

УДК 669.713

КАРВАЦКИЙ А.Я.,  
ВАСИЛЬЧЕНКО Г.Н., БИЛЬКО В.В.

Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”

## ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ЭНЕРГОБАЛАНСА АЛЮМИНИЕВОГО ЭЛЕКТРОЛИЗЕРА

Запропоновано методику розрахунку енергобалансу алюмінієвого електролізера, яка включає в себе елементи класичної методики спільно з числовим моделюванням фізичних полів. Представлено результати розрахунків енергобалансу на температуру процесу та довкілля алюмінієвого електролізера з обпаленими анодами.

Предложена методика расчета энергобаланса алюминиевого электролизера, включающая в себя элементы классической методики совместно с численным моделированием физических полей. Представлены результаты расчетов энергобаланса на температуру процесса и окружающей среды алюминиевого электролизера с обожженными анодами.

We propose a method for numerical analysis of the energy balance of an aluminum electrolyzer. This method includes both elements of the classical method and numerical simulation of physical fields. We also present some results of calculations of the energy balance of an aluminum electrolyzer with burnt anodes related to the environment temperature.

$3D$  – трехмерная область (задача);

$E_{\text{Al}_2\text{O}_3}$  – энтальпия реакции;

$E_{\text{сг.ан}}$  – теплота сгорания анодов;

$F$  – число Фарадея;

$f_{\text{ан.ф}}$  – коэффициент раскрытия анодов (или фактор увеличения площади подошвы анодов);

$h_{\text{МПР}}$  – толщина межполюсного зазора;

$I$  – сила тока, протекающего через электролизер;

$j, \vec{j}$  – нормальная плотность и вектор плотности электрического тока;

$l_{\text{А}}$  – длина анода;

$l_{\text{н}}$  – длина настлы под проекцией анодов;

$M_{\text{Al}}$  – производительность электролизера;

$M_{\text{CO}_2}, M_{\text{CO}}$  – массовые расходы  $\text{CO}_2$  и  $\text{CO}$ ;

$n$  – число электронов, участвующих в реакции;

$\vec{n}$  – внешняя нормаль к поверхности;

$\{\vec{n} \cdot \vec{q}\} = \vec{n}^+ \cdot \vec{q}^+ - \vec{n}^- \cdot \vec{q}^-$ ;

$\{\vec{n} \cdot \vec{j}\} = \vec{n} \cdot \vec{j}|_{\Gamma^-} - \vec{n} \cdot \vec{j}|_{\Gamma^+}$ ;

$n_{\text{А}}$  – количество анодов;

$P$  – мощность;

$q_{vi} = \frac{\Delta u_i I}{V_i}$  – внутренний источник теплоты в  $i$ -м элементе конструкции электролизера, обусловленный протеканием электрического тока;

$r_e$  – контактное электрическое сопротивление;

$r_{\lambda}$  – контактное термическое сопротивление;

$t$  – температура;

$\{t\} = t^+ - t^-$ ;

$t_{\ell}$  – температура фазового перехода;

$t_{\text{в}}$  – температура воздуха;

$t_{\text{ух}} = \frac{t_{\text{эл}} + t_{\text{в}}}{2}$  – температура уходящих газов;

$t_{\text{эл}}$  – температура электролита;

$u$  – электрический потенциал;

$\{u\} = u|_{\Gamma^+} - u|_{\Gamma^-}$ ;

$u_{\text{аэ}}$  – напряжение АЭ;

$u_{\text{гр}}$  – греющее напряжение на электролизере;

$u_{\text{р}}$  – рабочее напряжение на электролизере;

$u_{\text{ср}}$  – среднее напряжение на электролизере;

$V_i$  – объем  $i$ -го элемента конструкции электролизера;

$w_{\text{А}}$  – ширина анода;

$w_{\text{уд}}$  – удельный расход электроэнергии;

$X(x, y, z) \in \Omega$  – декартовы координаты;

$\alpha_{\text{эф}}$  – эффективный коэффициент теплоотдачи, учитывающий конвективную и радиационную составляющие [4];

$\Gamma$  – граница области (подобласти);

$\gamma = 0,3354 \text{ г}/(\text{А} \cdot \text{ч})$  – электрохимический эквивалент получения алюминия;

$\Delta H_{\text{р}}$  – энтальпия или тепловой эффект реакции;

