

УДК 533.72

ІВАНИЦКИЙ Г.К., ЦЕЛЕНЬ Б.Я.

Інститут технической теплофизики НАН Украины

## ТЕПЛО- И МАССООБМЕН ПРИ ИСПАРЕНИИ И КОНДЕНСАЦИОННОМ РОСТЕ КАПЕЛЬ В ВОЗДУХЕ И В ПЕРЕГРЕТОМ ПАРЕ

Запропоновано математичну модель, яка описує стаціонарні і нестаціонарні процеси випаровування та конденсаційного зростання краплин рідини, що рухаються в газовому середовищі. Проаналізовано особливості тепломасообміну та кінетики фазових переходів в процесі випаровування і зростання краплі в повітрі і в середовищі перегрітої пари.

$B$  – газовая постоянная;  
 $c$  – удельная теплоемкость;  
 $D$  – коэффициент диффузии;  
 $J$  – массовый поток;  
 $j$  – плотность массового потока;  
 $L$  – теплота испарения;  
 $M$  – молекулярная масса;  
 $m$  – масса;  
 $p$  – давление;  
 $Q$  – тепловой поток;  
 $q$  – плотность теплового потока;  
 $R$  – радиус;  
 $r$  – радиальная координата;  
 $T$  – температура;  
 $v$  – скорость;  
 $\alpha_m$  – коэффициент испарения;  
 $\delta$  – толщина погранслоя;

### Введение

Процессы испарения и конденсации широко применяются в промышленной практике для очистки веществ, сушки, разделения жидких смесей, в системах кондиционирования воздуха, в рефрижераторах и тепловых насосах. Испарительное охлаждение воды используется в оборотных системах водоснабжения предприятий. В тех технологиях, где испарение и конденсация являются базовыми операциями, интенсификация процессов достигает-

Предлагается математическая модель, которая описывает стационарные и нестационарные процессы испарения и конденсационного роста капель жидкости при их движении в газовой среде. Проанализированы особенности тепломассообмена и кинетики фазовых переходов при испарении и росте капли в воздухе и в среде перегретого пара.

A mathematical model has been developed both for stationary and non-stationary processes of evaporation and condensing growth of liquid droplets during their motion relative to gaseous phase. The most important features of heat and mass transfer and phase change have been analyzed for droplet evaporation and growth in air and in superheated vapor.

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  
 $\tau$  – время;  
 $\Omega$  – сопротивление.

### Индексы:

$0$  – начальное значение;  
 $boil$  – кипение;  
 $D$  – диффузионный;  
 $dr$  – капля;  
 $eq$  – равновесный;  
 $g$  – газ;  
 $l$  – жидкость;  
 $s$  – поверхность;  
 $sat$  – насыщенный;  
 $T$  – тепловой;  
 $v$  – пар;  
 $vg$  – парогазовая среда.

ся за счет увеличения поверхности контакта фаз, прежде всего, путем диспергирования жидкости, а также за счет рационального выбора температуры, давления и скорости газового теплоносителя.

Изучение процесса испарения жидкости в среде перегретого пара привлекает внимание исследователей, прежде всего, в связи с решением задачи снижения энергетических затрат в сушильных технологиях [1-3]. Испарение и сушка капель распыленной жидкости в перегретом паре протекает в стационарном режиме, что существенно упрощает

моделирование процесса и обеспечивает надежность теоретического анализа [4].

Интерес к изучению тепло- и массообмена капель с перегретым паром обусловлен задачами повышения энергетической эффективности тепловых насосов, рефрижераторов и паровых турбин, принцип работы которых основан на использовании испарительно-конденсационной схемы [5-7]. Определяющее влияние на эффективность работы этих устройств оказывают процессы, протекающие в кратковременной нестационарной стадии [8], и использование методов математического моделирования для анализа этих процессов оказывается весьма плодотворным.

Рассматриваемая здесь модель разрабатывалась применительно к анализу тепломассообменных процессов, реализуемых в испарительно-конденсационной схеме когенерации теплоты, в частности, для совершенствования конструкции и прогнозирования оптимальных режимов работы разработанного в ИТТФ НАН Украины аппарата вакуумно-термической обработки жидких продуктов [9,10]. Модель может быть полезной и при рассмотрении процесса распылительной сушки растворов в среде перегретого пара и в воздухе, а также при анализе работы тепловых насосов и скрубберов.

### **Тепломассообменные процессы при испарении и росте капель в парогазовых средах**

Рассмотрим основные закономерности испарения или роста капли в процессе ее движения в воздухе или другом неконденсированном газе, который, как и пар, считается идеальным газом. Начало сферических координат совпадает с центром капли.

