

4. Расход сахарозы уменьшается на 2,63 %.
5. Расход лимонной кислоты снижается на 30 %.
6. Исключаются энергозатраты на перемешивание белого сахарного сиропа при инвертировании, что приводит к удешевлению готового продукта.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гаммет Л.П.* Основы физической органической химии. — М.: Мир, 1972. — 534 с.

2. *Куреев В.А.* Краткий курс физической химии. — М.: Химия, 1978. — 620 с.
3. *Plesset M.S., Chapman R.B.* Collapse of an initially spherical vapor cavity in the neighbourhood of solid boundary // *J.Fluid Mech.* — 1971. — Vol.47, №2. — P.283—290.
4. *Tomita Y., Shima A.* Mechanism of impulsive pressure generation and damage pit formation by bubble collapse // *J.Fluid Mech.* — 1986. — Vol.169. — P.535—564.

Получено 25.09.2008 г.

УДК 536.24

ГОРОБЕЦ В.Г.

Институт технической теплофизики НАН Украины

ТЕПЛОВАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ И ОПТИМАЛЬНЫЕ РАЗМЕРЫ РЕБЕР РАЗЛИЧНОГО ТИПА ПРИ НАЛИЧИИ ПОКРЫТИЯ НА ТЕПЛООБМЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Досліджено вплив покриттів (відкладень) на теплові характеристики і оптимальні розміри оребрених поверхонь різного типу (повздожніх і кільцевих ребер, шипів). Знайдено розв'язок задачі теплопереносу для ребер з покриттям у спрощеній і двовимірній постановках. Отримано аналітичні розв'язки для температурних розподілів та теплової ефективності композитних ребер. Проведено порівняння спрощених і двовимірних розв'язків задач теплопереносу для ребер з покриттями. Показано, що оптимальні розміри ребер з покриттям залежать від числа Біо покриття і можуть значно відрізнятися від оптимальних розмірів "чистих" ребер. Визначено вклад торцевої поверхні для ребер з покриттям у сумарну їх тепловіддачу. Визначено умови "вигідності" оребрення для композитних ребер. Вивчено вплив нерівномірності забруднюючих відкладень на тепловіддачу та оптимальні розміри повздожніх ребер. Визначено поправочні коефіцієнти, які враховують цей вплив.

Исследовано влияние покрытий (отложений) на тепловые характеристики и оптимальные размеры оребренных поверхностей различного типа (продольных и кольцевых ребер, шипов). Найдено решение задачи теплопереноса для ребер с покрытием в упрощенной и двумерной постановках. Получены аналитические решения для температурных распределений и тепловой эффективности составных ребер. Показано, что оптимальные размеры ребер с покрытием зависят от числа Био покрытия и могут значительно отличаться от оптимальных размеров "чистых" ребер. Определен вклад торцевой поверхности для ребер с покрытием в суммарную их теплоотдачу. Найдены условия "выгодности" оребрения для композитных ребер. Изучено влияние неравномерности загрязняющих отложений на теплоотдачу и оптимальные размеры продольных ребер. Определены поправочные коэффициенты, которые учитывают это влияние. Проведено сравнение упрощенных и двумерных решений задач теплопереноса для ребер с покрытиями.

The influence of coatings on thermal characteristics of the fins of various shapes (longitudinal and circular fins, cylindrical pins) has been investigated. Heat transfer in a simplified and two-dimensional statement of the problem is considered, and the analytic solutions for the temperature distributions and thermal efficiency of the fins with coatings are found. Comparison of the simplified and two dimensional solutions for composite fins are carried out, and the errors which can be appeared in a simplified heat transfer model are obtained. The contribution of the top surface in a total heat flux leaded by a composite fin is determined. The condition of the «advantage» for a composite fin is found. The optimum sizes of the longitudinal fins with uniform and non-uniform coating are defined. It is shown that the optimum sizes of the fins with polluting or protective coating depend on the Bio number of coating and can considerably differ from the optimum sizes of «clean» fins. The influence of nonuniform polluting on thermal efficiency and optimum sizes of the longitudinal fins is studied. The correction factors for fin efficiency and optimum fin sizes which take into account the non-uniformity of polluting have been calculated.

a – коэффициент, характеризующий степень неравномерности профиля отложений;

$Bi = \alpha l / \lambda$ – число Био,

h – высота ребра;

l – характерный размер;

$N_f^2 = \frac{b\alpha h^2}{\lambda_f \delta_f}$ – характеристический параметр ребра;

Q – общий тепловой поток;

T – температура;

x, y – текущие координаты;

$X = x/h, Y = y/h$ – безразмерный координаты;

α – коэффициент теплоотдачи;

δ – толщина;

$\theta = \frac{T - T_g}{T_0 - T_g}$ – безразмерные переменные;

λ – коэффициент теплопроводности;

η – тепловая эффективность ребра;

ψ – поправочный коэффициент.

Индексы:

c – покрытие;

$clean$ – поверхность без покрытия или “чистая” поверхность;

$coat$ – поверхность с покрытием;

f – ребро;

g – внешняя среда;

max – максимальный;

n – равномерный;

opt – оптимальный;

r – неравномерный;

sim – упрощенный;

two – двумерный;

w – стенка;

0 – основание ребра.

Введение

В процессе эксплуатации оребренных теплообменников на развитой поверхности могут образовываться загрязняющие отложения, которые снижают эффективность работы теплообменных аппаратов. При работе теплообменников в химически агрессивных средах теплообменная поверхность может быть защищена от разрушения слоем защитного покрытия. В большинстве случаев загрязняющие отложения или защитные покрытия обладают малой термической проводимостью. Влияние отложений (покрытий) в инженерных методах теплового расчета учитывают как дополнительное термическое сопротивление на развитой поверхности [1]. Такой подход, как правило, базируется на эксплуатационных исследованиях и наблюдениях процессов загрязнения оребренной поверхности и ухудшения теплопередающей способности теплообменников. Он позволяет учесть влияние отложений при определении общей площади теплообменной поверхности и габаритов теплообменника во время его конструирования, но не дает возможности детально изучить влияние отложений на условия теплопереноса в развитой поверхности с покрытием и сделать правильный выбор оптимальных размеров оребрения.

Имеющиеся исследования условий теплопереноса для композитных ребер [2–10] показывают,

что наличие малотеплопроводного отложения или покрытия на развитой поверхности приводит к существенной перестройке температурных полей, которое может значительно отличаться от температурных распределений для поверхности с оребрением без покрытия. По этой причине оптимальные размеры ребер с покрытиями могут отличаться от аналогичных размеров, вычисленных для “чистых” ребер.

Одним из факторов, который характерен для загрязняющих отложений и который необходимо учитывать при тепловом расчете оребрения и выборе его оптимальных размеров, является неравномерность профиля отложений по высоте ребер. Толщина и профиль загрязняющих отложений зависит от геометрии оребренной поверхности, условий внешнего обтекания, загрязненности внешнего потока и ряда других факторов. Эти величины определяются в процессе эксплуатационных наблюдений или экспериментальным путем при моделировании процессов загрязнения развитых поверхностей на стендовых установках.

Исходя из вышеизложенного, представляется целесообразным разработать упрощенный метод расчета ребер различного типа с покрытием и определить погрешности, обусловленные приближенностью такого метода. Эти погрешности могут быть найдены при сравнении упрощенных решений с решениями задач теплопереноса для композитных

ребер в двумерной постановке. Для практических расчетов важной задачей является оптимизация ребренных поверхностей с покрытием, решение которой позволит улучшить весовые и габаритные показатели теплообменников, работающих в загрязненных или химически агрессивных средах.

Таким образом, представляется необходимым разработать методику расчета ребер с покрытием, провести детальное исследование влияния отложений (покрытий) на перенос теплоты в составных ребрах, определить тепловую эффективность и оптимальные размеры таких ребер.