$\Delta u_{Al}$  – потери напряжения от вылитого алюминия;  
 $\Delta u_{aэ}$  – падение напряжения от анодных эффектов;  
 $\Delta u_{ан}, \Delta u_{под}$  – падение напряжения в анодном узле и подине;  
 $\Delta u_{омМПР}$  – омическое падение напряжения в электролите;  
 $\Delta u_{ош}$  – падение напряжения в ошиновке электролизера;  
 $\Delta u_{ош.сер}$  – падение напряжения в ошиновке серии [1,2,4];  
 $\Delta u_{ух.газ}$  – потери напряжения с уходящими газами;  
 $\Delta u_{эл}$  – падение напряжения в электролите;  
 $\Delta u_{эл.хим}$  – напряжение электрохимической реакции при выходе по току 100%;  
 $\delta_r$  – минимальная толщина гарнисажа;  
 $\varepsilon_r$  – погрешность расчета поля температур;  
 $\eta_r$  – выход по току;  
 $\lambda_i(t)$  – температурная зависимость теплопроводности  $i$ -го элемента конструкции;  
 $\nu_{aэ}$  – частота АЭ;  
 $\rho$  – удельное электрическое сопротивление;  
 $\tau_{aэ}$  – длительность АЭ;  
 $\chi = 1/\rho$  – удельная электропроводность;

$\Omega$  – область (подобласть).

#### Индексы верхние:

“+” – справа от границы;

“–” – слева от границы;

$k$  – номер итерации.

#### Индексы нижние:

$i$  – номер области (элемента конструкции);

$\max$  – максимальное значение;

$\sum$  – суммарное значение;

$p$  – жидкая фаза (расплав), рабочее значение, реакция;

$t$  – твердая фаза.

#### Сокращения:

$T$ -поле – поле температур;

$U$ -поле – поле электрического потенциала;

АЭ – анодный эффект;

КО – криолитовое отношение;

МПР – межполюсное расстояние;

ОА – обожженные аноды;

ПМГЭ – прямой метод граничных элементов;

УРЭ – удельный расход электроэнергии;

УЭС – удельное электрическое сопротивление;

ФРП – форма рабочего пространства.

## Введение

При проектировании новых и модернизации действующих алюминиевых электролизеров большое значение имеют данные по их энергетическим балансам, позволяющие оценить как энергетическую эффективность ванн в целом, так и отдельных статей баланса и определить резервы для снижения УРЭ. Классическая методика расчета энергобалансов электролизеров на температуру процесса и окружающей среды достаточно полно представлена в [1,2]. К основным недостаткам классической методики можно отнести: необходимость проведения экспериментов на действующих электролизерах и невозможность ее применения для проектируемых электролизеров. Использование численного моделирования трехмерных физических полей в алюминиевых электролизерах вместо выполнения натурального эксперимента в сочетании с элементами классической методики позволяет избежать вышеуказанных недостатков и выполнять

расчеты энергобалансов электролизеров на стадии их проектирования.

## Постановка задачи

Рассмотрим несвязанную постановку тепло-электрической задачи применительно к алюминиевому электролизеру (рис. 1). Поле электрического потенциала в электропроводных областях  $\Omega \in R^3$  конструкции описывается стационарным уравнением электропроводности [3]

$$\nabla[\chi_i \nabla u(X)] = 0, \quad X \in \Omega. \quad (1)$$

Граничные условия для (1) имеют вид:

- на торцах катодной и анодной ошиновок задается нулевой потенциал и плотность электрического тока соответственно

$$u|_{\Gamma} = 0; \quad (2)$$

$$\vec{n} \cdot [-\chi \nabla u] = j; \quad (3)$$

- условия сопряжения различных элементов конструкции при наличии контактного электрического сопротивления:

$$\begin{cases} \{u\} = r_e^+ \vec{n} \cdot \vec{j}^+; \\ \{\vec{n} \cdot \vec{j}\} = 0; \end{cases} \quad (4)$$

- на остальных поверхностях рассматривается условие отсутствия протекания электрического тока

$$\vec{n} \cdot \nabla u = 0. \quad (5)$$

Поле температур алюминиевого электролизера (рис. 1) при его эксплуатации описывается нелинейным стационарным уравнением теплопроводности вида [3-5]

$$\text{div}[\lambda_i(t) \nabla t(X)] + q_{vi}(X) = 0, \quad X \in \Omega. \quad (6)$$

В качестве граничных условий для (6) рассматриваются:

