## Ершин Ш.А., Туралина Д.Е.

### Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г.Алматы, Республика Казахстан

## ЕДИНАЯ ТЕОРИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ И ГОРЯЩЕГО ФАКЕЛА

У цій доповіді спробувано розробити єдину теорію турбулентних струменевих течій як інертних, так і реагуючих газів з інтенсивним виділенням теплової енергії та продуктів реагування. В основу цієї моделі покладено метод відновлених концентрацій. В настоящем докладе сделана попытка разработать единую теорию турбулентных струйных течений как инертных, так и реагирующих газов с интенсивным выделением тепловой энергии и продуктов реагирования. В основу этой модели положен метод восстановленных концентраций. In the present report attempt to develop the uniform theory of turbulent jet flows, both inert, and reacting gases with intensive allocation of thermal energy and products of reaction is made. The method of restored concentration is put in a basis of this model.

 $a_0$  – начальная концентрация топлива;  $\overline{a} = \frac{a}{a_0}, \overline{\delta} = \frac{\delta}{\delta_{\infty}};$ 

 $Q_a$  – теплотворная способность топлива;  $T_{a\partial}$  – адиабатическая температура горения; i – энтальпия ( $i = c_p T$ ,  $i_{\infty} = c_p T_{\infty}$ ); x, y – декартовы координаты;  $d_0, r_0$  – начальный диаметр и радиус струи;  $\overline{x} = \frac{x}{d_0}$  – безразмерное расстояние;

 $N = \frac{\mu_{\infty}}{\mu_0}$  — отношение молекулярных весов газов спутного потока ( $\mu_{\infty}$ ) и струи ( $\mu_0$ ) в начале истечения;

$$m_U = \frac{U_{\infty}}{U_0} = \frac{U_2}{U_1} - \text{параметр спутности;}$$

 $P_{U} = \rho U(U - U_{\infty}), P_{T}^{I} = \rho U c_{p}(T - T_{\phi})$  и  $P_{T}^{II} = \rho U c_{p}(T - T_{\infty}), P_{C} = \rho U(C - C_{\infty})$  – плотности избыточного потока импульса, избыточной энтальпии соответственно первой и второй зоны и вещества;

$$\omega = \frac{\rho_{\infty}}{\rho_0} = \frac{\rho_2}{\rho_1} - параметр сжимаемости;$$
  

$$\omega_1 = \frac{T_{\infty}}{T_0}, \ \omega_2 = \frac{T_{a\partial}}{T_0}.$$
  

$$p = (3+0.6\sqrt{m_U\omega})/(1+0.3\sqrt{m_U\omega});$$
  

$$q = 5(1+4\sqrt{m_U^2\omega});$$

 $\bar{\delta}_{1}^{**} = \frac{\bar{\delta}_{1}^{**}}{r_{0}}, \ \bar{\delta}_{2}^{**} = \frac{\bar{\delta}_{2}^{**}}{r_{0}}$  – соответствующие относительные толщины потери импульса на кромке сопла;

ξ<sub>*i*</sub> – дисперсия импульса, тепла и вещества;

$$\sqrt{\overline{\xi_i}} = \frac{\sqrt{\xi_i}}{r_0} ;$$

 $P_i(\overline{\xi_i}, \overline{y})$  – табулированная цилиндрическая функция;

- *F* \*- суммарное количество прореагировавших веществ;
- МЭЗТТ метод эквивалентной задачи теории теплопроводности.

### Верхние индексы:

- I значение внутренней зоны фронта пламени;
- II значение внешней зоны фронта пламени.

### Нижние индексы:

- a значение топлива (CH<sub>4</sub>);
- $\delta$  значение окислителя  $O_2$ ;
- g значение CO<sub>2</sub>;

$$h -$$
значение  $H_2 O$ 

*ад* — значение адиабатической температуры горения;

- ф значение на фронте пламени;
- 0 (или 1) значение на срезе сопла;
- $\infty$  (или 2) значение в окружающей среде (или в спутном потоке);
- i = U,T,C значение переносимой субстанции(импульса, энергии и вещества);
- т значение на оси;
- турб значение в турбулентных течениях.

Для устойчивой организации интенсивного смесеобразования практически во всех технических устройствах широко используется струйное взаимодействие жидкостей и газов. Поэтому струйные течения как инертных, так и химически активных газов лежат в основе многих технологических процессов. При этом во всех случаях в реальных аппаратах движение турбулентное, что ограничивает эффективное применение современных ЭВМ в связи с отсутствием достаточных знаний о механизме турбулентности и, соответственно, уравнений, описывающих турбулентное движение, законы тепломассопереноса.