1. Упрощенная методика теплового расчета ребер с покрытием малой проводимости

При упрощенном расчете теплопереноса в ребрах и шипах различной формы и профиля обычно исходят из следующих предпосылок:

- 1) процесс стационарный;
- 2) теплофизические свойства ребер не зависят от температуры,
- 3) продольные размеры ребер существенно превышают их толщину;
- 4) внутренне тепловые источники отсутствуют;
- 5) температура основания ребра и окружающей среды постоянна.

Полагаем, что на поверхности ребра или шипа имеется покрытие переменного профиля, для которого справедливы условия:

- 1) покрытие обладает малой тепловой проводимостью;
- 2) толщина покрытия существенно меньше продольных размеров ребра;
- 3) теплоотдачей с торцевой поверхности ребра с покрытием можно пренебречь;
- 4) коэффициент теплоотдачи на поверхности покрытия не меняется.

При таких предположениях ребра являются термически тонкими телами, для которых обычно выполняется условие $Bi_f = \alpha \delta_f / \lambda_f \ll 1$, изменение градиента температуры поперек ребра невелико и температура в сечении ребра почти не меняется. Для малотеплопроводного покрытия обычно выполняется условие $Bi_c = \alpha \delta_c / \lambda_c \geq 1$, величина теплового потока вдоль покрытия незначительна

по сравнению с поперечной ее составляющей и распределение температуры в поперечном сечении покрытия близко к линейному. Для таких условий приращение теплового потока в поперечном сечении ребра или шипа для элемента dx в направлении $0x$ (рис.1) определяется уравнением

$$dQ_1 = \lambda_f \frac{1}{x^i} \frac{d}{dx} \left(S_1 x^i \frac{dT_f}{dx} \right) dx, \quad (1)$$

где T_f – усредненная по сечению температура ребра, S_1 – площадь поперечного сечения ребра (шипа), для продольного ребра и круглого шипа показатель степени $i = 0$, для кольцевого ребра – $i = 1$.

Тепловой поток, передаваемый через элемент боковой поверхности ребра (шипа), равен

$$dQ_2 = \frac{\lambda_c}{\delta_c(x)} (T_f - T_c) P_f dx, \quad (2)$$

где T_c – температура на поверхности покрытия, P_f – внешний периметр ребра в сечении x .

Составляющая теплового потока, отводимого с элемента поверхности покрытия, равна

$$dQ_3 = \alpha (T_c - T_g) P_c dx, \quad (3)$$

где P_c – внешний периметр покрытия в сечении x .

Из условия баланса подводимых и отводимых тепловых потоков на поверхности ребра $dQ_1 = dQ_2$ и покрытия $dQ_2 = dQ_3$ (см. рис. 1) для ребра (шипа) постоянной толщины с покрытием можно записать уравнения теплопереноса

$$\frac{\lambda_f \delta_f}{b} \frac{1}{x^i} \frac{d}{dx} \left(x^i \frac{dT_f}{dx} \right) = \frac{\lambda_c}{\delta_c(x)} (T_f - T_c), \quad (4)$$

$$\frac{\lambda_c}{\delta_c(x)} (T_f - T_c) = c \alpha (T_c - T_g), \quad (5)$$

где показатель степени i и коэффициенты b, c зависят от геометрии ребра ($i = 0, b = 2, c = 1$ – для продольного ребра, $i = 1, b = 2, c = 1$ – для кольцевого ребра, $i = 0, b = 4, c = 1 + 2\delta_c / \delta_f$ – для цилиндрического шипа).

Граничные условия для уравнений (4), (5) можно представить в виде

$$T_f(x = x_1) = T_0, \quad \left. \frac{dT_f}{dx} \right|_{x=x_2} = 0, \quad (6)$$

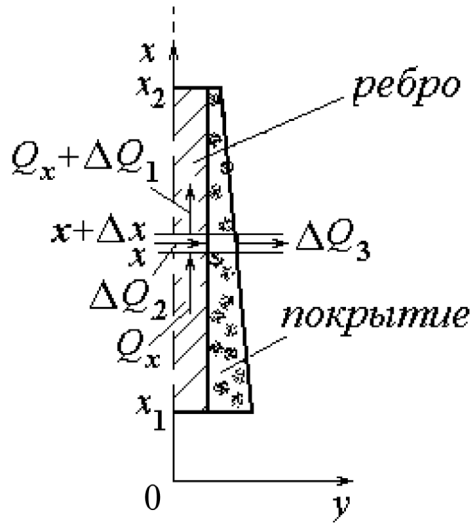


Рис. 1. Расчетная схема ребра с покрытием.

где x_1, x_2 – координаты основания и торцевой поверхности ребра (шпица), (внутренний и внешний радиус для кольцевого ребра).

После приведения к безразмерной форме уравнения (4), (5) и граничные условия (6) приобретают вид

$$\frac{1}{X^i} \frac{d}{dX} \left(X^i \frac{d\theta_f}{dX} \right) = \frac{N_f^2}{\text{Bi}_c(X)} (\theta_f - \theta_c), \quad (7)$$

$$\theta_f - \theta_c = c \text{Bi}_c(X) \theta_c, \quad i = 0, 1; \quad (8)$$

$$\theta_f(X = X_1) = 1, \quad \left. \frac{d\theta_f}{dX} \right|_{X=X_2} = 0, \quad (9)$$

где $\theta = \frac{T - T_g}{T_0 - T_g}$ – безразмерная температура,

$X = \frac{x}{h}$ – безразмерная координата, $X_1 = x_1 / h$,

$X_2 = x_2 / h$ – безразмерные координаты основа-

ния и торца ребра (шпица), $N_f^2 = \frac{b\alpha h^2}{\lambda_f \delta_c}$ – характе-

ристический параметр ребра, b – постоянная, зависящая от геометрии ребра, $\text{Bi}_c(X) = \alpha \delta_c(X) / \lambda_c$ число Био покрытия.

Для сравнительной оценки тепловой эффективности ребер используют коэффициент эффективности ребра

$$\eta_f = \frac{Q}{Q_{\max}} \equiv - \frac{1}{N_f^2} \left. \frac{d\theta_f}{dX} \right|_{X=X_1}, \quad (10)$$

где Q – полный тепловой поток, отводимый ребром, Q_{\max} – некоторое максимальное его значение, когда $T_f = T_0$.

Если толщина покрытия постоянна $\delta_c = \text{const}$, координатная ось Ox направлена от основания к торцу, а координаты торца и основания для продольного ребра и цилиндрического шипа полагать равными $X_1 = 0, X_2 = 1$, то в результате совместного решения уравнений (7), (8) находим температурные распределения и эффективность ребер (шпилей) с покрытием.

Для продольного ребра имеем

$$\theta_f = \text{ch}[\bar{N}_1(1 - X)] / \text{ch} \bar{N}_1, \quad (11)$$

$$\theta_c = (1 + \text{Bi}_c)^{-1} \text{ch}[\bar{N}_1(1 - X)] / \text{ch} \bar{N}_1, \quad (12)$$

$$\eta_f = (1 + \text{Bi}_c)^{-1} \text{th} \bar{N}_1 / \bar{N}_1, \quad (13)$$

где $\bar{N}_1^2 = (1 + \text{Bi}_c)^{-1} N_f^2$, $\text{Bi}_c = \alpha \delta_c / \lambda_c$.