- на внешних границах электролизера, контактирующих с воздухом, записываются граничные условия конвективного типа, а на осях симметрии – адиабатные условия

$$\vec{n} \cdot [-\lambda_i(t) \nabla t] = \alpha_{эф}(t)(t - t_в); \quad (7)$$

$$\vec{n} \cdot \nabla t = 0; \quad (8)$$

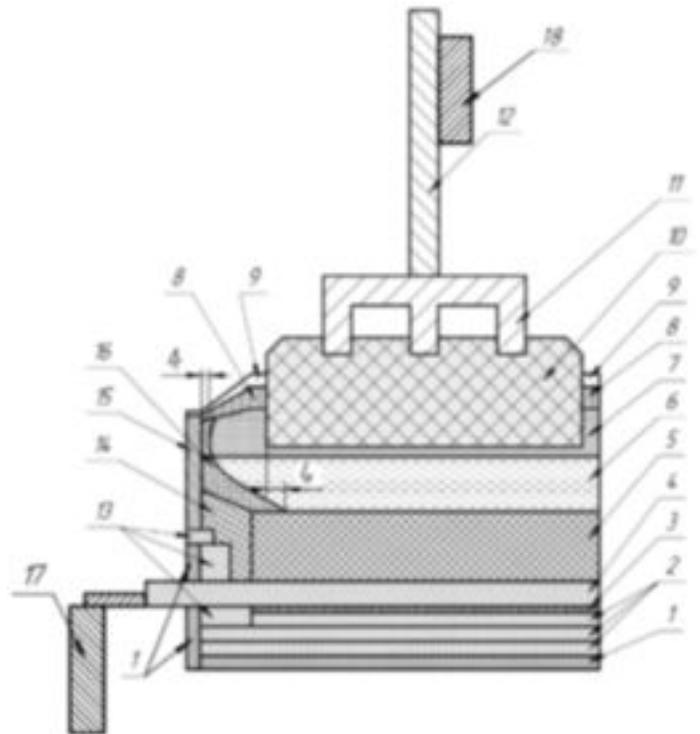
- на границах контакта различных элементов конструкции электролизера – условия сопряжения, в которых может также учитываться контактное термическое сопротивление:

$$\begin{cases} \{t\} = r_\lambda^+ \vec{n} \cdot \vec{q}^+; \\ \{\vec{n} \cdot \vec{q}\} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Запись (6) является обобщенной постановкой стационарной задачи типа Стефана, в которой учитывается скачок теплопроводности на границах электролит–гарнисаж и металл–настыль:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_\tau, & t \leq t_\ell \\ \lambda_p, & t > t_\ell \end{cases}. \quad (10)$$

Связь между решениями задач (1)-(5) и (6)-(10) устанавливается по длине настыли под проекцией анодного массива итерационным способом.



**Рис. 1. Схема электролизера ОА:**  
 1 – теплоизоляция днища и борта; 2,3 – огнеупорный слой цоколя; 4 – блюмс; 4 – подовый блок; 6 – расплав алюминия; 7 – расплав электролита; 8 – корка; 9 – глинозем; 10 – обожженный анод; 11 – анодная траверса с ниппелями; 12 – анодная штанга; 13 – бровка; 14 – периферийный шов; 15 – бортовой блок; 16 – настиль и гарнисаж; 17,18 – катодная и анодная шины.

### Численные модели

Для решения сформулированных задач (1)-(5) и (6)-(10) используется программное обеспечение [3,5], основанное на ПМГЭ. При построении численных моделей в вычислительной среде [5] применяются файлы-заданий или макросы. Эти файлы специально разрабатываются для конкретной конструкции и типа задачи с использованием C-подобного языка программирования, который включает в себя соответствующие команды, операторы и функции. Файлы-заданий содержат информацию о геометрии модели, свойствах материалов, задании на расчет и т.д. При разработке файла-задания для 3D модели U-поля 1/4 алюминиевого электролизера ОА-105

использовалась постановка (1)-(5) и методика расчета электробаланса. УЭС материалов электролизера брались из [6], а контактных электрических сопротивлений из [7]. Электропроводность электролита рассчитывалась по его химическому составу, КО и температуре процесса [8]. Исходные данные файла-задания для расчета  $U$ -поля включают в себя: геометрические характеристики электролизера, параметры ФРП, МПР, уровни металла и электролита; УЭС материалов конструкции электролизера и данные по значениям контактных электрических сопротивлений; задание на расчет  $U$ -поля и электробаланса. Адаптация или настройка численной модели проводится по экспериментальным данным ( $u_p$ ,  $u_{\text{под}}$ ,  $u_{\text{ан}}$  [4,9]) путем варьирования МПР, ФРП и значениями контактных электрических сопротивлений в пределах их погрешности определения.