В настоящее время широкое распространение в инженерной практике получила полуэмпирическая теория турбулентных струй, которая дает хорошее соответствие с экспериментальными данными по затопленным струям несжимаемой жидкости. В случае же струи переменной плотности, спутных и коаксиальных течений, согласия с экспериментом в подавляющем большинстве случаев добиться не удается. Это объясняется отсутствием обобщенных законов турбулентного обмена.

На кафедре механики КазНУ им. аль-Фараби в течение ряда лет проводятся исследования турбулентных струй. К настоящему времени установлены законы их дисперсий, справедливые в широком диапазоне изменения параметров истечения круглой струи. В результате удается рассчитать все основные характеристики развития турбулентных осесимметричных струй переменного состава, плотности, параметров спутности и сжимаемости. Они справедливы для химически инертных течений, что значительно облегчило количественный анализ картины развития разнообразных струйных течений и позволило отказаться от трудоемкого физического эксперимента.

Вместе с тем, для многих задач практики представляет интерес изучение тепломассопереноса в реагирующих средах. Теоретические разработки обычно ограничиваются рассмотрением процесса диффузионного горения газов с единичными сравнениями расчета с подходящим экспериментом.

Построение единой теории турбулентных струй и горящего факела позволяет сделать еще

один шаг вперед в развитии инженерных методов расчета струйных течений. Иначе говоря, настоящий подход позволяет рассматривать турбулентное струйное течение как инертных, так и реагирующих газов с единых позиций. В основу этой модели положен метод восстановленных концентраций Я.Б.Зельдовича [1].

### Применение МЭЗТТ к расчету диффузионного факела

Строгий количественный расчет турбулентных струй и диффузионного факела конечного размера крайне сложен. Поэтому с целью упрощения обычно используют различные интегральные или другие линеаризирующие задачу методы. Среди них наибольшее распространение и законченность получил МЭЗТТ, предложенный Л.А.Вулисом [2]. Более обоснованным представляется трактовка МЭЗТТ [3] как одна из форм применения интегральных соотношений к анализу турбулентных струй конечного размера, т.е. отказываются от решения нелинейных уравнений пограничного слоя, заменяя их системой линейных однородных уравнений типа :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \xi_i} = \frac{1}{y^k} \frac{\partial}{\partial y} \left( y^k \frac{\partial P_i}{\partial y} \right) \,. \tag{1}$$

Таким образом, по существу неизвестные реальные профили избыточных величин плотности потока импульса ( $\rho U\Delta U$ ), теплосодержания ( $\rho U\Delta h$ ) и вещества ( $\rho U\Delta C$ ) заменяются аппроксимирующими их функциями  $P_i$ , являющимися решениями уравнений (1) при соответствующих граничных условиях. Тогда входящая в решение координата  $\xi_i(x)$  есть ни что иное, как пространственная дисперсия указанных субстанций.

# О дисперсионных характеристиках инертных струй

Попытки определения функции дисперсии  $\xi_i(x)$  от параметров инертных турбулентных струй делались неоднократно [4-7]. К сожалению, не достаточно удачно. В этой связи, на кафедре механики нашего университета была проделана значительная работа по анализу и

обобщению экспериментальных исследований турбулентных струй более 40 различных авторов [8], что позволило установить универсальный закон турбулентной дисперсии для струй переменной плотности:

$$\frac{\sqrt{\xi_U}}{r_0} = \chi_U(\omega) \left[ \sqrt{\frac{\left|1 - m_U\right|}{1 + m_U}} (1 + m_U^2 \omega) + 5\sqrt{\frac{\left(\overline{\delta_1}^{**} + \overline{\delta_2}^{**}\right) m_U^2 \omega N}{(1 + m_U \omega)}} \right] \frac{\overline{x}^P}{q + \overline{x}^2} , \qquad (2)$$

$$\frac{\sqrt{\xi_T}}{r_0} = \chi_U(\omega) \left[ \sqrt{a + \frac{|1 - m_U|}{1 + m_U}} (1 + m_U^2 \omega) + 5\sqrt{\frac{(\overline{\delta_1}^{**} + \overline{\delta_2}^{**})m_U^2 \omega N}{(1 + m_U \omega)}} \right] \frac{\overline{x}^P}{q + \overline{x}^2}, \qquad (3)$$

где индексы U и T соответственно относятся к динамическим и тепловым характеристикам инертных струй.