Параметры газовой среды – давление  $p_{vg\infty}$ , температура  $T_{vg\infty}$  и относительная влажность  $\varphi$  остаются постоянными на протяжении всего процесса. Парциальное давление пара  $p_{v\infty} = p_{sat}(T_{vg\infty}) \cdot \varphi$ , а парциальная плотность  $\rho_{v\infty} = p_{v\infty} M_v / B T_{vg\infty}$ .

Теплообмен капли с газом определяется кондуктивным переносом тепла в пределах прилегающего к капле теплового слоя  $\delta_T$ , а массообмен – диффузией пара в газе в пределах диффузационного слоя

$\delta_m$ , который практически совпадает с тепловым слоем ( $\delta_m = \delta_T \equiv \delta$ ). Толщина пограничного слоя  $\delta$  зависит от условий обтекания капли потоком газа. Внутри слоя градиенты температуры ( $dT_{vg}/dr$ ), парциального давления пара ( $dp_v/dr$ ) и газа ( $dp_g/dr$ ) отличны от нуля, а общее давление парогазовой среды  $p_{vg}(r) = p_{vg\infty} = \text{const}$ . На внешней границе слоя  $T_v(R + \delta) = T_{v\infty}$  и  $p_v(R + \delta) = p_{v\infty}$ . В модели принимается, что температура капли одинакова по ее объему  $T_l(r, \tau) = \bar{T}_l(\tau)$ , а температура ее поверхности  $T_s = \bar{T}_l$ .

Скорость испарения (или роста) капли

$$J \equiv dm/d\tau = 4\pi R D_{vg} [\rho_{sat}(T_s) - \rho_{v\infty}] \cdot (1 + R/\delta), \quad (1)$$

а массовый поток через единицу поверхности капли

$$j \equiv \frac{J}{4\pi R^2} = [\rho_{sat}(T_s) - \rho_{v\infty}] / \Omega_D. \quad (2)$$

Здесь  $\rho_{sat}(T_s) - \rho_{v\infty}$  – потенциал массопереноса, а  $\Omega_D = R\delta/D_{vg}(R + \delta)$  – диффузионное сопротивление массопереносу. Если в качестве потенциала массопереноса использовать разность давлений, уравнение (2) сводится к виду

$$j = [p_{sat}(T_s) - p_{v\infty}] M_v / B \Omega_D. \quad (3)$$

Тепловой поток через единицу поверхности капли

$$q \equiv \frac{Q}{4\pi R^2} = \frac{\lambda_{vg} (T_s - T_{vg\infty})}{R} \left( 1 + \frac{R}{\delta} \right) = \frac{T_s - T_{vg\infty}}{\Omega_\lambda}, \quad (4)$$

где  $T_s - T_{vg\infty}$  – потенциал теплопереноса, а  $\Omega_\lambda = R\delta/\lambda_{vg}(R + \delta)$  – кондуктивное сопротивление теплопереносу. Для неподвижной капли ( $Re = 0$ ) толщина слоя  $\delta \rightarrow \infty$ , и в этом случае  $\Omega_\lambda = R/\lambda_{vg}$ , а  $\Omega_D = R/D_{vg}$ .

В процессе испарения или роста капли в воздушной среде тепловой поток через ее поверхность

$$\begin{aligned} Q &= 4\pi R \lambda_{vg} (T_s - T_{g\infty}) \cdot (1 + R/\delta) = \\ &= 2\pi R \lambda_{vg} (T_s - T_{g\infty}) \cdot \text{Nu}_g, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\text{Nu}_g$  – число Нуссельта, определяющее интенсивность теплообмена капли с воздухом. Массовый поток через поверхность капли в процессе ее испарения или роста

$$\begin{aligned} J &= 4\pi RD_{vg} [\rho_{sat}(T_s) - \rho_{v\infty}] \cdot (1 + R/\delta) = \\ &= 2\pi RD_{vg} [\rho_{sat}(T_s) - \rho_{v\infty}] \cdot \text{Sh}_g, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\text{Sh}_g$  – число Шервуда, которое характеризует интенсивность массообмена капли с воздухом (массообменный аналог числа Нуссельта). Уравнения (5) и (6) позволяют установить связь чисел  $\text{Nu}_g$  и  $\text{Sh}_g$  с толщиной пограничного слоя  $\delta$ :

$$\begin{aligned} \text{Nu}_g &= 2(1 + R/\delta_T) = 2(1 + R/\delta); \\ \text{Sh}_g &= 2(1 + R/\delta_m) = 2(1 + R/\delta). \end{aligned} \quad (7)$$