Для кольцевых ребер решения получены через функции Бесселя

$$\theta_f = A I_0(\bar{N}_2 X) + B K_0(\bar{N}_2 X), \quad (14)$$

$$\theta_c = (1 + \text{Bi}_c)^{-1} [A I_0(\bar{N}_2 X) + B K_0(\bar{N}_2 X)], \quad (15)$$

$$\eta_f = 2[(X_2^2 - X_1^2) \bar{N}_2]^{-1} [A I_1(\bar{N}_2 X_1) - B K_1(\bar{N}_2 X_2)], \quad (16)$$

где $B = I_0(\bar{N}_2 X_1) K_1(\bar{N}_2 X_2) / I_1(\bar{N}_2 X_2) + K_0(\bar{N}_2 X_1)$,

$A = B K_0(\bar{N}_2 X_2) / I_1(\bar{N}_2 X_2)$, $\bar{N}_2^2 = (1 + \text{Bi}_c)^{-1} N_f^2$,

$I_m, K_m (m = 0, 1)$ – функции Бесселя m -го порядка первого и второго рода.

Для круглого шипа находим

$$\theta_f = \text{ch}[\bar{N}_3(1 - X)] / \text{ch} \bar{N}_3, \quad (17)$$

$$\theta_c = [1 + \text{Bi}_c / (1 + 2\delta_c / \delta_f)]^{-1} \text{ch}[\bar{N}_3(1 - X)] / \text{ch} \bar{N}_3, \quad (18)$$

$$\eta_f = [1 + \text{Bi}_c / (1 + 2\delta_c / \delta_f)]^{-1} \text{th} \bar{N}_3 / \bar{N}_3, \quad (19)$$

где $\bar{N}_3^2 = [1 + \text{Bi}_c(1 + 2\delta_c / \delta_f)]^{-1} N_f^2$.

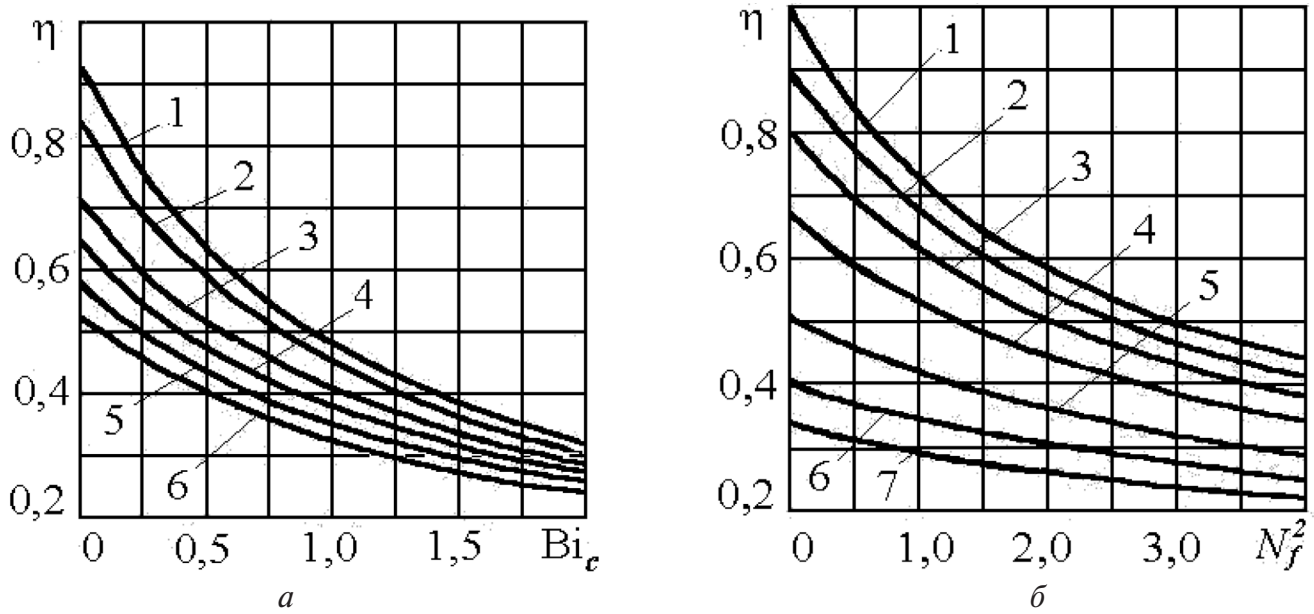


Рис. 2. Тепловая эффективность кольцевого ребра с равномерным покрытием малой проводимости:
а: 1 – $N_f^2 = 0,2$; 2 – $0,5$; 3 – $1,0$; 4 – $1,5$; 5 – $2,0$; 6 – $2,5$;
б: 1 – $Bi_c = 0$; 2 – $0,1$; 3 – $0,25$; 4 – $0,5$; 5 – $1,0$; 6 – $1,5$; 7 – $2,0$.

Зависимости тепловой эффективности для кольцевого ребра от характеристического параметра N_f^2 и числа Био покрытия Bi_c , рассчитанные по формуле (16) приведены на рис. 2.

Представляет интерес оценка влияния торцевой поверхности ребра с покрытием на его теплоотдачу. Такую оценку можно выполнить, используя приближение Харпера–Брауна [1], которое заключается в увеличении высоты ребра на величину $\delta_f/2$. Величину погрешности для общего теплового потока, отводимого ребром, имеющим теплоизолированный торец и с учетом теплоотдачи с поверхности торца можно оценить из соотношения

$$\psi_b = \frac{Q(h + \delta_f/2) - Q(h)}{Q(h)} \equiv \frac{\eta_f(h + \delta_f/2) - \eta_f(h)}{\eta_f(h)}, \quad (20)$$

где $Q(h)$, $\eta_f(h)$ – соответственно полный тепловой поток, отводимый ребром и его тепловая эффективность при высоте ребра, равной h . Используя формулу (13), проведены оценки погрешностей ψ_b для продольного ребра при $h/\delta_f > 10$ в диапазоне изменения параметров $0 < N_f^2 \leq 6$ и $0 < Bi_c \leq 10$, которые показывают, что указанные погрешности не превышают 5...10%. Вместе с тем величина погрешности ψ_b

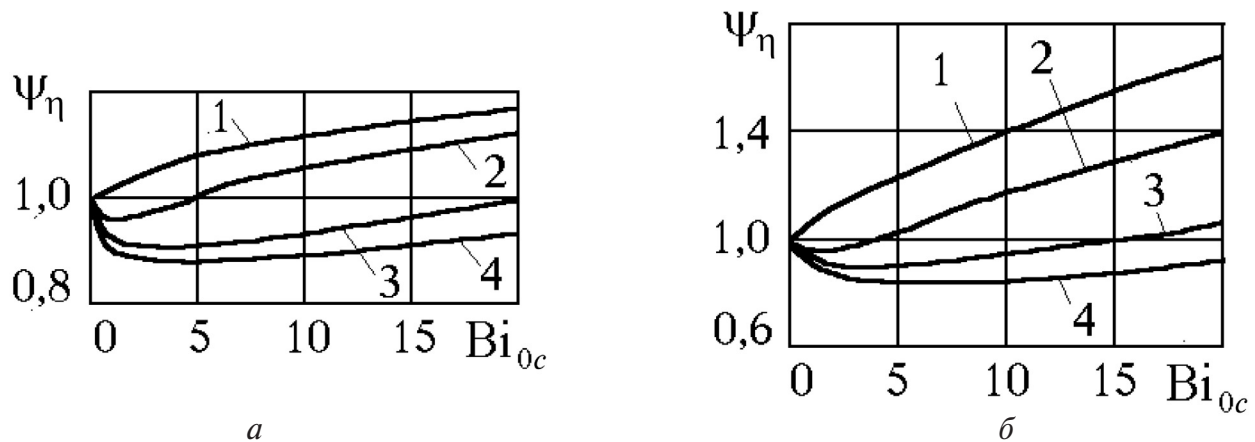
для ребер с малотеплопроводным покрытием может в несколько раз превышать аналогичную погрешность для ребер без покрытия.