При разработке файла-задания для 3D модели  $T$ -поля 1/4 алюминиевого электролизера ОА-105 применялась постановка (6)-(10) и методика расчета энергобаланса на температуру окружающей среды. Теплопроводность материалов электролизера бралась из [4,6], а температура ликвидуса электролита рассчитывалась по составу электролита, КО и температуре процесса [10]. Исходные данные файла-задания для расчета  $T$ -поля включают в себя: геометрические характеристики, технологические параметры, данные расчета электробаланса, теплопроводность материалов, температуру ликвидуса электролита, задание на расчет  $T$ -поля, параметров ФРП, температуры электролита, тепловых потерь и энергобаланса.

Адаптация численной модели проводится по экспериментальным данным ( $u_p$ , ФРП, МПР, температурам на поверхностях контакта с воздухом) путем изменения значений, МПР, теплопроводности материалов с учетом пропитки их фторосолями [4].

### Методика расчета электробаланса

При решении несвязанной задачи входным параметром для расчета  $U$ -поля электролизера является длина настывли, а для расчета  $T$ -поля – падение напряжения в анодном узле и подине, омическое падение напряжения в электролите.

То.  $U, T$ -поля электролизера находятся методом последовательных приближений. Критерием сходимости при этом является либо длина настывли под проекцией анода, либо величина ее изменения, которая определяется из решения тепловой задачи.

После расчета  $U$ -поля электролизера [3] рассчитывается падение напряжения на отдельных его элементах. Вначале находится средний потенциал на соответствующих поверхностях элементов электролизера как среднеинтегральная величина. Затем рассчитываются падение напряжения в элементах конструкции электролизера как разность между средними значениями потенциалов соответствующих поверхностей:  $\Delta u_{\text{под}}$ ,  $\Delta u_{\text{ан}}$ ,  $\Delta u_{\text{ом МПР}}$  и падение напряжения в ошиновке электролизера

$$\Delta u_{\text{ош}} = u_{\text{max}} - \Delta u_{\text{ан}} - \Delta u_{\text{ом МПР}} - \Delta u_{\text{под}}.$$

Расчет падения напряжения в МПР от электрохимических реакций разложения  $\text{Al}_2\text{O}_3$  происходит в несколько этапов. Сначала определяется производительность электролизера при выходе по току  $\eta_T = 100\%$

$$M_{\text{Al}} = \frac{\gamma I}{3600 \cdot 1000}.$$

Далее определяется теплота сгорания анодов, выраженная в В:

$$E_{\text{сг.ан}} = \frac{9300 M_{\text{CO}_2} + 8800 M_{\text{CO}}}{I}.$$

Затем определяется энтальпия или тепловой эффект реакции разложения глинозема на инертном аноде [2] при температуре электролиза



$$\Delta H_p = \Delta H_{\text{Al}} + \Delta H_{\text{O}_2} - \Delta H_{\text{Al}_2\text{O}_3}.$$

Далее энтальпия реакции преобразуется в напряжение

$$E_{\text{Al}_2\text{O}_3} = \Delta H_p / (nF).$$

Напряжение электрохимической реакции при выходе по току 100% определяется как

$$\Delta u_{\text{эл.хим}} = E_{\text{Al}_2\text{O}_3} - E_{\text{сг.ан}}.$$

Величина  $\Delta u_{\text{эл.хим}}$  прибавляется к омическому падению напряжения в электролите. В результате получаем падение напряжения в электролите

$$\Delta u_{\text{эл}} = \Delta u_{\text{ом МПР}} + \Delta u_{\text{эл.хим}}.$$

При выходе по току < 100% часть  $\Delta u_{\text{эл.хим}}$  переходит в омическое падение напряжения в электролите. В последнюю очередь рассчитывается рабочее напряжение на электролизере

$$\Delta u_{\text{р}} = \Delta u_{\text{ан}} + \Delta u_{\text{эл}} + \Delta u_{\text{под}} + \Delta u_{\text{ош}}.$$

С использованием численного решения по элементам рассчитываются следующие параметры тока в электролизере ОА: по торцам блюмсов и анодным ниппелям рассчитываются распределения результирующих значений  $j_{\text{sum}}, I_{\text{sum}}$ ; по подошвам анодов рассчитываются распределения  $j_x, I_x; j_y, I_y; j_z, I_z; j_{\text{sum}}, I_{\text{sum}}$ . Также определяется суммарный ток через электролизер в различных сечениях (например, подошвы анодов, блюмсы, анодные ниппели).