Для оценки тепло- и массообмена капли с воздухом используются зависимости

$$\begin{aligned} \text{Nu}_g &= 2,0 + 0,65 \text{Re}^{0,5} \text{Pr}^{0,33} \text{ и} \\ \text{Sh}_g &= 2,0 + 0,65 \text{Re}^{0,5} \text{Sc}^{0,33}, \end{aligned} \quad (8)$$

которые хорошо аппроксимируют экспериментальные данные по испарению капель в воздухе и в других нейтральных газах [2,11]. Здесь  $\text{Sc} = \nu/D$  – число Шмидта (массообменный аналог числа Прандтля  $\text{Pr} = \nu/a$ ). Уравнения (7) и (8) указывают на аналогию и математическое подобие между процессами теплообмена и массообмена.

Если подводимое к капле тепло расходуется только на испарение жидкости ( $Q = -JL$ , или  $q = -jL$ ), процесс протекает в равновесном режиме при постоянной температуре поверхности ( $T_s = T_{eq} = \text{const}$ ). Подставляя в условие  $Q = -JL$  правые части (5) и (6), и проводя необходимые преобразования, запишем

$$\lambda_g (T_{v\infty} - T_{eq}) \cdot \text{Nu}_g = D_{vg} [\rho_{sat}(T_{eq}) - \rho_{v\infty}] \cdot L \cdot \text{Sh}_g. \quad (9)$$

Вследствие математического тождества чисел  $\text{Sh}_g$  и  $\text{Nu}_g$ , что вытекает из соотношений (7) и (8), температура равновесного испарения  $T_{eq}$  не зависит от условия обтекания капли потоком газа. Из (9) следует, что

$$T_{eq} = T_{v\infty} - D_{vg} [\rho_{sat}(T_{eq}) - \rho_{v\infty}] L / \lambda_g. \quad (10)$$

При заданных параметрах парогазовой среды –  $p_{vg\infty}$ ,  $T_{vg\infty}$ ,  $\varphi$ , и известных теплофизических характеристиках жидкости и газа –  $D_{vg}$ ,  $\lambda_{vg}$  и  $L$  – формула (10) однозначно определяет значение равновесной температуры  $T_{eq}$ . Температура  $T_{eq}$ , которую называют температурой мокрого термометра, характеризует предел охлаждения жидкости в процессах испарительного охлаждения.

### **Тепломассообменные процессы при испарении и росте капель в перегретом паре**

Рассмотрим теперь особенности теплообмена и массообмена при испарении или росте капли жидкости с начальными параметрами  $R_0$  и  $T_{l0}$  в среде перегретого пара этой жидкости. При заданных значениях температуры  $T_{v\infty}$  и давления  $p_{v\infty}$  пар считается перегретым, если  $p_{v\infty} < p_{sat}(T_{v\infty})$ , или  $T_{v\infty} > T_{boil}(p_{v\infty})$ .

Условие гомобаричности в системе сохраняется, но теперь оно относится к давлению пара, так что для всех  $r \geq R$  давление пара  $p_v(r) = p_{v\infty} = \text{const}$ .

Предполагается, что температура пара на границе с каплей ( $r = R$ ) равна температуре поверхности жидкости  $T_R \equiv T_v(R) = T_s$ , т.е. исключается скачок температуры на межфазной границе. Внутри капли по-прежнему соблюдается условие  $T_l(r, \tau) = \bar{T}_l(\tau)$ .

Из-за различия температур пара на границе с каплей  $T_R = T_s$  и на большом удалении от нее ( $T_v(r) = T_{v\infty}$  при  $r \geq R + \delta$ ) в окрестности капли формируется тепловой слой  $\delta_T = f(\text{Re})$ , внутри которого существует градиент температуры  $dT_v/dr$ . Из соотношения  $\rho_v(r) = p_{v\infty} M_v / B T_v(r)$  следует,

что внутри теплового слоя  $\delta_T$  наряду с градиентом температуры существует также противоположно направленный градиент плотности пара  $d\rho_v/dr$ .

