

УДК 662.995+536.242

НАКОРЧЕВСКИЙ А.И.

*Институт технической теплофизики НАН Украины*

## ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ГРУНТОВЫХ АККУМУЛЯТОРОВ ТЕПЛОТЫ

Надано розв'язки задач, що визначають оптимальні співвідношення розмірів ґрунтових акумуляторів з верхнім теплоізоляційним щитом або без нього, та методику знаходження кількості теплообмінників, їх параметрів і відстаней між ними, що забезпечує мінімальні витрати на побудову акумулятора. Подано приклади розрахунків.

Представлены решения оптимизационных задач по определению соотношений размеров грунтовых аккумуляторов с верхним теплоизолирующим щитом и без него, а также методика нахождения числа теплообменников, их параметров и расстояний между ними, обеспечивающая минимальные затраты на сооружение аккумулятора. Даны примеры расчетов.

We give the solutions of optimization problems for finding the ratio of sizes of underground heat accumulators with on upper heat-insulating shield and without it as well as a procedure for determining the number of heat exchangers, their parameter, and distances between them, which guarantees the minimum expenditures for the construction of the accumulator. Examples of calculations are given.

$a$  – коэффициент температуропроводности;  
 $c$  – удельная теплоемкость;  
 $d$  – диаметр труб;  
 $E$  – энергия;  
 $H$  – высота теплонезомущенного слоя грунта;  
 $k$  – число буровых скважин, теплообменников;  
 $L$  – шаг теплообменников;  
 $m$  – число буровых скважин на линейном размере  $X$ ;  
 $N$  – мощность;  
 $n$  – число буровых скважин на линейном размере  $Y$ ;  
 $q$  – плотность теплового потока;  
 $p$  – давление;  
 $R$  – размер буферной подобласти, радиус;  
 $t$  – время;  
 $T$  – температура;  
 $V$  – объем;  
 $x, y, z$  – декартовы координаты;  
 $X, Y, Z$  – размеры основной области аккумулятора;  
 $C$  – стоимость;  
 $\Pi$  – цена;  
 $\beta$  – коэффициент;

$\delta$  – толщина, толщина стенки трубы;  
 $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  
 $k$  – отношение сторон аккумулятора;  
 $\sigma$  – допустимое напряжение растяжения материала труб;  
 $\rho$  – плотность;  
 $\tau$  – интервал времени.  
**Индексы:**  
 $a$  – аккумулятор;  
 $b$  – буферная подобласть;  
 $bu$  – бурение;  
 $v$  – вода;  
 $vx$  – вход;  
 $vux$  – выход;  
 $m$  – грунтовой массив;  
 $o$  – основная область;  
 $t$  – трубы;  
 $TO$  – теплообменник;  
 $\psi$  – теплоизолирующий щит;  
 $0$  – внешняя поверхность теплообменника;  
 $m$  – минимум.

Аккумуляторы большой тепловой емкости организуются в естественном грунтовом массиве упорядоченной совокупностью (“кустом”) вертикальных теплообменников, размещенных в буровых скважинах [1 – 4 и др.]. В результате аккумуляирования создается основная область накопленной теплоты, огра-

ниченная внешним контуром “куста”, объемом  $V_0 = XYZ$  и температурой  $T_0(t, x, y, z)$ , и буферная подобласть объемом  $V_6$ , примыкающая к основной и являющаяся результатом теплового взаимодействия  $V_0$  с окружающим грунтовым массивом, имеющим температуру  $T_m \cong \text{const}$  (см. рис. 1).