Как показывают эксплуатационные наблюдения, в ряде случаев, например, при обтекании продольных ребер загрязненными теплоносителями, профиль загрязняющих отложений близок к трапециoidalному профилю. Если координатная ось Ox направлена от торца к основанию, а их координаты соответственно равны $X_1 = 1$, $X_2 = 0$, то толщину отложений $\delta_c(X)$ можно аппроксимировать линейной функцией $\delta_c(X) = \delta_{0c}[a(X-1)+1]$, где δ_{0c} – толщина покрытия при основании ребер, a – параметр, который характеризует степень неравномерности профиля отложений по высоте ребра. Для продольного ребра с трапециoidalным покрытием после введения переменной $Z = 2P[1 + Bi_{0c}(1-a) + Bi_{0c}aX]^{1/2}$ из системы уравнений (7), (8) получим уравнение Бесселя относительно температуры ребра θ_f

$$Z^2 \frac{d^2 \theta_f}{dZ^2} - Z \frac{d\theta_f}{dZ} - Z^2 \theta_f = 0, \quad (21)$$

с граничными условиями

$$\theta_f(Z = Z_1) = 1, \quad \left. \frac{d\theta_f}{dZ} \right|_{Z=Z_2} = 0. \quad (22)$$



**Рис. 3. Зависимость поправочного коэффициента Ψ_η от числа Био покрытия $Bi_{0c} = \alpha\delta_{0c}/\lambda_c$ для различных значений параметров N_f^2 и a :
 1 – $N_f^2 = 0,5$; 2 – 2,0; 3 – 4,0; 4 – 6,0; а – $a = 0,8$; б – $a = 1,0$.**

С учетом соотношения, которое вытекает из уравнения (8)

$$\theta_c(Z) = \frac{2N_f^2}{aBi_{0c}Z^2} \theta_f, \quad (23)$$

выражения для температурных распределений и эффективности продольного ребра с трапециодальным покрытием имеют вид

$$\theta_f(Z) = C_1 I_1(Z) + C_2 K_1(Z), \quad (24)$$

$$\theta_c(Z) = \frac{2N_f^2}{aBi_{0c}Z^2} [C_1 I_1(Z) + C_2 K_1(Z)], \quad (25)$$

$$\eta_f = \frac{K_0(Z_0)I_0(Z_1) - I_0(Z_0)K_0(Z_1)}{N_f(1 + Bi_{0c})[K_0(Z_0)I_1(Z_1) + I_0(Z_0)K_1(Z_1)]}, \quad (26)$$

где $C_2 = [I_1(Z_1)K_0(Z_0)/I_0(Z_0) + K_1(Z_1)]^{-1} / Z_1$,

$$C_1 = C_2 K_0(Z_0) / I_0(Z_0),$$

$$Z_0 = 2P[1 + Bi_{0c}(1 - a)]^{1/2}, \quad Z_1 = 2P(1 + Bi_{0c})^{1/2},$$

$$P = \frac{N_f^2}{aBi_{0c}}, \quad Bi_{0c} = \alpha\delta_{0c} / \lambda_c.$$

Вычислены поправочные коэффициенты $\Psi_\eta = \eta_{f,1} / \eta_{f,2}$, которые учитывают влияние неравномерности отложений по высоте ребра на его теплоотдачу, где $\eta_{f,1}$ – эффективность ребра с неравномерным покрытием, найденная по формуле (26), а $\eta_{f,2}$ – эффективность продольных

ребер с равномерным покрытием толщины

$$\delta_{c,m} = \int_0^1 \delta_c(X) dX, \text{ вычисленная по формуле (13).}$$

Расчеты, проведенные для значений коэффициента неравномерности отложений $a = 0,8$ и $a = 1,0$, представлены на рис. 3. Для покрытий с малой проводимостью при значениях параметра $a < 0,5$ отличия между значениями $\eta_{f,1}$ и $\eta_{f,2}$ обычно не превышают 5...7%.

2. Тепловой расчет составных ребер в двумерной постановке

Чтобы оценить погрешности, которые возникают при тепловом расчете ребер с покрытиями по упрощенной методике, найдем решения задач теплопереноса для составных ребер в двумерной постановке. Теплоперенос в ребре с равномерным покрытием описывается уравнением

$$\Delta T_i = 0, \quad (27)$$

где индекс $i = 1, 2$; обозначает соответственно ребро и покрытие, Δ – оператор Лапласа, который для различных типов ребер имеет следующий вид: для продольного ребра – $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$,

$$\text{для круглого ребра – } \Delta = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \text{ для}$$

$$\text{круглого шипа – } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial}{\partial y} \right), \text{ где коор-}$$

динаты x, y направлены соответственно по высоте и толщине ребра.

Если считать, что покрытие на торцах отсутствует и теплоотдачей с торцевых поверхностей можно пренебречь, а температура основания постоянна и равна T_0 , то граничные условия для уравнений (27) имеют вид

$$\begin{aligned} T_i(x = x_1) = T_0, \quad \left. \frac{\partial T_i}{\partial x} \right|_{x=x_2} = 0, \quad i = 1, 2; \quad \left. \frac{\partial T_1}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \\ T_1(y = \delta_1 / 2) = T_2(y = \delta_1 / 2), \\ \lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial y} \right|_{y=\delta_1/2} = \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial y} \right|_{y=\delta_1/2}, \\ \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial y} \right|_{y=\delta_1/2+\delta_2} = \alpha(T_2 - T_{g\infty}), \end{aligned} \quad (28)$$

где для продольного ребра и цилиндрического шипа $x_1 = 0, x_2 = h$, а для круглого ребра координаты x_1 и $x_2 = x_1 + h$ обозначают радиус несущей цилиндрической поверхности и внешний радиус кольцевого ребра.

Решения системы параболических уравнений (27) с граничными условиями (28) получены методом конечных интегральных преобразований [11]. Температурные поля и тепловая эффективность составных ребер различного типа после введения безразмерных переменных получены в следующей форме.

Для продольного ребра с покрытием:

$$\theta_1(X, Y) = \sum_{n=0}^{\infty} [2C_{1n} \operatorname{ch}(\mu_n Y) + H_n] \sin(\mu_n X) / M_n, \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(X, Y) = \sum_{n=0}^{\infty} [C_{2n} \exp(\mu_n Y) + \\ D_{2n} \exp(-\mu_n Y) + H_n] \sin(\mu_n X) / M_n, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \eta = \sum_{n=0}^{\infty} [C_{2n} \exp(\mu_n Y_2) + \\ + D_{2n} \exp(-\mu_n Y_2) + H_n] / \mu_n M_n, \end{aligned} \quad (31)$$

где $X = x / h, Y = y / h, Y_1 = \delta_1 / 2h,$

$$Y_2 = (\delta_1 + 2\delta_2) / 2h, C_{2n} = P_n F_n \exp(-\mu_n Y_1),$$

$$D_{2n} = P_n \exp(-\mu_n Y_1) / L_n,$$

$$C_{1n} = -C_{2n} [\operatorname{ch}(\mu_n Y_1) + \operatorname{sh}(\mu_n Y_1) \operatorname{Bi}_2 / \operatorname{Bi}_1]^{-1},$$

$$H_n = -1 / \mu_n M_n, M_n^2 = [1 - \sin(2\mu_n) / 2\mu_n] / 2,$$

$$\operatorname{Bi}_i = \alpha h / \lambda_i, i = 1, 2; P_n = M_n / (1 + \mu_n / \operatorname{Bi}_2),$$

$$\begin{aligned} L_n = \exp[-\mu_n(Y_2 - Y_1)](1 - \mu_n / \operatorname{Bi}_2) / (1 + \mu_n / \operatorname{Bi}_2) - \\ - \exp[\mu_n(Y_2 - Y_1)] F_n, \end{aligned}$$

$$F_n = [\operatorname{th}(\mu_n Y_1) \operatorname{Bi}_2 / \operatorname{Bi}_1 + 1] / [\operatorname{th}(\mu_n Y_1) \operatorname{Bi}_2 / \operatorname{Bi}_1 - 1],$$

$\mu_n = \pi(n + 1 / 2)$ – собственные числа, полученные при решении задачи Штурма–Лиувилля для уравнений (27).