Вышеописанная численная модель адаптирована для электролизера ОА с целью выполнения расчетов полей электрического потенциала при изменении длины подовой настилы, МПР, размеров катодных секций и их материалов, размеров бортовых блоков и т.д. При этом происходит расчет электробаланса электролизера, распределения тока и плотности тока на торцах анодных ниппелей, на подошвах анодов и на торцах блюмсов. Также рассчитываются значения горизонтальных составляющих тока и суммарный ток по элементам конструкции электролизера.

### Методика расчета энергобаланса

На первом этапе выполняется расчет плотности внутренних источников теплоты по данным расчета электробаланса

$$q_{\text{в под}} = \Delta u_{\text{под}} I / V_{\text{под}}, \quad q_{\text{в ан}} = \Delta u_{\text{ан}} I / V_{\text{ан}}.$$

Затем определяется падение напряжения в МПР, которое идет на теплопотери:

$$\Delta u_{\text{МПР}} = \Delta u_{\text{ом МПР}} + \Delta u_{\text{аэ}} + \Delta u_{\text{эл.хим}} (1 - \eta_{\text{T}} / 100) - \Delta u_{\text{Al}} - \Delta u_{\text{ух.газ}}. \quad (11)$$

Слагаемые (11) включают в себя:

- омическое падение напряжения в МПР

$$\Delta u_{\text{ом МПР}} = \frac{1}{\chi} \frac{h_{\text{МПР}}}{f_{\text{ан.ф}} S_{\text{под.ан}}};$$

- падение напряжения от АЭ

$$\Delta u_{\text{аэ}} = (u_{\text{аэ}} - u_{\text{р}}) \nu_{\text{аэ}} \tau_{\text{аэ}} / 1440;$$

- потери падения напряжения с вылитым алюминием с учетом выхода по току

$$\Delta u_{\text{Al}} = \frac{M_{\text{Al}} [1,04(660 - t_{\text{в}}) + 400 + 1,18(t_{\text{эл}} - 660)] \eta_{\text{T}}}{I \cdot 100}.$$

- потери падения напряжения с уходящими газами с учетом выхода по току

$$\Delta u_{\text{ух.газ}} = \frac{M_{\text{CO}_2} 0,86(t_{\text{ух}} - t_{\text{в}}) + M_{\text{CO}} 1,05(t_{\text{ух}} - t_{\text{в}}) \eta_{\text{T}}}{I \cdot 100}.$$

Тогда внутренний источник в МПР (в электролите) определяется как

$$q_{\text{в МПР}} = \Delta u_{\text{МПР}} I / V_{\text{МПР}}.$$

Напряжение от сгорания анодов с учетом выхода по току

$$\Delta u_{\text{сг.ан}} = \frac{9300 M_{\text{CO}_2} + 8800 M_{\text{CO}} \eta_{\text{T}}}{I \cdot 100}.$$

Греющее напряжения на электролизере

$$u_{\text{гр}} = \Delta u_{\text{ом МПР}} + \Delta u_{\text{эл.хим}} + \Delta u_{\text{аэ}} + \Delta u_{\text{ан}} + \Delta u_{\text{под}}.$$

Рабочее напряжения на электролизере

$$u_{\text{р}} = \Delta u_{\text{ом МПР}} + \Delta u_{\text{эл.хим}} + \Delta u_{\text{анод}} + \Delta u_{\text{под}} + \Delta u_{\text{ош}}.$$

Среднее напряжение на электролизере

$$u_{\text{ср}} = u_{\text{гр}} + \Delta u_{\text{ош.ср}}.$$

Удельный расход электроэнергии

$$w_{\text{уд}} = 1000 \frac{u_{\text{ср}}}{\gamma \frac{\eta_{\text{T}}}{100}}.$$

На втором этапе выполняется итерационный расчет  $T$ -поля [5], ФРП и температуры электро-