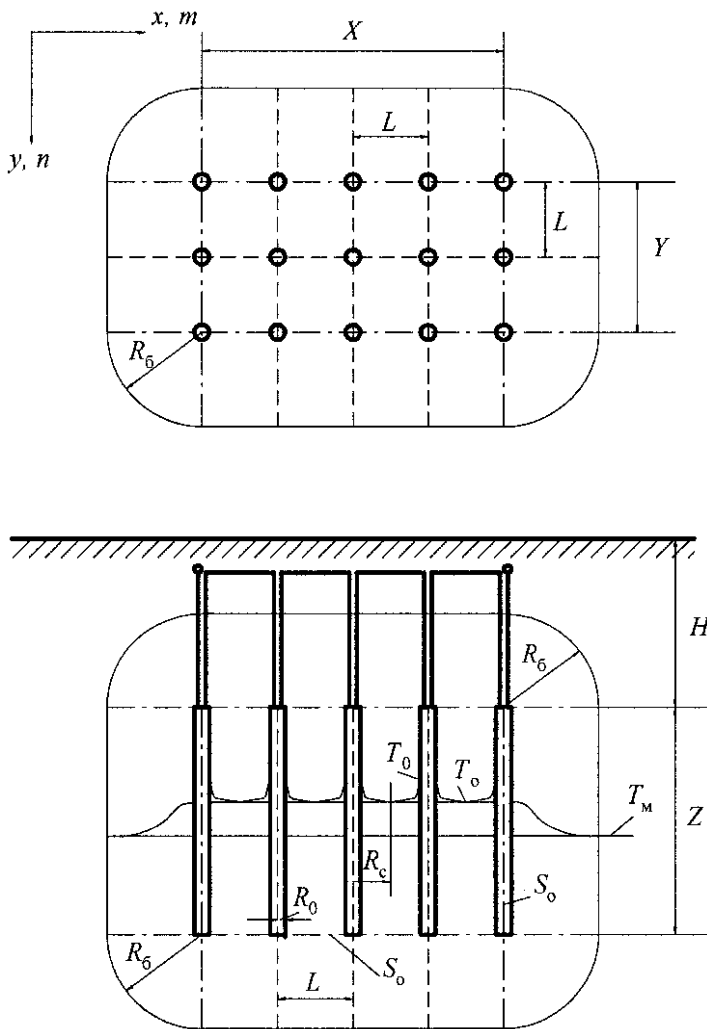


Рис. 1. План и разрез грунтового аккумулятора.

Наименьшие размеры буферной подобласти будут в случае равномерного по  $V_0$  распределения температуры  $T_0(t)$ . Это достигается организацией одинаковой тепловой нагрузки, приходящейся на каждый теплообменник, однотипностью последних, неизменным шагом  $L$  их расположения в “кусте”, одинаковым потенциалом промежуточного теплоносителя и малым перепадом его температур  $\Delta T_B = (T_{B.ВХ.} - T_{B.ВЫХ.}) \sim 1$  К соответственно на входе и выходе каждого теплообменника и рядом других требований. Выполнение этих условий не вызывают особых затруднений. Тогда объем аккумулятора  $V_a$  и его энергетическая способность в момент времени  $t$  определяются выражениями:

$$V_a = V_0 + V_6 = XYZ + 2(XY + YZ + ZX)R_6 + (X + Y + Z)\pi R_6^2 + \frac{4}{3}\pi R_6^3;$$

$$R_6 = \sqrt{24a_m t}, \quad \frac{T - T_M}{T_0 - T_M} = (1 - \psi)^3 (1 + 3\psi); \quad (1)$$

$$\psi = \frac{u}{R_6}, \quad (u = x, y, z),$$

где  $u$  отсчитывается по внешней нормали от граней и ребер основной области. При полугодном интервале накопления теплоты значение  $t = \tau = 180$  сут. =  $1,555 \cdot 10^7$  с и согласно (1) тепло-содержание аккумулятора будет:

$$\tilde{V}_a = \tilde{V}_0 + \tilde{V}_6 = XYZ + 0,8(XY + YZ + ZX)R_6 + 0,2\pi(X + Y + Z)R_6^2 + 0,1524\pi R_6^3, \quad (2)$$

где

$$\tilde{V}_i = \frac{E_i}{\rho_m c_m (T_0 - T_M)} \quad (i = a, o, б). \quad (3)$$

В (2) учтено, что для основной области  $\tilde{V}_0 = V_0$ .

