker S.M., Kuznetsova A.V, Avramenko A.A.* Numerical modeling of a falling bioconvection plume in a porous medium // *Fluid Dynamics Research.* – 2004. – 33. – P. 323 – 339.
28. *Avramenko A.A., Kuznetsov A.V.* Stability of a suspension of gyrotactic microorganisms in superimposed fluid and porous layers // *Int. Comm. Heat Mass Transfer.* – 2004. – 31, N 8. – P. 1057-1066.
29. *Kuznetsov A.V., Avramenko A.A.* Effect of Fouling on Stability of Bioconvection of Gyrotactic Microorganisms in a Porous Medium // *Journal of Porous Media.* – 2005. – 8. – P. 45 – 53.
30. *Avramenko A.A., Kuznetsov A.V.* Linear Instability Analysis of a Suspension of Oxytactic Bacteria in Superimposed Fluid and Porous Layers // *Transport in Porous Media.* – 2005. – 61. – P. 157-175.

Получено 22.02.2006 г.