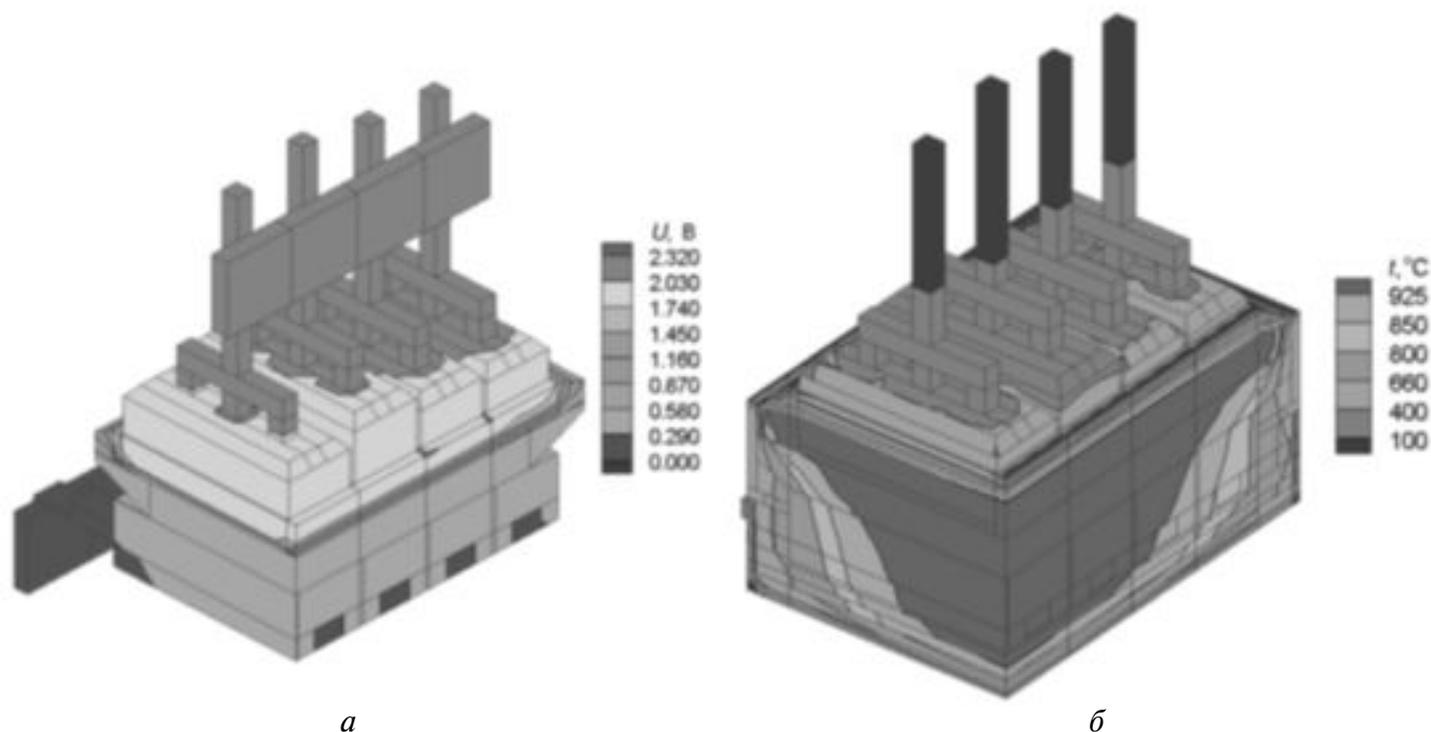


Рис. 2. Физические поля электролизера ОА-105:

- а) поле электрического потенциала (без учета падения напряжения на электрохимический процесс);  
 б) поле температур при  $w_{уд} = 13990$  кВт·ч: продольная сторона:  $t_{эл} = 929$  °С;  $\delta_r = 7,0$  см;  $l_n = -41,8$  см;  
 торец:  $t_{эл} = 928$  °С;  $\delta_r = 15,6$  см;  $l_n = -59,3$  см.

лита электролизера. Критерием окончания расчета является выполнение условия

$$|t_i^{k+1} - t_i^k| \leq \varepsilon_i, i = \overline{1, M}.$$

После расчета температурного поля определяются параметры ФРП и температура электролита в пространстве борт-анод по продольной и поперечной сторонам.