Размеры буферной подобласти могут быть уменьшены при создании верхнего теплоизоляционного щита (см. рис. 2). При этом уменьшается глубина бурения скважин на величину порядка  $H$  и отпадает необходимость теплоизоляции подводящих и отводящих трубопроводов (см. рис. 1). Размеры щита превышают размеры  $X$  и  $Y$  основной области на  $R_6(\tau)$ , где  $\tau$  – длительность цикла работы аккумулятора. Причем, учитывая малый избыточный температурный потенциал периферийной части  $V_6$ , можно ограничиться  $R_6(\tau)$  при половинном значении  $\tau$ . Затраты на сооружение щита из пенобетона толщиной  $\delta \approx 0,1 \dots 0,3$  м на много меньше стоимости буровых работ  $Hk$ , где  $k$  – число скважин. Расчеты показали, что теплопотери через щит в течение года не превысят 1%. Такой аккумулятор характеризуется зависимостями:

$$V_a = V_0 + V_6 = XYZ + (XY + 2YZ + 2ZX)R_6 + 0,5(X + Y + 2Z)\pi R_6^2 + \frac{2}{3}\pi R_6^3;$$

$$\tilde{V}_a = \tilde{V}_0 + \tilde{V}_6 = XYZ + 0,4(XY + 2YZ + 2ZX)R_6 +$$

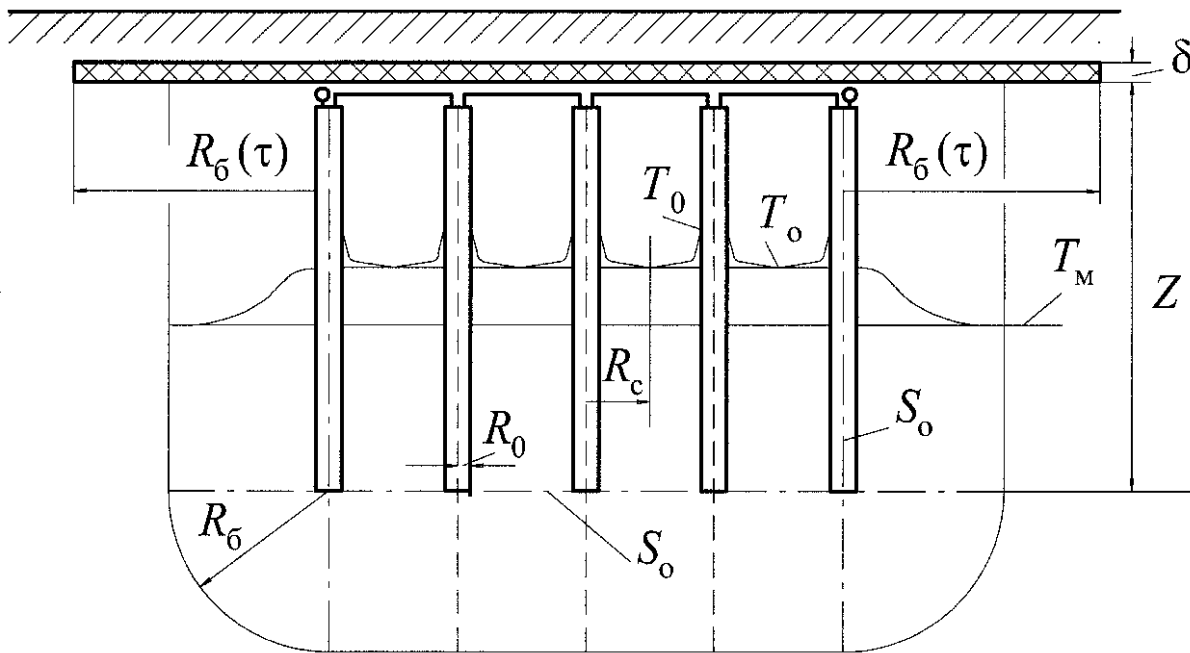


Рис. 2. Разрез аккумулятора с теплоизоляционным щитом.