Для кольцевого ребра с покрытием:

$$\theta_1(X, Y) = \sum_{n=0}^{\infty} K_n(\mu_n, X) [2C_{1n} \operatorname{ch}(\mu_n Y) + H_n], \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \theta_2(X, Y) = \sum_{n=0}^{\infty} K_n(\mu_n, X) [C_{2n} \exp(\mu_n Y) + \\ + D_{2n} \exp(-\mu_n Y) + H_n], \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \eta = \frac{4X_1}{X_2^2 - X_1^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\mu_n^2} \left\{ \left[\frac{\mu_n S_n + \exp[2\mu_n(Y_2 - Y_1)]}{\operatorname{Bi}_2 S_n - \exp[2\mu_n(Y_2 - Y_1)]} - 1 \right]^{-1} + 1 \right\} \times, \\ \times \left\{ X_2^2 \left[\frac{Y_0(\mu_n X_2) I_0(\mu_n X_1) - Y_0(\mu_n X_1) I_0(\mu_n X_2)}{Y_0(\mu_n X_1) I_0(\mu_n X_1) - Y_0(\mu_n X_1) I_0(\mu_n X_1)} \right]^2 - X_1^2 \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (34)$$

где $X_1 = x_1 / h, X_2 = x_2 / h,$

$$K_n = B_n [Y_0(\mu_n X) - I_0(\mu_n X) Y_0(\mu_n X_1) / I_0(\mu_n X_1)],$$

$$C_{2n} = H_n \exp[\mu_n(Y_2 - 2Y_1)] [(1 + \mu_n / \operatorname{Bi}_2) \times$$

$$\times \exp[2\mu_n(Y_2 - Y_1)] / (1 - \frac{\mu_n}{\operatorname{Bi}_2}) - S_n]^{-1} / (1 - \frac{\mu_n}{\operatorname{Bi}_2})$$

$$D_{2n} = -C_{2n} S_n \exp(2\mu_n Y_1), C_{1n} = C_{2n} (1 - S_n \exp(\mu_n Y_1)),$$

$$S_n = [Bi_2 th(\mu_n Y_1) - 1] / [Bi_2 th(\mu_n Y_1) - 1],$$

$$H_n = -B_n X_1 [Y_1(\mu_n X_1) - I_1(\mu_n X_1) Y_0(\mu_n X_1)] / I_0(\mu_n X_1) / \mu_n,$$

$$B_n = \left\{ \frac{X_2^2}{2} [I_0(\mu_n X_1) - Y_0(\mu_n X_1)]^2 + \frac{1}{2\mu_n} \left[Y_1(\mu_n X_1) - \frac{I_1(\mu_n X_1) Y_0(\mu_n X_1)}{I_0(\mu_n X_1)} \right] \right\}^{-1/2},$$

а собственные числа μ_n определяются в результате решения задачи Штурма–Лиувилля для уравнений (27) из характеристического уравнения

$$Y_1(\mu_n X_2) I_0(\mu_n X_1) - Y_0(\mu_n X_1) I_1(\mu_n X_2) = 0. \quad (35)$$

Для цилиндрического шипа с покрытием:

$$\theta_i(X, Y) = \sum_{n=0}^{\infty} [C_{in} I_0(\mu_n Y) + D_{in} K_0(\mu_n Y) + H_n] \sin(\mu_n X) / \mu_n M_n, \quad i = 1, 2; \quad (36)$$

$$\eta = \sum_{n=0}^{\infty} [C_{2n} I_0(\mu_n Y_2) + D_{2n} K_0(\mu_n Y_2) + H_n] / \mu_n M_n, \quad (37)$$

где $C_{1n} = \frac{F(\mu_n, Y_2) [S_1(\mu_n, Y_1) I_0(\mu_n Y_1) - K_0(\mu_n Y_1)]}{I_0(\mu_n X_1) [S_1(\mu_n, Y_1) + S_2(\mu_n, Y_1)]},$

$$D_{1n} = 0,$$

$$C_{2n} = \frac{F(\mu_n, Y_2) S_1(\mu_n, Y_1)}{S_1(\mu_n, Y_1) + S_2(\mu_n, Y_1)},$$

$$D_{2n} = \frac{F(\mu_n, Y_2)}{S_1(\mu_n, Y_1) + S_2(\mu_n, Y_1)},$$

$$S_1(\mu_n, Y_1) = \frac{K_1(\mu_n Y_1) I_0(\mu_n Y_1) - Bi_2 K_0(\mu_n Y_1) I_1(\mu_n Y_1) / Bi_1}{(Bi_2 / Bi_1 - 1) I_0(\mu_n Y_1) I_1(\mu_n, Y_2)},$$

$$S_2(\mu_n, Y_2) = \frac{Bi_2 K_0(\mu_n Y_2) - \mu_n K_1(\mu_n Y_2)}{Bi_2 I_0(\mu_n Y_2) + \mu_n I_1(\mu_n, Y_2)},$$

$$F(\mu_n, Y_2) = \frac{H_n Bi_2}{\mu_n [Bi_2 I_0(\mu_n Y_2) + \mu_n I_1(\mu_n, Y_2)]},$$

$$H_n = -1 / \mu_n M_n, \quad M_n^2 = [1 - \sin(2\mu_n) / 2\mu_n] / 2,$$

$\mu_n = \pi(n + 1/2)$ – собственные числа, $I_j(\mu_n Y)$, $K_j(\mu_n Y)$, $j = 0, 1$; $j = 0, 1$; – модифицированные Функции Бесселя j -го порядка соответственно первого и второго рода.

Проведено сравнение тепловой эффективности для продольного ребра, полученной при упрощенной (16) и двумерной постановке задачи (34). Результаты сравнения приведены в таблице.

Сравнение проводилось для ребра с покрытием малой проводимости при значении параметра $\psi_{Bi} = Bi_1 / Bi_2 = 0,0025$. Из таблицы следует, что расчет эффективности по формуле (16) вносит незначительные погрешности для тонких ребер ($Y_1 \ll 1$), когда отличия составляют 1,3...2,7%. Вместе с тем для ребер большой толщины ($Y_1 \sim 1$), имеющих покрытие с большими значениями числа Био Bi_2 , указанные отличия могут достигать 30...40%. В большинстве практических случаев для покрытий с малой термической проводимостью величина $Bi_2 \geq 1$, поэтому для расчетов температурных распределений и эффективности составных ребер можно использовать приближенные формулы (11)–(19).

Влияние покрытий при прочих равных условиях будет различным в зависимости от типа оребрения. На рис. 4 приведены зависимости величины $\eta_{coat} / \eta_{clean}$, которая представляет отношение значений эффективности ребер различного типа при наличии и отсутствии покрытия на внешней поверхности от числа Bi_2 при $\psi_{Bi} = 0,04$ и $X_2 / X_1 = 1,5$ (для кольцевого ребра). Как следует из рис. 4, покрытие с малой тепловой проводимостью при прочих равных условиях оказывает наибольшее влияние на изменение эффективности η для кольцевых ребер, а наименьшее – для продольных ребер.