### О дисперсионных характеристиках турбулентного диффузионного факела

Известные экспериментальные исследования турбулентного газового факела, развивающегося в затопленном пространстве [6-10], позволило, как и в случае инертных турбулентных струй, установить количественную зависимость для дисперсии плотности потока избыточного импульса и полной энтальпии (тепловой и химической) от основных параметров исследуемого факела

$$\frac{\sqrt{\xi_U}}{r_0} = \chi_U \left( \omega_1 + \omega_2 \right) \frac{\overline{x}^3}{6 + \overline{x}^2}, \ \chi_U (\omega_1 + \omega_2) = 0,0858 + 0,0217 \operatorname{arctg}(\ln(\omega_1 + \omega_2) - 0,5676),$$
(4)

Как выяснилось из экспериментов [6-10], турбулентное число Прандтля в турбулентном факеле больше единицы. Поэтому для тепловых характеристик факела получено:

$$\frac{\sqrt{\xi_T}}{1,085r_0} = \frac{\chi_T(\omega_1 + \omega_2)}{a_0} \frac{\overline{x}^3}{1 + \overline{x}} ,$$

 $\chi_T (\omega_1 + \omega_2) = 0,001716 + 0,000434 \operatorname{arctg}(\ln(\omega_1 + \omega_2) - 0,5676).$ (5)

В случае инертного смешения ( $\omega_2 = 0$ ) приходим к известным соотношениям, справедливым для затопленной струи переменной плотности.

#### Метод восстановленных концентраций

Следуя Зельдовичу [1] рассмотрим реакцию метана с кислородом

$$CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O.$$
 (6)

Введем следующие обозначения: F(C), F(H) и F(O) количество элементарных веществ, участвующих в брутто-реакции горения. Тогда можно записать

$$\begin{bmatrix} F_{a}^{*}(C) + 4F_{a}^{*}(H) \end{bmatrix} + 4F_{\delta}^{*}(O) = \begin{bmatrix} F_{g}^{*}(C) + 2F_{g}^{*}(O) \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} 4F_{h}^{*}(H) + 2F_{h}^{*}(O) \end{bmatrix} = F^{*}.$$
(7)

Имея ввиду, что на фронте горения концентрации реагентов равны нулю, запишем материальный баланс для внутренней зоны диффузионного пламени:

$$\begin{bmatrix} F_a(\mathbf{C}) + 4F_a(\mathbf{H}) \end{bmatrix}_I + \begin{bmatrix} F_g(\mathbf{C}) + 2F_g(\mathbf{O}) \end{bmatrix}_I + \\ + \begin{bmatrix} 4F_h(\mathbf{H}) + 2F_h(\mathbf{O}) \end{bmatrix}_I = F$$
или  
$$F_I(\mathbf{C}) + 4F_I(\mathbf{H}) + 2F_I(\mathbf{O}) = F.$$
(8)

где  $F_I(C) = F_a(C) + F_g(C)$  — общее количество углеродного вещества в данной точке,

$$4F_I(\mathbf{H}) = 4[F_a(\mathbf{H}) + F_h(\mathbf{H})]$$
 – водорода,

$$2F_I(\mathbf{O}) = 2[F_g(\mathbf{O}) + F_h(\mathbf{O})] -$$
кислорода. Анало-

гичный баланс веществ для внешней части диффузионного пламени приведет к равенству

$$2\left[F_{\delta}(\mathbf{O})\right]_{II} + \left[F_{g}(\mathbf{C}) + 2F_{g}(\mathbf{O})\right]_{II} + \left[4F_{h}(\mathbf{H}) + 2F_{h}(\mathbf{O})\right]_{II} = F$$
или  
$$2F_{II}(\mathbf{O}) + F_{II}(\mathbf{C}) + 4F_{II}(\mathbf{H}) = F .$$
(9)

ISSN 0204-3602. Пром. теплотехника, 2007, т. 29, № 7

Здесь также  $F_{II}(C) = F_g(C)$  – общее количество углеродного вещества в данной точке,  $4F_{II}(H) = 4[F_h(H)]$  – водорода,  $2F_{II}(O) = 2 \times [F_{\delta}(O) + F_g(O) + F_h(O)]$ – кислорода.