На третьем этапе выполняется расчет тепловых потерь. При расчете теплотерь энергетический контур электролизера ограничивается со стороны катода блоками, а со стороны анодного массива – анодными штангами. Наружные поверхности катодного узла подразделяются на следующие зоны: днища; нижнего пояса – уровень до блюмсов; среднего пояса – уровень подового блока; верхнего пояса – уровень расплавов. Наружные поверхности анодного узла подразделяются на следующие зоны: глиноземной засыпки; анодов и ниппелей; анодных траверс и штанг. На отмеченных поверхностях зон

рассчитываются средние значения температуры и тепловых потоков.

**В приходные статьи баланса на температуру окружающей среды входят:** теплота от сгорания угольного анода ( $\Delta u_{сг.ан}$ , В), ( $\Delta u_{сг.ан} I$ , кВт); теплота от подведенной электроэнергии ( $u_{тр}$ , В), ( $u_{тр} I$ , кВт).

**В расходные статьи баланса на температуру окружающей среды входят:** электрохимический процесс ( $E_{Al_2O_3} \frac{\eta_T}{100}$ , В), ( $E_{Al_2O_3} \frac{\eta_T}{100} \frac{I}{1000}$ , кВт); теплотери с вылитым металлом ( $\Delta u_{Al}$ , В), ( $\Delta u_{Al} \frac{I}{1000}$ , кВт); теплотери с уходящими газами

( $\Delta u_{ух.газ}$ , В), ( $\Delta u_{ух.газ} \frac{I}{1000}$ , кВт); теплотери

ри анода и катода  $\{(\Delta u_{МПР} + \Delta u_{ан} + \Delta u_{под})\}$ , В,

$\{(\Delta u_{МПР} + \Delta u_{ан} + \Delta u_{под}) \frac{I}{1000}\}$ , кВт.

Табл. 1. Электробаланс электролизера ОА-105

Сила тока $I$ , кА	Рабочее напряжение $u_p$ , В	Падение напряжения в ошиновке эл-ра $\Delta u_{\text{ош}}$ , В	Падение напряжения в анодном узле $\Delta u_{\text{ан}}$ , В	Падение напряжения в подине $\Delta u_{\text{под}}$ , В	Падение напряжения в электролите $\Delta u_{\text{эл}} =$ $\Delta u_{\text{ом МПР}} + \Delta u_{\text{эл.хим}}$
105,0	4,129	0,196	0,342	0,366	3,225 = = 1,416 + 1,809

Табл. 2. Энергобаланс электролизера ОА-105

Приходные статьи	$P$ , кВт	$\Delta u$ , В	доля, %
Электроэнергия	420,1	4,001	79,98
Окисление анодов	105,2	1,002	20,02
<b>Всего приход энергии</b>	<b>525,3</b>	<b>5,003</b>	<b>100,0</b>
Расходные статьи	$P$ , кВт	$\Delta u$ , В	доля, %
Электрохимический процесс	276,1	2,629	52,64
Теплопотери анодов и катода	231,2	2,202	44,07
Теплопотери с вылитым металлом	12,4	0,118	2,37
Теплопотери с уходящими газами	4,8	0,046	0,92
<b>Всего расход энергии</b>	<b>524,5</b>	<b>4,995</b>	<b>100,0</b>
Небаланс	0,84	0,008	0,159

### Результаты расчетов

Данные расчетов полей электрического потенциала и температур, электробаланса, теплопотерь и энергобаланса на температуру окружающей среды алюминиевого электролизера ОА на силу тока 105 кА представлены на рис. 2 и в табл. 1,2.

Предложенная методика также применялась в расчетах энергобалансов электролизеров на различную силу тока от 70 до 320 кА.

### Выводы

Представленная методика может быть применена для расчетов энергобалансов при проектировании алюминиевых электролизеров различных типов. Для расчета физических полей электролизеров по данной методике возможно также применение коммерческого программного обеспечения [11].

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Криворученко В.В., Коробов М.А.* Тепловые и энергетические балансы электролизеров. – М.:

ГНТИ по черной и цветной металлургии, 1963. – 320 с.

2. *Ветюков М.М., Цыплаков А.М., Школьников С.Н.* Электрометаллургия алюминия и магния. Учебник для вузов. – М.: Металлургия, 1987. – 320 с.

3. *Карвацкий А.Я., Дудников П.И., Лелека С.В., Билько В.В.* Численное исследование температурных и электрических полей в алюминиевых электролизерах // Промышленная теплотехника. – 2003. – Т.25, приложение к №4. – С. 389–391.