**Массоперенос.** Тепло- и массообмен капли с паром рассматривается в приближении молекулярно-кинетической теории. С учетом тождества  $T_R \equiv T_s$  количество молекул, конденсирующихся в единицу времени на единице поверхности, равно  $\alpha_m \rho_R(T_s) \bar{v}_s$ , а количество испаряющихся –  $\alpha_m \rho_{sat}(T_s) \bar{v}_s$ . Тогда плотность потока в процессе испарения или роста капли

$$\begin{aligned} j &= \frac{\alpha_m \bar{v}_s [\rho_{sat}(T_s) - \rho_R]}{4} = \\ &= \frac{\rho_{sat}(T_s) - \rho_R}{4/\alpha_m \bar{v}_s} = \frac{\rho_{sat}(T_s) - \rho_R}{\Omega_s}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\bar{v}_s = \sqrt{8BT_s/\pi M_v}$  – среднеарифметическая скорость молекул пара при температуре  $T_s$ ;  $\Omega_s = 4/\alpha_m \bar{v}_s$  – кинетическое сопротивление массопереносу.

Если в качестве потенциала массопереноса вместо разности плотностей пара  $\rho_{sat}(T_s) - \rho_R$  использовать разность давлений, то, с учетом того, что  $\rho_{sat}(T_s) = p_{sat}(T_s)M_v/BT_s$  и  $\rho_R(T_s) = p_{v\infty}M_v/BT_s$ , уравнение (11) сводится к виду

$$\begin{aligned} j &= \frac{J}{4\pi R^2} = \alpha_m (p_{sat}(T_s) - p_{v\infty}) \sqrt{\frac{M_v}{2\pi B T_s}} = \\ &= \frac{[p_{sat}(T_s) - p_{v\infty}] M_v}{B \Omega_s}. \end{aligned} \quad (12)$$

Уравнение (12) для скорости массопереноса в перегретом паре по форме совпадает с уравнением (3) для скорости массопереноса в воздухе. В обоих уравнениях потенциал массопереноса один и тот же, но сопротивления  $\Omega_s$  и  $\Omega_D$  принципиально различны, как по величине, так и по физическому смыслу. В парогазовой среде скорость переноса массы  $j$  определяется медленным процессом молекулярной диффузии в пределах диффузационного слоя  $\delta_m$ , а в среде перегретого пара – быстрыми

кинетическими процессами непосредственно на межфазной поверхности. В объеме пара сопротивление массопереносу отсутствует из-за отсутствия градиента давления.

При испарении (росте) капли в среде перегретого пара в окрестности капли через произвольную концентрическую с каплей сферическую поверхность радиуса  $r$  в единицу времени переносится масса пара  $J = 4\pi r^2 \rho_v(r) \cdot w(r)$ . Здесь  $w(r)$  – радиальная скорость массового потока пара к капле ( $w < 0$ ) или от капли ( $w > 0$ ). Из условия неразрывности следует, что

$$J = 4\pi r^2 \rho_v(r) \cdot w(r) = 4\pi R^2 \rho_R \cdot w_R. \quad (13)$$

Учитывая, что  $J \equiv -dm/d\tau = -4\pi R^2 \rho_l dR/d\tau$ , линейная скорость переноса пар у поверхности капли  $w_R$  связана со скоростью изменения радиуса капли соотношением  $\rho_R w_R = -\rho_l dR/d\tau$ .

**Теплоперенос.** При испарении капли в воздухе передача тепла к ее поверхности определяется только теплопроводностью парогазовой среды. В перегретом паре теплопередача к капле осуществляется как за счет кондуктивного переноса тепла  $-\lambda_v \partial T_v / \partial r$  в пределах теплового слоя  $\delta_T$ , так и за счет макропереноса тепла радиальным массовым потоком пара  $j = \rho_R \cdot w_R$ .

Рассмотрим условия передачи тепла к капле в предположении, что тепловой слой  $\delta_T$  уже сформирован и градиент  $\partial T_v / \partial r$  внутри слоя не зависит от времени. Это допущение основано на том, что в перегретом паре характерное время формирования теплового слоя намного короче характерных времен изменения размера капли и температуры в паровой и жидкой фазах [4].

Тепловой поток в паровой фазе через концентрическую с каплей сферическую поверхность радиуса  $r$  описывается уравнением

$$\begin{aligned} Q &= -4\pi r^2 \lambda_v \frac{dT_v}{dr} + \\ &+ 4\pi r^2 \rho_v(r) \cdot w(r) \cdot c_p \cdot [T_v(r) - T_s]. \end{aligned} \quad (14)$$

Первый член в правой части (14) определяет количество тепла, переносимого в единицу времени

за счет теплопроводности, а второй – количество тепла, переносимого массовым потоком  $J$ . Учитывая условие неразрывности (13), второй член пере-пишем в виде  $Jc_p[T_v(r) - T_s]$ . Тогда градиент температуры пара внутри слоя  $\delta_T$  определяется соотношением

$$\frac{dT_v}{dr} = \frac{Jc_p[T_v(r) - T_s] - Q}{4\pi r^2 \lambda_v}. \quad (15)$$