$$+ 0,1\pi(X + Y + 2Z)R_6^2 + 0,0762\pi R_6^3. \quad (4)$$

Температурный потенциал буферной подобласти меньше основной. Поэтому необходимо стремиться к реализации условия

$$\frac{\tilde{V}_6}{\tilde{V}_a} = \frac{\tilde{V}_6}{\tilde{V}_o + V_6} = \frac{\varphi}{1 + \varphi} \rightarrow \min, \quad (5)$$

где  $\varphi = \tilde{V}_6 / \tilde{V}_o$ . Функция (5) монотонная и ограничена интервалом  $[0, 1]$  во всей области изменения  $\varphi \in [0, \infty]$ . Причем условие минимума  $\tilde{V}_6 / \tilde{V}_a$  соответствует минимуму  $\varphi$ .

Соотношение размеров  $X, Y$  площадки для размещения теплообменников зависит от местных условий и может быть любым. Поэтому следует принять

$$Y = \kappa X. \quad (6)$$

Тогда высота  $Z$  основной области аккумуляции будет

$$Z = \frac{V_o}{\kappa X^2}. \quad (7)$$

После подстановки (6), (7) в (2) и (4) получаем:

$$\begin{aligned} \varphi = \frac{\tilde{V}_6}{\tilde{V}_o} &= 0,8 \left( \frac{\kappa X^2}{V_o} + \frac{1}{X} + \frac{1}{\kappa X} \right) R_6 + \\ &+ 0,2\pi \left( \frac{X}{V_o} + \frac{\kappa X}{V_o} + \frac{1}{\kappa X^2} \right) R_6^2 + \frac{0,1524}{V_o} \pi R_6^3; \\ \varphi_{\text{ш}} = \frac{\tilde{V}_6}{\tilde{V}_o} &= 0,4 \left( \frac{\kappa X^2}{V_o} + \frac{2}{X} + \frac{2}{\kappa X} \right) R_6 + \\ &+ 0,1\pi \left( \frac{X}{V_o} + \frac{\kappa X}{V_o} + \frac{2}{\kappa X^2} \right) R_6^2 + \frac{0,0762}{V_o} \pi R_6^3. \end{aligned} \quad (8)$$

Исследование на экстремум соответственно функций  $\varphi(X)$  и  $\varphi_{\text{ш}}(X)$  привело к уравнениям четвертой степени:

$$\begin{aligned} \frac{1,6\kappa}{V_o} X^4 + \frac{0,2\pi R_6(1 + \kappa)}{V_o} X^3 - \\ - 0,8 \left( 1 + \frac{1}{\kappa} \right) X - \frac{0,4\pi}{\kappa} R_6 = 0; \\ \frac{0,8\kappa}{V_o} X^4 + \frac{0,1\pi R_6(1 + \kappa)}{V_o} X^3 - \\ - 0,8 \left( 1 + \frac{1}{\kappa} \right) X - \frac{0,4\pi}{\kappa} R_6 = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Легко показать, что вторые производные по  $X$  выражений (8) всегда положительны и, следовательно, решения уравнений (9) соответствуют минимуму  $\phi(X)$  и  $\phi_{\text{ш}}(X)$ . При  $\kappa = 1$  (квадратная форма площадки “куста”) уравнения (9) сводятся к виду

$$\left(\frac{1}{V_0} - \frac{1}{X^3}\right)(1,6X + 0,4\pi R_0) = 0; \quad (10)$$

$$\left(\frac{1}{2V_0} - \frac{1}{X^3}\right)(1,6X + 0,4\pi R_0) = 0$$

с вещественными корнями, независимыми от  $R_0$ :

$$X = Y = Z = V_0^{1/3}; X_{\text{ш}} = Y_{\text{ш}} = 1,26V_0^{1/3}, \\ Z_{\text{ш}} = 0,5X_{\text{ш}} = 0,63V_0^{1/3}. \quad (11)$$

Таким образом, оптимальная форма квадратного в плане “куста” соответствует кубу, а со щитом – прямоугольному параллелепипеду с высотой равной половине стороны квадрата. Последний результат примечателен тем, что глубина бурения часто ограничивается санитарными соображениями в отношении эксплуатируемых водоносных горизонтов. Например, в Киеве для бурения на глубину больше 50 м требуется специальное разрешение. Поэтому аккумулятор с теплоизолирующим щитом в таких случаях является просто незаменимым.