3. Оптимизация ребер с покрытиями

Прежде, чем перейти к определению оптимальных размеров ребер с покрытием, рассмотрим условия “выгодности” таких ребер. Условие “выгодности” отдельного ребра имеет вид

$$Q / Q_w > 1, \quad (38)$$

Таблица. Сравнение значений тепловой эффективности продольных ребер с равномерным покрытием, найденных при упрощенной и двумерной постановке задачи.

$\psi_{Bi} = 0,0025$	$Bi_2 = \frac{\alpha h}{\lambda_2}$	N_f^2	$Bi_c = \frac{\alpha \delta_c}{\lambda_c}$	η_{sim}	η_{two}
$Y_1 = 0,1;$ $Y_2 = 0,12;$	25	0,79	0,5	0,689	0,68
	100	1,58	2,0	0,361	0,355
	300	2,7	6,0	0,16	0,157
	1000	5,0	20,0	0,0547	0,0536
	2000	7,07	40,0	0,0284	0,0276
	3500	9,35	70,0	0,0163	0,016
	5000	11,2	100,0	0,0115	0,0112
$Y_1 = 1,0;$ $Y_2 = 1,2;$	2,5	0,079	0,5	0,798	0,797
	10	0,15	2,0	0,497	0,506
	30	0,27	6,0	0,248	0,257
	100	0,5	20,0	0,0902	0,0954
	200	0,71	40,0	0,047	0,05
	350	0,94	70,0	0,028	0,0296
	500	1,12	100,0	0,0194	0,021
$Y_1 = 5,0;$ $Y_2 = 6,0;$	0,5	0,016	0,5	0,799	0,83
	2	0,032	2,0	0,499	0,574
	6	0,055	6,0	0,249	0,326
	20	0,1	20,0	0,091	0,142
	40	0,141	40,0	0,048	0,081
	70	0,187	70,0	0,028	0,051
	100	0,224	100,0	0,02	0,038

где Q , Q_w – соответственно тепловой поток, отводимый ребром и участком гладкой стенки, который занимает ребро у его основания. Учитывая, что $Q = \alpha(T_0 - T_g)F_f\eta_f$, где для продольного ребра площадь поверхности равна $F_f \approx 2hL$, и принимая во внимание выражение (13) для эффективности ребра с равномерным покрытием, находим, что

$$Q = \alpha(T_0 - T_g)F_f(1 + Bi_c)^{-1}th\bar{N}_1/\bar{N}_1, \quad (39)$$

где $\bar{N}_1^2 = (1 + Bi_c)^{-1}N_f^2$.

Для гладкой поверхности с покрытием имеем

$$Q_w = \alpha_w(T_0 - T_g)F_w(1 + Bi_c)^{-1}, \quad (40)$$

где $F_w = \delta_f L$ – площадь участка у основания ребра, α_w – коэффициент теплоотдачи на поверхности основания. С учетом соотношений (39),

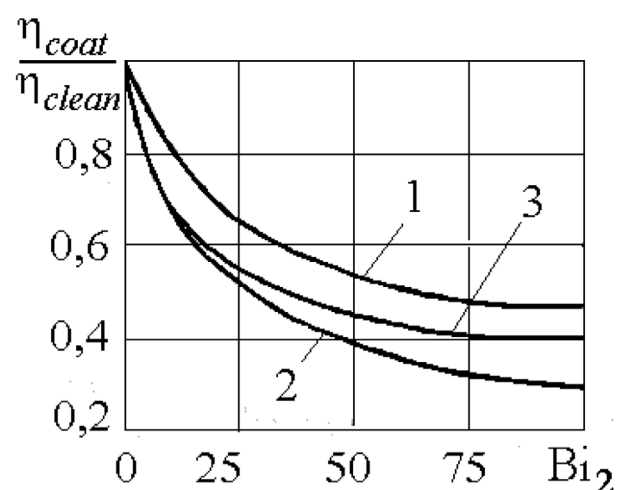


Рис. 4. Зависимость η_{coat}/η_{clean} от числа Био покрытия Bi_2 для ребер различного типа при $\psi_{Bi} = 0,04$: 1 – продольное ребро; 2 – кольцевое ребро; 3 – цилиндрический шип.

(40), полагая $\alpha = \alpha_w$ и принимая во внимание равенство $F_f / F_w = N_f / \sqrt{\text{Bi}_f}$, где $\text{Bi}_f = \alpha \delta_f / 2\lambda_f$, условие (38) перепишем в виде

$$\sqrt{\frac{1 + \text{Bi}_c}{\text{Bi}_f}} \text{th } \bar{N}_1 > 1. \quad (41)$$

Для больших значений $\bar{N}_1 = (1 + \text{Bi}_c)^{-1/2} N_f$ неравенство (41) сводится к более простому

$$\text{Bi}_f < 1 + \text{Bi}_c. \quad (42)$$

Если покрытие отсутствует ($\text{Bi}_c = 0$), условия (41), (42) совпадают с условиями “выгодности” для “чистого” ребра.

Из (41), (42) следует, что ребро с покрытием малой проводимости оказывается тем более выгодным, чем больше число Bi_c для покрытия. Полученные условия (41), (42) отражают тот факт, что при наличии малотеплопроводного покрытия на поверхности ребра распределение температур выравнивается по его высоте и вклад в суммарную теплоотдачу от верхних участков ребра увеличивается. Это свидетельствует о целесообразности использования ребер в условиях загрязнений, если оребрение не приводит к существенному увеличению загрязненности по сравнению с загрязнением гладкой поверхности.

При расчете развитых поверхностей теплообмена при наличии внешнего загрязняющего отложения или защитного покрытия его влияние на оптимальные размеры оребрения обычно не принимается во внимание. Вместе с тем существенное изменение температурных распределений и условий теплоотдачи в ребрах с покрытием должно приводить к изменению оптимальных размеров для составных ребер, если сравнивать с оптимальными размерами для “чистых” ребер. Далее определены оптимальные размеры продольных ребер с равномерным и неравномерным покрытием.

Из уравнения (10) следует, что общий тепловой поток, отводимый ребром, равен $Q = Q_{\max} \eta_f$. Для продольного ребра с равномерным или неравномерным покрытием, учитывая соотношения (13) или (26) для эффективности η_f , а также принимая во внимание, что максимальный тепловой поток с поверхности ребра с покрытием на

единицу длины равен $Q_{\max} = 2\alpha(T_0 - T_g)h$, величину Q запишем в виде

$$Q = (T_0 - T_g) [2\alpha\lambda_f\delta_f(1 + \text{Bi}_f)^{-1}]^{1/2} W(N_f, \text{Bi}_c), \quad (43)$$

где функция $W(N_f, \text{Bi}_c)$ для ребра с равномерным покрытием и покрытием трапециoidalного профиля соответственно имеет вид $W(N_f, \text{Bi}_c) = \text{th}[(1 + \text{Bi}_c)^{-1/2} N_f]$ и

$$W(N_f, \text{Bi}_c) = \frac{K_0(Z_0)I_0(Z_1) - I_0(Z_0)K_0(Z_1)}{K_0(Z_0)I_1(Z_1) + I_0(Z_0)K_1(Z_1)}, \quad \text{где}$$

$$Z_0 = 2P[1 + \text{Bi}_{0c}(1 - a)]^{1/2}, \quad Z_1 = 2P(1 + \text{Bi}_{0c})^{1/2},$$

$$P = \frac{N_f^2}{a\text{Bi}_{0c}}, \quad \text{Bi}_f = \alpha\delta_f / 2\lambda_f, \quad \text{Bi}_{0c} = \alpha\delta_{0c} / \lambda_c.$$

Учитывая, что площадь поперечного сечения продольного ребра равна $S_f = \delta_f h$, соотношение (43) представим в виде

$$Q = 2(T_0 - T_{g\infty}) \left(\frac{\alpha^2 \lambda_f S_f}{2N_f} \right)^{1/3} \frac{W(N_f, \text{Bi}_c)}{(1 + \text{Bi}_{0c})^{1/2}}. \quad (44)$$

Из последнего соотношения следует

$$S_f = \frac{1}{4\alpha^2 \lambda_f} \left(\frac{Q}{T_0 - T_{g\infty}} \right)^3 \frac{N_f (1 + \text{Bi}_{0c})}{W^3(N_f, \text{Bi}_c)}. \quad (45)$$

Из условия минимума площади поперечного сечения ребра $dS_f / dN_f = 0$ находим уравнение для оптимальных значений характеристического параметра $N_{f,opt}$.