Разделяя переменные и интегрируя в пределах слоя  $\delta_T$  от  $R$  до  $R + \delta_T$  и от  $T_s$  до  $T_{v\infty}$ , определим тепловой поток через межфазную поверхность

$$Q = \frac{J \cdot c_p (T_s - T_{v\infty})}{e^b - 1}. \quad (16)$$

**Безразмерный параметр**  
 $b = Jc_p \delta_0 / (4\pi R \lambda_v (R + \delta_T))$  в (16) определяет отношение количества тепла, переносимого радиальным массовым потоком, к количеству тепла, переданного за счет теплопроводности пара. Из (16) следует, что интенсивность теплопередачи к растущей капле ( $J < 0, b < 1$ ) выше, чем к испаряющейся ( $J > 0, b > 1$ ), так что величина  $Q$  зависит от направления массового потока  $J$ . При  $b \rightarrow 0$  величина  $J \rightarrow 0$ , и правая часть (16) становится неопределенной. Для вычисления  $Q$  в отсутствие массового потока воспользуемся разложением экспоненты в ряд Тейлора, ограничиваясь двумя первыми членами ряда. В этом случае уравнение (16) с учетом (7) сводится к уравнению (5), в котором число  $Nu_g$  следует рассчитывать по формуле (8), используя теплофизические параметры пара.

**Испарение капли в стационарном режиме.** Условием стационарного испарения является соотношение  $Q = -JL$ . Используя это соотношение, уравнение (14) можно представить в виде

$$JL = 4\pi r^2 \lambda_v dT_v/dr - J \cdot c_{Pv} [T_v(r) - T_s]. \quad (17)$$

Разделяя переменные  $r$  и  $T_v$ , и интегрируя от  $R$  до  $R + \delta_T$  и от  $T_s$  до  $T_{v\infty}$ , приходим к уравнению

скорости равновесного испарения капли в перегретом паре:

$$J = \frac{4\pi R \lambda_v}{c_{Pv}} \left( 1 + \frac{R}{\delta_0} \right) \ln \left[ 1 + \frac{c_{Pv} (T_{v\infty} - T_s)}{L} \right]. \quad (18)$$

Скорость переноса тепла к капле в равновесном режиме испарения

$$Q = -JL = \frac{4\pi R \lambda_v (T_s - T_{v\infty}) \cdot L}{c_v \cdot (T_{v\infty} - T_s)} \cdot \left( 1 + \frac{R}{\delta_0} \right) \cdot \ln \left[ 1 + \frac{c_{Pv} (T_{v\infty} - T_s)}{L} \right]. \quad (19)$$

С учетом (7) преобразуем уравнение (19) к виду

$$Q = 2\pi R \lambda_v (T_{v\infty} - T_s) \cdot Nu_g \cdot S = \\ = 2\pi R \lambda_v (T_{v\infty} - T_s) \cdot Nu_v, \quad (20)$$

где коэффициент

$$S = \frac{Nu_v}{Nu_g} = \frac{L}{c_v (T_{v\infty} - T_s)} \ln \left[ 1 + \frac{c_v (T_{v\infty} - T_s)}{L} \right].$$

Полученное в рамках модели выражение для коэффициента  $S$  в точности совпадает с выражением для известной поправки Сполдинга [2,6], что подтверждает достоверность теоретического анализа и возможность на его основе предсказывать основные закономерности кинетики испарения капель в перегретом паре.

Легко показать, что при любых условиях величина  $S < 1$ , т.е. скорость теплопередачи к капле в процессе равновесного испарения в перегретом паре ниже, чем в воздухе. Так при давлении  $p_{v\infty} = 0,1$  МПа в интервале  $T_{v\infty}$  от 200 до 500°C величина  $S \approx 0,9$ . В работе [2] показано, что соотношение  $Nu_v = S \cdot Nu_g$  хорошо аппроксимирует экспериментальные данные по испарению капель в среде перегретого пара, если для расчета  $Nu_g$  использовать соотношение (7).