Вопрос об оптимальной форме “куста” можно приближенно решить с позиций минимизации ограничивающей поверхности  $S_0$  основной области аккумулярования  $V_0$ , поскольку именно через эту поверхность  $S_0$  “дрейфует” теплота в окружающий грунтовой массив. Используя представления (6) и (7), получим:

$$\phi(X) = \frac{S_0}{V_0} = 2 \left[ \frac{\kappa X^2}{V_0} + \left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \frac{1}{X} \right] \quad (12)$$

$$\phi_{\text{ш}}(X) = \frac{S_0}{V_0} = \frac{\kappa X^2}{V_0} + 2 \left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \frac{1}{X}.$$

Исследования на экстремум  $\phi$  и  $\phi_{\text{ш}}$  дают:

$$X = V_0^{1/3} \left( \frac{1 + \frac{1}{\kappa}}{2\kappa} \right)^{1/3}, \quad Y = \kappa V_0^{1/3} \left( \frac{1 + \frac{1}{\kappa}}{2\kappa} \right)^{1/3}, \\ Z = \frac{V_0^{1/3}}{\kappa} \left( \frac{2\kappa}{1 + \frac{1}{\kappa}} \right)^{2/3}; \quad X_{\text{ш}} = V_0^{1/3} \left( \frac{1 + \frac{1}{\kappa}}{\kappa} \right)^{1/3}, \quad (13)$$

$$Y = \kappa V_0^{1/3} \left( \frac{1 + \frac{1}{\kappa}}{\kappa} \right)^{1/3}, \quad Z_{\text{ш}} = \frac{V_0^{1/3}}{\kappa} \left( \frac{\kappa}{1 + \frac{1}{\kappa}} \right)^{2/3}. \quad (13)$$

Легко показать, что (13) соответствует минимуму  $\phi$  и  $\phi_{\text{ш}}$ . При  $\kappa = 1$  результаты совпадают с подсчетами по (9) и (11). Функциями (13) можно пользоваться при оценочных расчетах.

В результате решения оптимизационной задачи получены выражения для  $X, Y, Z$  как функции от  $V_0$ . Подстановка их в зависимости (2) или (4) при известных  $\kappa, \tau, a_m$  дает уравнение  $\check{V}_a = f(V_0)$ , которое однозначно определяет  $V_0$ , когда задано  $\check{V}_a$ . Если нет ограничений в отношении формы площадки “куста” следует стремиться к  $\kappa = 1$ .

Аккумулярованную энергию можно представить в форме

$$E_a = N \tau_a, \quad (14)$$

где мощность аккумулярования  $N$  связана с плотностью теплового потока  $q_0$  на наружной поверхности теплообменника радиусом  $R_0$  и числом “эффективно” работающих теплообменников  $k_a$ , определяемым по величине теплообменной поверхности с тепловым потоком, направленным внутрь основной области аккумулярования, посредством уравнения

$$N = q_0 2\pi R_0 k_a Z. \quad (15)$$

Во избежание больших перепадов температур между промежуточным теплоносителем и основной областью аккумулярования следует ограничивать  $q_0 \sim 100$  Вт/м<sup>2</sup>. При заданном значении  $q_0$  из (15) следует соотношение

$$k_a R_0 = \frac{N}{2\pi Z q_0}, \quad (16)$$

связывающее  $k_a$  с величиной  $R_0$ , когда значение правой части (16) известно. В свою очередь при  $k = 1$  располагаем зависимостями

$$m = \sqrt{k_a} + 1, \quad k = m^2, \quad L = \frac{X}{m-1}, \quad (17)$$

определяющими число буровых скважин  $m$  на линейном размере  $X$ , общее число буровых скважин в аккумуляторе  $k$  и шаг скважин  $L$ . Варьируя значениями  $k_a$  и  $R_0$ , устанавливаются приемлемые величины, представленные в (17). Таким образом, соотношения (14) – (17) определяют все параметры грунтового аккумулятора заданной производительности.