Для ребер с трапециoidalным покрытием, принимая во внимание соотношения $I'_0(Z) = I_1(Z)$, $K'_0(Z) = -K_1(Z)$, $K_0(Z)I_1(Z) + I_0(Z)K_1(Z) = 1/Z$ (' — обозначает производную d/dZ) и $Z_0 = mZ_1$, где $m = [1 + a\text{Bi}_{0c} / (1 + \text{Bi}_{0c})]^{1/2}$, после дифференцирования (44) получим уравнение для определения $N_{f,opt}$

$$\begin{aligned} & [Z_1^2(1 - W(mZ_1, Z_1)) + \\ & + 2Z_1 W(mZ_1, Z_1) / 3] [K_0(mZ_1)I_1(Z_1) + \\ & + I_0(mZ_1)K_1(Z_1)]^2 - 1 = 0, \end{aligned} \quad (46)$$

где $Z_1 = 2N_f^2(1 + \text{Bi}_{0c})^{1/2} / a\text{Bi}_{0c}$.

Вычислив из уравнения (46) оптимальное значение параметра $N_{f,opt}$, из соотношения

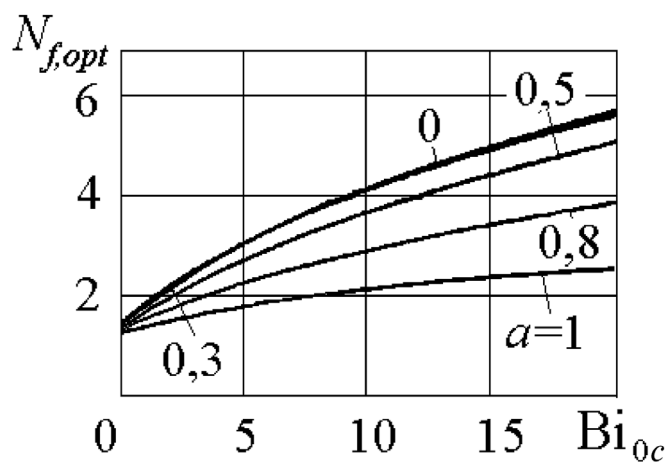


Рис. 5. Зависимость оптимальных значений характеристического параметра $N_{f,opt}$ для продольного ребра с трапецидальным покрытием от числа Bi_{oc} при различных значениях параметра a .

(45) находим минимальную площадь сечения ребра и, принимая во внимание, что $N_{f,opt} = (2\alpha / \lambda_f)^{1/2} \delta_f^{-3/2} S_{f,opt}$, определим оптимальную толщину ребра с неравномерным покрытием

$$\delta_{f,opt} = \frac{1 + Bi_{oc}}{2\alpha\lambda_f W^2(N_{f,opt}, Bi_c)} \left(\frac{Q}{T_0 - T_g} \right)^2. \quad (47)$$

Далее определим оптимальную высоту ребра с покрытием

$$h_{opt} = \frac{S_{f,opt}}{\delta_{f,opt}} \equiv \frac{N_{f,opt}(1 + Bi_{oc})^{1/2}}{2\alpha W(N_{f,opt}, Bi_c)} \left(\frac{Q}{T_0 - T_g} \right). \quad (48)$$

Поскольку для ребра с равномерным покрытием $W(N_f, Bi_c) = \text{th}[(1 + Bi_c)^{-1/2} N_f]$, то уравнение (46) для определения параметра $N_{f,opt}$ сводится к следующему:

$$3\bar{N}_f(1 + \text{th}^2 \bar{N}_f) - \text{th} \bar{N}_f = 0, \quad (49)$$

где $\bar{N}_f = (1 + Bi_c)^{-1/2} N_f$.

В результате численного решения уравнения (49) находим оптимальное значение параметра $N_{f,opt} = 1,4193(1 + Bi_c)^{1/2}$. Тогда оптимальная толщина и высота ребра с равномерным покрытием равны

$$\delta_{f,opt} = 0,632 \frac{1 + Bi_c}{\alpha\lambda_f} \left(\frac{Q}{T_0 - T_g} \right)^2, \quad (50)$$

$$h_{opt} = 0,7979 \frac{1 + Bi_c}{\alpha} \left(\frac{Q}{T_0 - T_g} \right). \quad (51)$$

Из выражений (47), (48) и (50), (51) следует, что оптимальные размеры продольных ребер, имеющих на поверхности защитное или загрязняющее покрытие с малой тепловой проводимостью, будут больше по сравнению с оптимальными размерами “чистых” ребер и растут с увеличением числа Био покрытия Bi_c . На практике величина числа Био для отложений или покрытий может составлять $Bi_c \sim 0,5 \dots 1,0$, т.е. оптимальные размеры составных ребер могут в 1,5...2 раза превышать оптимальные размеры ребер без покрытия.

Для продольных ребер с загрязняющими отложениями, профиль которых близок к трапецидальному, путем численного решения уравнения (46) определены оптимальные значения характеристического параметра $N_{f,opt}$. Результаты расчетов представлены на рис. 5, где показана зависимость параметра $N_{f,opt}$ от числа $Bi_{oc} = \alpha\delta_{oc} / \lambda_c$ при различных значениях коэффициента a , который характеризует степень неравномерности отложений по высоте ребра.

Для ребер с неравномерными отложениями представляется удобным в качестве расчетных использовать соотношения (50), (51), где толщина отложений определяется по средневзвешенному значению $\delta_{c,m} = \int_0^1 \delta_c(X) dX$, а влияние не-

равномерности отложений учитывать в виде поправочных коэффициентов $\psi_{h,opt} = h_{opt,r} / h_{opt,n}$ и $\psi_{\delta,opt} = \delta_{f,opt,r} / \delta_{f,opt,n}$. Зависимость поправочных коэффициентов $\psi_{h,opt}, \psi_{\delta,opt}$ от числа $Bi_{oc} = \alpha\delta_{oc} / \lambda_c$ при различных значениях a представлены на рис. 6. Для области изменений параметров $a < 0,5$ и $0 < Bi_{c,m} < 20$ для всех $N_f \leq 6$ отличия между значениями $h_{opt}, \delta_{f,opt}$, рассчитанных по формулам (46), (47) и (49), (50), не превышают 7%.