**Температура равновесного испарения.** При испарении капли в воздухе диффузационное сопро-

тивление массопереносу  $\Omega_D$  и кондуктивное со- противление теплопереносу  $\Omega_\lambda$  – величины одного порядка. Специфика испарения в перегретом паре обусловлена тем, что в этом случае скорость мас- сопереноса определяется не диффузионным  $\Omega_D$ , а кинетическим сопротивлением  $\Omega_s$ , которое сущес- твенно меньше кондуктивного сопротивления те- плопереносу  $\Omega_\lambda$ . Как показывают эксперименты [1-3], скорости испарения в воздухе и в паре в ста- ционарном режиме сравнимы по величине и опре- деляются скоростью подвода тепла. Поэтому при испарении в перегретый пар малое по величине со- противление массопереносу  $\Omega_s$  компенсируется малой величиной потенциала  $p_{sat}(T_s) - p_{v\infty}$ . Из этого следует, что  $P_{sat}(T_s) \approx P_{v\infty}$ , и температура равновесного испарения  $T_s \approx T_{boil}(P_{v\infty})$ . Проведем оценку температуры испарения капли в перегретом паре в стационарном режиме. С учетом (12) и (20) условие равновесного испарения капли  $jL = -q$  можно представить в виде

$$p_{sat}(T_s) - p_{v\infty} = \frac{\lambda_v(T_{v\infty} - T_s) \cdot \text{Nu}_v}{2Ra_m L} \sqrt{\frac{2\pi BT_s}{M_v}}. \quad (21)$$

Найдем связь между параметрами  $p_{sat}(T_s)$  и  $p_{v\infty}$ , используя уравнение Клапейрона-Клаузиуса в интегральной форме.

$$p_{sat}(T_s) = p_{v\infty} \exp \left\{ \frac{LM[T_s - T_{boil}(P_{v\infty})]}{BT_s \cdot T_{boil}(P_{v\infty})} \right\}. \quad (22)$$

Раскладывая экспоненту в ряд Тейлора, и огра-ничиваясь при малом параметре  $\Delta T = T_s - T_{boil}(P_{v\infty})$  двумя членами ряда, получим

$$p_{sat}(T_s) - p_{v\infty} = p_{v\infty} \frac{LM[T_s - T_{boil}(P_{v\infty})]}{BT_s \cdot T_{boil}(P_{v\infty})}. \quad (23)$$

Из (23) следует, что

$$T_s - T_{boil}(P_{v\infty}) = \frac{(p_{sat}(T_s) - p_{v\infty}) BT_s \cdot T_{boil}(P_{v\infty})}{LM}. \quad (24)$$

Используя уравнение (21), выразим разность давлений  $p_{sat}(T_s) - p_{v\infty}$  в правой части (24) через разность температур  $(T_{v\infty} - T_s)$ . Тогда степень пе-регрева капли в режиме стационарного испарения определяем по формуле

$$\Delta T = T_s - T_{boil}(P_{v\infty}) = \frac{\lambda_v(T_{v\infty} - T_s) \cdot BT_s \cdot T_{boil}(P_{v\infty}) \text{Nu}_v}{2Ra_m L^2 M p_{v\infty}} \sqrt{\frac{2\pi BT_s}{M_v}}. \quad (25)$$

Это соотношение можно представить в простой форме:

$$\Delta T = T_s - T_{boil} = K \frac{\text{Nu}_v}{R} [T_{v\infty} - T_{boil}(P_{v\infty})]. \quad (26)$$

Оценим степень перегрева капли  $\Delta T$  в процес-сах испарения при высоких температурах тепло-носителя. Так при испарении капель воды в паре с давлением  $P_{v\infty} = 0,1$  МПа коэффициент  $K \approx 5,5 \cdot 10^{-8}$  м. Перегрев, как правило, не превышает 1 К, хотя для мелких капель ( $R \approx 1$  мкм) он мо-жет достигать десятков градусов. При испарении капель в атмосфере воздуха степень их перегрева относительно температуры  $T_{boil}(P_{v\infty})$  существенно выше.

Независимо от того, находится ли капля в атмо-сфере воздуха или в перегретом паре, процесс пе-рехода к стационарному режиму осуществляется по одинаковой схеме. При начальном условии  $T_{l0} > T_{eq}$  капля испаряется в нестационарном ре-жиме, пока ее температура  $\bar{T}_l(\tau)$  не снизится до значения  $T_{eq} = \text{const}$ . Если  $T_{l0} < T_{eq}$  происходит не-стационарный процесс конденсации пара на капле, и последняя растет до тех пор, пока ее температура не повысится до равновесного значения, после чего происходит монотонное испарение капли в равно-весном режиме. Время релаксации к равновесным условиям зависит от скорости протекания неста-ционарных процессов тепло- и массопереноса в га-зовую фазу. Особенности испарения или роста кап-ли в нестационарном режиме и скорость перехода к стационарному режиму можно детально анализи-

ровать только с помощью строгой математической модели.