Функции  $F_I(j)$  и  $F_{II}(j)$  – переменные величины и зависят от координат пространства. Однако они не связаны с местоположением зоны горения, и определяются только характером процесса смешения с учетом температурных изменений физических величин в связи с возникновением высокотемпературной зоны горения. В самом деле, в случае инертного смешения струи метана со средой, заполненной кислородом, распределение концентраций элементарных веществ находятся по формулам:

$$C(C) = \frac{F(C)}{F}, \ C(H) = \frac{4F(H)}{F}, \ C(O) = \frac{2F(O)}{F}, (10)$$

где F = F(C) + 4F(H) + 2F(O).

Из равенств (8) и (9) следуют точно такие же зависимости. Смешение  $CH_4 \ [F_{I,II}(C)+4F_{I,II}(H)]$  с кислородом  $2F_{I,II}(O)$  в процессе горения можно уподобить инертному смешению этих двух газов, т.к.

$$\frac{F_{I,II}(C) + 4F_{I,II}(H)}{F} = a , \frac{2F_{I,II}(O)}{F} = \delta .$$
(11)

Приведенные выше соотношения (8)-(11) есть следствие закона сохранения количества вещества.

### Обобщенный закон сохранения энергии

Пусть  $T_0$  и  $T_{\infty}$  – соответственно начальная температура топлива и окислительной среды. Тогда, очевидно, топливо, инициирующее струйное течение, вносит избыток (недостаток) физической (тепловой) энтальпии, а также химически связанную энергию. Таким образом, полная энергия, вносимая в область струйного смешения, равна

$$\Delta i_0 + i_0^* = \text{const} , \qquad (12)$$

где  $\Delta i_0 = i_0 - i_\infty$ ,  $i_0^* = a_0 Q_a = c_p T_{a\partial}$ .

В случае воспламенения с образованием высокотемпературной зоны диффузионного горения с освобождением химически связанной энергии, последняя перейдет в тепло при сохранении условия (12). Тогда распределение избыточной энтальпии запишется в виде

$$\Delta i^* = i - i_{\infty} + \overline{a} c_P T_{a\partial} . \tag{13}$$

Выражение (13) необходимо дополнить уравнением состояния газа

 $\rho T = \text{const} \quad . \tag{14}$ 

Количественный расчет диффузионного факела базируется на использовании МЭЗТТ, предложенного Л.А.Вулисом, с учетом вышеизложенной теории и метода восстановленных концентраций. К сожалению, ограниченность рамок доклада не позволяет включить в нее результаты этой расчетной методики.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Зельдович Я.Б.* К теории горения неперемешанных газов // Журнал технической физики. — 1949. — Т.19, №10. — С. 1199—1208.

2. Вулис Л.А., Ершин Ш.А., Ярин Л.П. Основы теории газового факела. – Ленинградское отделение издательства "Энергия", 1968, – 202 с.

3. Ершин Ш.А. Об одной интерпретации метода эквивалентной задачи теории теплопроводности // Проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики // Сборник. – Алма-Ата: Наука, 1978. – вып. 10. С. 177–178.

4. *Кукес В.И., Ярин Л.П.* К расчету турбулентных неизотермических струй . // Инж.-физ. журнал. – 1976. – Т.30, № 4. – С. 653–656.

5. *Сералин Т*. О закономерностях развития смешения турбулентных струй переменной плотности. – Автореферат канд. дис. – Алма- Ата, 1986. – 30 с.

6. *Войчак В.П.* Исследование аэродинамики коаксиальных струй и факела.: Автореферат канд. дисс. – Алма-Ата, 1970. – 30 с.

7. Ершин Ш.А., Рыбалова Р.П., Сарсенбаев Ж. Аэродинамика газовых струй и факела в спутном потоке// Проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики.// Сборник. – Алма-Ата: Наука, 1973. – вып. 9. – С. 131–141.

8. *Ершин Ш.А., Туралина Д.Е.* Об общих закономерностях развития турбулентных коаксиальных струй // Известия МН-АН РК. // Серия физ.-мат. – 1997. – №5. – С. 84–91.

9. Вулис Л.А., Ярин Л.П. Стуктура и расчет диффузионного факела // Физика

горения и взрыва. – 1974. – Т. 10, №2. – С. 151–161.

10. Исатаев С.И., Толтаева А.К. Экспериментальное исследование свободного диффузионного факела при наличии звуковых возмущений // Тепломассопер. в жидк.-х и газах. – 1982. – С. 106–112.