Выводы

1. Получены приближенные решения для температурных распределений и тепловой эффективности продольных ребер, круглых ребер и ци-

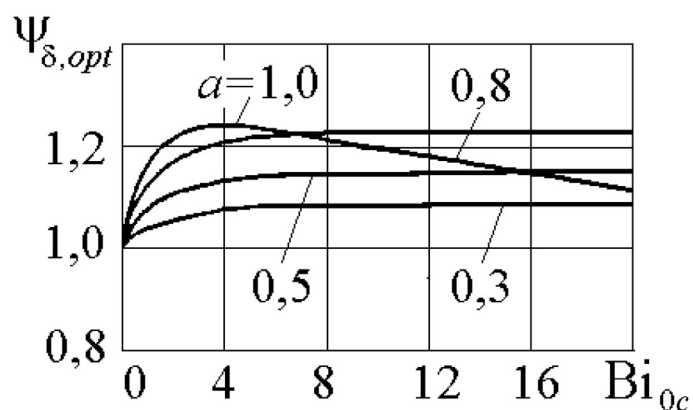
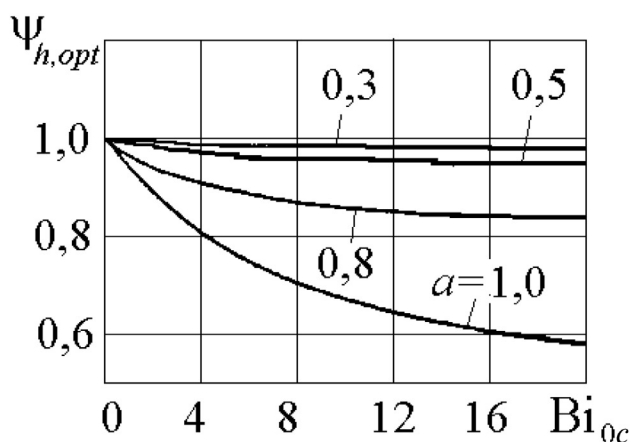


Рис. 6. Зависимость поправочных коэффициентов $\Psi_{h,opt}$, $\Psi_{\delta,opt}$ для продольного ребра с трапециoidalным покрытием от числа Bi_c при различных значениях параметра α .

линдрических шипов с покрытием малой проводимости.

2. Изучено влияние неравномерности покрытий (отложений) на тепловую эффективность продольных ребер, и найдены поправочные коэффициенты, которые учитывают это влияние.

3. Получены двумерные решения задач теплопереноса, и определена эффективность продольных ребер, кольцевых ребер и круглых шипов. Определены погрешности, допускаемые при использовании приближенных методик расчета.

4. Определены оптимальные размеры ребер с покрытиями, и показано, что они могут существенно отличаться от оптимальных размеров для “чистых” ребер. Определены поправочные коэффициенты, учитывающие влияние неравномерности профиля отложений на оптимальные размеры ребер.

5. При наличии защитных покрытий или загрязняющих отложений на развитых поверхностях теплообмена корректный расчет и правильный выбор оптимальных размеров композитного оребрения позволяют уменьшить размеры и массу теплообменников. Это особенно важно для покрытий с малой проводимостью при больших значениях коэффициентов теплоотдачи на обтекаемой поверхности, где их влияние особенно существенно. Оптимизация оребрения при указанных условиях позволяет значительно улучшить массогабаритные показатели теплообменных аппаратов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Керн Д., Краус А. Развитые поверхности теплообмена. — М.: Энергия, 1977. — 452 с.
2. Barker J.J. The efficiency of the composite fins // Nucl. Sci. Eng. — 1958. — V. 3. — P. 300–312.
3. Feijoo I., Davis H.T., Ramkrishna D. Heat transfer in the composite solids with heat generations // J. Heat Transfer. — 1979. — V. 101. — P. 137–143.
4. Huang S.C., Chang Y.P. Heat conduction in unsteady, periodic, and steady state in laminated composites // J. Heat Transfer. — 1980. — V. 102. — P. 742–748.
5. Горобец В.Г., Зозуля Н.В., Новиков В.С. Влияние отложений прямоугольного профиля на тепловую эффективность продольного ребра // Инженерно-физический журнал — 1982. — Т.42, №6. — С.820–824.
6. Chu H., Weng C., Chen, C. Transient response of a composite straight fin // J. Heat Transfer. — 1983. — V. 105 — P. 307–311.
7. Ghoshdastidar P.S., Mukhopadhyay A. Transient heat transfer from a straight composite fin; f numerical solution by ADI // Int. Comm. Heat Mass Transfer. — 1989. — V.19. — P.257–25.
8. Mokheimer E.M.A., Antar M.A., Farooqi J., Zurair, S.M. Analytical and numerical solution along with PC spread-sheets modeling for a composite fin // Heat Mass Transfer. — 1997. — V. 32. — P. 229–238.
9. Lalot S., Tournier C., Jensen M. Fin efficiency of annular fins made of two materials // Int. Journ. Heat Mass Transfer. — 1999. — V.42, N18. — P.3461–34668.

10. Xia Y. and Jacobi A.M. An exact solution to steady heat condition in a two-dimensional slab on a one-dimensional fin: application to frosted heat exchangers // Int. J. Heat Mass Transfer — 2004. — V. 47. — P. 3317–3326.

11. Кошляков И.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. — М.: Высшая школа, 1970. — 707 с.

Получено 01.09.2008 г.

УДК 621.314.21.014.32

**КРУКОВСКИЙ П.Г.¹, ЯЦЕВСКИЙ В.А.¹,
КОНТОРОВИЧ Л.Н.², ИВАНКОВ В.Ф.², ЮРЧЕНКО Д.Д.¹**

¹Институт технической теплофизики НАН Украины

²ОАО “Запорозьтрансформатор”

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К CFD-МОДЕЛИРОВАНИЮ ТЕПЛОВЫХ РЕЖИМОВ СИЛОВЫХ МАСЛЯНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Розглянуто і проведено порівняльний аналіз існуючих методів теплового розрахунку силових масляних трансформаторів – методів “перегрівів” і методу теплогідрравлічних ланцюгів, а також числового методу, заснованого на CFD-моделюванні. Запропоновано методичний підхід до детального аналізу гідродинаміки і теплообміну, заснований на використанні системи CFD-макро- і мікромоделей, такий, що дозволяє проводити розрахунки теплового стану як всього трансформатора (макромоделі із спрощеною геометрією котушок і каналів), так і окремих довольних груп котушок трансформаторів (мікромоделі з детальною геометрією котушок і каналів). Наведено розрахунки, що ілюструють розглянутий підхід.

Рассмотрен и проведён сравнительный анализ существующих методов теплового расчёта силовых масляных трансформаторов – методов “перегревов” и теплогидравлических цепей, а также численного метода, основанного на CFD-моделировании. Предложен методический подход к общему и детальному анализу гидродинамики и теплообмена, основанный на использовании системы CFD-макро- и микромоделей, позволяющий проводить расчёты теплового состояния как всего трансформатора (макромоделей с упрощённой геометрией катушек и каналов), так и отдельных произвольных групп катушек трансформаторов (микромоделей с детальной геометрией катушек и каналов). Приведены расчёты, иллюстрирующие рассмотренный подход.

A comparative analysis of the existing methods for thermal analysis of power oil transformers, i.e., the methods of “overheats” and thermo hydraulic nets as well as the numerical method based on CFD modeling, is considered. An approach for the detailed analysis of hydrodynamics and heat transfer based on the use of CFD system – macro and micromodels is proposed. This approach enables one to carry out thermal analysis of the entire transformer (by means of macromodels with the simplified coils and channels geometry) as well as of any separate groups of transformer coils (by means of micromodels with detailed geometry of coils and channels). We give also the results of calculation illustrating the approach proposed.

Силовые трансформаторы являются основными элементами систем многократной передачи электрической энергии от генерирующего оборудования до конечного потребителя. Важнейшим фактором обеспечения надёжности и долговечности трансформаторного оборудования является эффективный отвод части энергии, выделяющейся в виде теплоты в основных элементах конструкции: в магнитной системе (МС), в обмотках, деталях остова активной части (ярмовые балки,

металлические прессующие кольца, прессующие пластины на стержнях МС), в баке и в других токопроводящих элементах [1 – 4]. Именно эффективность теплоотвода во многом определяет технические, массогабаритные и экономические характеристики трансформатора, а в некоторых случаях и условия его надёжного функционирования в напряжённых режимах эксплуатации [5].

Конструкция силового масляного трансформатора может быть рассмотрена на примере трёх-