### Система уравнений модели

Модель разработана на основе детального рассмотрения процессов тепло- и массообмена капли жидкости с окружающей газовой средой. Без ограничения общности будем считать, что капля перемещается в газовой фазе только в направлении  $z$ , совпадающим с направлением вектора ускорения гравитации. Система включает четыре дифференциальных уравнения с соответствующими начальными условиями

1. Изменение радиуса капли

$$dR/d\tau = -J/4\pi R^2 \rho_l; \quad R(0) = R_0. \quad (27)$$

2. Изменение температуры поверхности капли

$$dT_s/d\tau = -3(Q + IL)/4\pi R^3 \rho_l c_l; \quad T_s(0) = T_{s0}. \quad (28)$$

3. Изменение скорости движения капли

$$dv_z/d\tau = (\rho_l - \rho_v)g_0/\rho_l - 3\zeta \cdot \rho_v \cdot |v_{dr}| \cdot \vec{v}_{dr} / 8R \cdot \rho_l; \\ v_z(0) = v_{z0}, \quad (29)$$

где коэффициент аэродинамического сопротивления  $\zeta = (24/\text{Re} + 3,3/\text{Re}^{0,5} + 0,48)$ .

4. Изменение пути пролета капли  $h$

$$dh/d\tau = v_z; \quad h(0) = h_0. \quad (30)$$

Форма дифференциальных уравнений остается неизменной независимо от того, перемещается ли капля в сухом воздухе, в парогазовой среде или в перегретом паре. Природа окружающей каплю газовой среды учитывается только параметрами  $Q$  и  $J$ , а также теплофизическими характеристиками газовой фазы. Если капля находится в воздухе, величина  $Q$ , входящая в уравнение (28), определяется по формуле (5), а величина  $J$  в уравнениях (27) и (28) – по формуле (6). Для капли, испаряющейся или растущей в среде перегретого пара, параметры  $Q$  и  $J$  определяются, соответственно, по формулам (16) и (12). Система включает также замыкаю-

щие соотношения для расчета чисел  $\text{Nu}_g$ ,  $\text{Nu}_v$  и параметр  $b = J \cdot c_p / 2\pi R \lambda_v \text{Nu}$ .

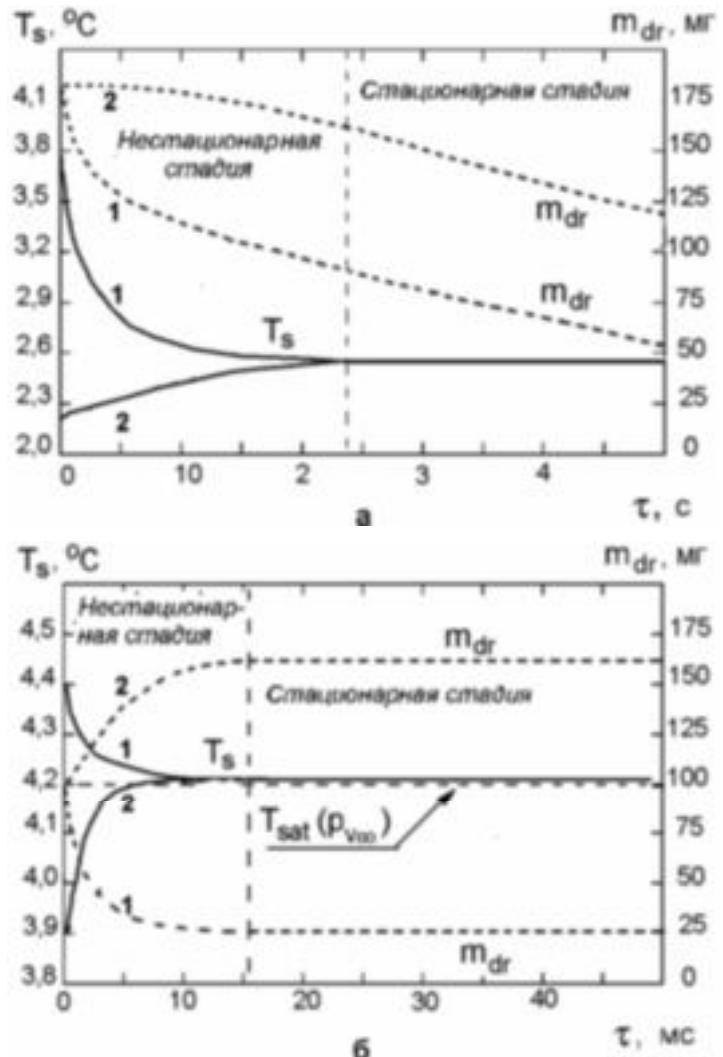


Рис.1. Изменение температуры  $T_l$

(сплошная линия) и массы  $m_{dr}$  (пунктир)  
капли воды в процессе ее испарения (1)  
или конденсационного роста (2) в сухом воздухе  
(а), в среде перегретого пара (б) при одинаковых  
значениях давления газовой среды (0,1 МПа)  
и ее температуры (200°C).