Стоимость создания аккумулятора зависит, главным образом, от стоимости буровых работ  $C_{\text{бур}}$  и стоимости теплообменников  $C_{\text{ТО}}$ . В результате опроса подрядных организаций оказалось, что стоимость буровых работ не зависит от диаметра буровой скважины и определяется затратами  $\Pi_{\text{бур}}$  на 1 пог. м бурения:

$$C_{\text{бур}} = k Z \Pi_{\text{бур}}. \quad (18)$$

Согласно анализу цен полимерных труб, из которых изготавливаются теплообменники, стоимость одного погонного метра трубы данного сортамента пропорциональна площади поперечного сечения собственно трубы, т. е. цена трубы определяется стоимостью материала, израсходованного на ее изготовление. Следовательно, стоимость теплообменников, например, оптимальной 12-трубной конструкции [5, 6], изготовленных из труб диаметром  $d$  с толщиной стенки  $\delta$ , при цене 1 м<sup>3</sup> материала трубы  $\Pi_{\text{т}}$  будет:

$$C_{\text{ТО}} = 12\pi d \delta k_a Z \Pi_{\text{т}}. \quad (19)$$

Согласно [5] располагаем соотношениями:

$$d = 0,4R_0, \quad \delta = \frac{pd}{2\sigma}. \quad (20)$$

С учетом (20) выражение (19) можно представить как:

$$C_{\text{ТО}} = a_1 R_0^2 k_a Z \Pi_{\text{т}}, \quad a_1 = 0,96\pi \frac{p}{\sigma}. \quad (21)$$

Согласно (17) имеем

$$k = k_a + 2\sqrt{k_a} + 1. \quad (22)$$

Тогда суммарную стоимость аккумулятора  $C = C_{\text{ТО}} + C_{\text{бур}}$  можно выразить соотношением

$$\frac{C}{Z \Pi_{\text{бур}}} = k_a + 2k_a^{0,5} + 1 + \frac{\beta}{k_a} = f(k_a), \quad (23)$$

где

$$\beta = a_1 b^2 \frac{\Pi_{\text{т}}}{\Pi_{\text{бур}}}, \quad b = \frac{N}{2\pi Z q_0}. \quad (24)$$

Легко убедиться, что функция (23) должна иметь минимум. Действительно

$$\begin{aligned} k_a \rightarrow 0 & \quad f(k_a) \rightarrow \infty, \\ k_a \rightarrow \infty & \quad f(k_a) \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (25)$$

Следовательно, должно существовать конечное минимальное значение  $f(k_a)$ , которое определит наименьшие затраты на сооружение грунтового аккумулятора заданной производительности, и тем самым установит экономически оптимальное соотношение между  $k_a$  и  $R_0$  (см. формулу (16)). Применяя стандартную процедуру нахождения экстремума функции, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial k_a} = 1 + k_a^{-0,5} - \beta k_a^{-2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial k_a^2} = -0,5k_a^{-1,5} + 2\beta k_a^{-3}, \\ 1 + k_{a,m}^{-0,5} - \beta k_{a,m}^{-2} = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

После подстановки  $k_{a,m}^{-0,5} = w$  имеем легко решаемое уравнение четвертой степени

$$1 + w - \beta w^4 = 0. \quad (27)$$

Очевидно, что  $w \ll 1$ , и тогда можно пользоваться простой формулой

$$w = \beta^{-0,25} \Rightarrow k_{a,m} = \sqrt{\beta}. \quad (28)$$

Приведем конкретный пример, основанный на следующих исходных условиях. Пусть в летний период ( $\tau_a = 180$  суток =  $1,555 \cdot 10^7$  с) необходимо аккумулировать избыточную теплоту когенерационной станции с тепловой мощностью