4. *Панов Е.Н., Васильченко Г.Н., Даниленко С.В., Карвацкий А.Я. и др.* Тепловые процессы в электролизерах и миксерах алюминиевого производства/ Под общ.ред. Громова Б.С. – М.: Издательский дом “Руда и металлы”, 1998. – 256 с.

5. *Карвацкий А.Я., Дудников П.И., Лелека С.В., Жученко А.И.* Застосування методу граничних елементів для розв’язання тривимірних задач теплопровідності// Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2005. – №5. – С. 5–13.

6. *Физические величины.* Справочник/ Под ред. И.С. Григорьева. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.

7. Sorlie M., Oye H.A. Cathodes in Aluminum Electrolysis. – 2<sup>nd</sup> ed. – Düsseldorf: Aluminium – Verlag, 1994.

8. G. Choudhary, Electrical Conductivity for Aluminum Cell Electrolyte between 950 °C-1025 °C by Regression Equation // J. Electrochem. Soc. – (1973). – Vol.120, No.3. – P. 381–383.

9. J.M.Jolas, J.Bos, Cathode Drop Comparisons on Aluminium Peshiney Modern Cells, Light Metals. – 1994. – P. 403–410.

10. S. S. Lee, K.-S. Lei, P. Xu, J. J. Brown, Determination of Melting Temperatures and Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Solubilities for Hall Cell Electrolyte Compositions, Light Metals. – 1984. – P. 841–855.

11. А.Б. Каплун, Е.М. Морозов, М.А. Олферова. ANSYS в руках инженера. – М.:УРСС, 2003. – 270 с.

Получено 05.03.2008 г.

УДК 532.526

ГОЛОВНЯ Б.П.

Черкасский национальный университет им. Б.Хмельницкого

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СЛУЧАЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПУЛЬСАЦИОННЫХ КОМПОНЕНТ В ВИДЕ СУММЫ НЕСКОЛЬКИХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН ЧАСТЬ 2. ОКОНЧАТЕЛЬНАЯ РАЗРАБОТКА И ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛИ

У першій частині роботи запропоновано нову методику побудови моделей турбулентності, що дозволяє представляти пульсаційну компоненту у вигляді суми ряду випадкових величин. У даній роботі на основі цієї методики побудовано модель для розрахунку турбулентного тепло- і масопереносу в пограничних шарах. Тестування моделі показує, що, крім стандартних задач, вона дозволяє розв'язувати задачі, які раніше не ставилися.

В первой части работы предложена новая методика построения моделей турбулентности, позволяющая представлять пульсационную компоненту в виде суммы ряда случайных величин. В данной работе на основе этой методики построена модель для расчета турбулентного тепло- и массопереноса в пограничных слоях. Тестирование модели показывает, что, кроме стандартных задач, она позволяет решать задачи, ранее попросту не ставившиеся.

In the first part of this work, we proposed a new methodology of the construction of turbulence models, which make it possible to represent fluctuations as a sum of a series of random variables. In the present work, on the bases of this methodology, we construct a model for the simulation of turbulent heat and mass transfer in boundary layers. Testing of this model shows that, in addition to standard problems, it enables one to solve problems that were not posed earlier.

$C_1, C_2, C_\varepsilon, C_v$  – константи модели турбулентности;  
 $F_v, f_0, f_{0-i}$  – функции модели турбулентности;

$k = 0,5u_i u_i$  – кинетическая энергия турбулентности;  
 $k_0, k_1, k_i$  – энергия первичных, вторичных,  $i$ -ых вихрей;

$Q_w$  – тепловой поток;

$u, v$  – пульсационные компоненты скорости в  $x$  и  $y$  направлениях;

$u_0, u_1, u_i$  – пульсационные компоненты скорости в  $x$  направлении, создаваемые первичными, вторичными,  $i$ -ми вихрями;

$t_0, t_1, t_i$  – пульсационные компоненты температуры в  $x$  направлении, создаваемые первичными, вторичными,  $i$ -ми вихрями;

$\delta$  – толщина пограничного слоя;

$\varepsilon = \nu (\partial u_i / \partial x_i)^2$  – скорость диссипации  $k$ ;

$\nu$  – кинематический коэффициент вязкости;

$\nu_i$  – кинематический коэффициент турбулентной вязкости.

**Индексы:**

0, 1, 2 – относится к первичным, вторичным, третичным вихрям.