Расчет по модели для капли с начальными  
значением массы  $m_{dr0} = 4,2$  мг, радиуса  $R_0 = 1$  мм,  
температуры:  $T_{l0} = 150^\circ\text{C}$  (для горячей капли) и  
 $T_{l0} = 25^\circ\text{C}$  (для холодной капли).

Начальная скорость падения капли  $v_{k0} = 1$  м/с.

Численные исследования, проведенные с помощью данной модели, позволяют детально рассмотреть процессы конденсации пара на каплях и испарения капель при их падении в воздухе и в среде перегретого пара, как в стационарном, так и нестационарном режиме. В качестве примера, на рис. 1 приведены результаты расчета изменения массы и температуры изначально перегретой (относительно равновесной температуры  $T_{eq}$ ) и изначально недогретой капли воды в процессе ее падения в сухом воздухе и в перегретом паре. Температура и давление обоих теплоносителей одинаковы и те же, так же, как и начальный размер исследуемых капель. Характерным является тот факт, что в среде перегретого пара длительность неравновесной стадии процессов испарения или конденсации на два порядка меньше, чем в сухом воздухе. Соответственно, скорость испарения или роста капли в перегретом паре на два порядка выше, чем в воздухе.

Однако при переходе в стационарный режим скорость испарения капли в перегретом паре резко снижается, тогда как в воздухе стабилизация температуры капли в стационарном режиме не оказывает какого-либо влияния на скорость испарения. Приведенный пример иллюстрирует качественно различие тепло- и массообменных процессов при конденсации или испарении жидкости в парогазовых средах и в перегретом паре.

### **Выводы**

На основе анализа тепло- и массообменных процессов на межфазной границе «жидкость – пар» и кинетики фазовых переходов разработана математическая модель, которая с одинаково высокой точностью описывает процессы конденсации и испарения жидкости в газовых средах различной природы. Модель обеспечивает возможность получения большого объема полезной информации относительно испарения и роста капель диспергированной жидкости в широком диапазоне изменения режимных параметров. Данная модель является надежной базой для построения моделей более высокого уровня, с учетом дополнительных факторов, в частности, полей температуры и скорости в объеме жидкой фазы.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Данилов О.Л., Леончик Б.И. О преимуществах использования перегретого пара атмосферного давления в процессах сушки //ИФЖ. –1967. –Т.13, №3. –С.283-288.
2. Trommelen A. M., Crosby E. J. Evaporation and drying of drops in superheated vapors //AIChE Journ. 1968. –Vol.16, N.5. –P.857-867
3. Haji M., Chow L. C: Experimental measurements of water evaporation rates into air and superheated steam. //Journ. of Heat Transfer. –1988. – N10. –P.237-242.
4. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
5. Hrnjak P.S., Shannon M.A., Leicht T.M., Miller N.R. Detection on liquid mass fraction at the evaporation of refrigeration systems //Int. J. Therm. Sci.-2001. – Vol.40, P.773-786.
- 6 Kermani M.J., Gerber A.G., A general formula for the evaluation of thermodynamic and aerodynamic losses in nucleating steam flow //Int. Journ. Heat and Mass Transfer 2003. –Vol.46. –P.3265–3278.
7. Николаев Н.А., Нуртдинов Н.М., Николаев А.Н. Динамика испаряющихся капель в полых вихревых аппаратах при охлаждении высокотемпературных газообразных выбросов энергетических установок. //Нзв. РАН. Энергетика.-2006. –№2. –С.147-153.
8. Яламов Ю. И., Кузьмин М. К. К проблеме нестационарного роста и испарения капель //ТВТ. –2003. –Т.41, №5. –С.779-784.
9. Шурчкова Ю.А. Адиабатное вскипание. –Киев: Наук. думка, 1999. – 278 с.
10. Іваницький Г.К., Целень Б.Я., Недбайло А. Є. Пути снижения энергетических затрат в технологии термомеханической обработки биологически активных продуктов. – Пром. теплотехника. – 2008. – .30, № 6 . – С. 84–94.
11. Долинский А.А., Иваницкий Г.К. Оптимизация процессов распылительной сушки. – Киев: Наук. думка. – 1984. – 240 с.

Получено 12.10.2009 г.