$N = 1$  МВт [7] при максимально достижимой температуре грунтового аккумулятора  $T_{o,max} = 65$  °С и плотности теплового потока на стенке грунтовых теплообменников  $q_0 = 100$  Вт/м<sup>2</sup>. Теплофизические характеристики грунта следующие:  $\rho_M = 1,84 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\lambda_M = 1,42$  Вт/(м·К),  $c_M = 1,15 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К),  $T_M = 8$  °С. Подсчеты по вторым формулам (1), (4), (24) и формулам (14), (16) дают значения:  $\bar{E}_a = 1,289 \cdot 10^5$  м<sup>3</sup>,  $R_0 = 15,8$  м,  $X = Y = 50,6$  м,  $Z = 25,3$  м,  $b = 69,93$  м (аккумулятор с теплоизолирующим щитом).

Применяются трубы марки UPOTEN PE80 SDR11 PN10. Анализ данных прейскуранта на эти трубы позволил вычислить, что, независимо от значения диаметра труб,  $p/\sigma = 0,184$ ,  $\Pi_T = 3,7 \cdot 10^3$  ЕВРО/м<sup>3</sup>. Опрос буровых организаций привел к результату  $\Pi_{gy} = 25$  ЕВРО/м. Таким образом, согласно первой формуле (24) параметр  $\beta = 0,402 \cdot 10^6$ . Решение уравнения (27), удовлетворяющее целому значению числа скважин  $m$  на линейном размере  $X$ , дает:

$$m = 26, \quad k_a = 625, \quad k = 676, \quad L = 2,0 \text{ м} .$$

Тогда согласно (16)  $R_0 = 0,110$  м и диаметр труб, идущих на изготовление 12 трубного теплообменника, будет  $d = 44$  мм (первая формула (20)). Подстановкой значений  $k_a$  и  $\beta$  во вторую формулу (26) убеждаемся в минимуме функции  $f(k_a)$ .

Теперь нетрудно подсчитать основные затраты на создание экономически оптимального грунтового теплообменника (формулы (18) и (19)):

$$C_6 = 427570 \text{ ЕВРО}, \quad C_{TO} = 388192 \text{ ЕВРО}, \\ C = 815762 \text{ ЕВРО}.$$

### Выводы

Представленный технико-экономический анализ позволяет определить размеры грунтового

аккумулятора с минимальным отношением тепловых емкостей буферной подобласти и основной области аккумуляирования, а также установить связь между числом грунтовых теплообменников и их размерами, обеспечивающую минимальные затраты на создание аккумулятора.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Накорчевский А.И., Басок Б.И., Беляева Т.Г.* Проблемы грунтового аккумуляирования теплоты и методы их решения // Пром. теплотехника. – 2003. – Т. 25, № 3. – С. 42–50.
2. *Накорчевский А. И.* Динамика грунтового аккумуляирования теплоты и выбор рациональных решений // ИФЖ. – 2004. – Т. 77, №4. – С. 10–19.
3. *Накорчевский А.И., Басок Б.И., Беляева Т.Г.* Технологические показатели различных схем грунтового аккумуляирования теплоты // Теплоэнергетика. – 2006. – №3. – С. 29–35.
4. *Накорчевский А.И., Басок Б.И., Беляева Т.Г.* Некоторые аспекты использования теплоты солнечной радиации для коммунального теплоснабжения // Известия РАН. Энергетика. – 2007. – №1. – С.86–95.
5. *Накорчевский А.И., Басок Б.И.* Оптимальная конструкция грунтовых теплообменников // Пром. теплотехника. – 2005. – Т. 27, № 6. – С. 27–31.
6. *Грунтовой теплообмінник.* Патент на винахід № 78611. Україна.
7. *Долинский А.А., Накорчевский А.И.* Основные положения проекта “Когенерация – аккумуляирование – тепловые насосы” // Пром. теплотехника. – 2006. – Т. 28, №4. – С. 72–79.

Получено 26.09.2007 г.