

УДК 551.462, 551.46.072

© **А.И. Гончар**, чл.-корр. НАН Украины, д.т.н., с.н.с., директор;  
**С.Г. Федосеенков**, младший научный сотрудник; **А.И. Шундель**, научный сотрудник

Научно-технический центр панорамных акустических систем НАН Украины, г. Запорожье (Украина)

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОАКУСТИЧЕСКОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДУЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ И ЕГО ФАЗЫ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫМ МЕТОДОМ

В статье описывается методика определения модуля коэффициента отражения и его фазы от донного грунта двумя способами. Метод заключается в измерении результирующего звукового давления, создающегося в результате сложения прямого и отраженного от донного грунта эхо-сигналов. Выполнено имитационное моделирование, подтверждающее работоспособность данного метода.

КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ, ФАЗА, РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕЕ ДАВЛЕНИЕ,  
 ХАРАКТЕРИСТИКА НАПРАВЛЕННОСТИ, МОДЕЛИРОВАНИЕ, ВОЛНОВОЕ ЧИСЛО

В гидроакустике интерферометрические методы используются широко. Одним из средств, использующих интерференционные методы, является гидролокатор бокового обзора с фазометрическим каналом (интерферометрический гидролокатор бокового обзора). Он позволяет определять глубину в стороне от судна в широкой полосе обзора, получать объемное изображение дна и лежащих на нем объектов, обнаруживать навигационные опасности и затонувшие объекты [1-8].

Далее рассмотрим применение интерференционного метода для определения модуля коэффициента отражения акустической волны и его фазы от донного грунта.

Метод заключается в измерении результирующего звукового давления, создающегося в результате сложения прямого и отраженного от грунта эхо-сигналов (рис. 1).

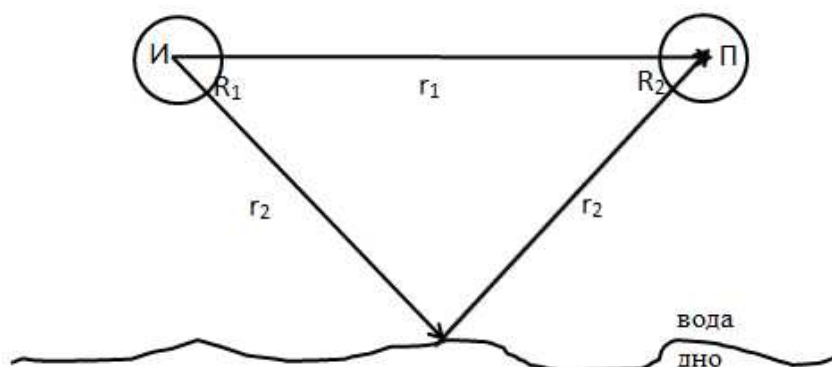


Рис. 1 – Экспериментальное определение коэффициента отражения  
 (И – источник звука; П – приемник звука)

Прямой сигнал - это сигнал, распространяющийся от источника к приемнику по прямой, соединяющей их. Для результирующего давления можно записать [9-11]:

$$P_{рез} = P_{пр} + P_{отр} = \frac{p_0 R_1 R_2}{r_1} e^{-jk r_1} + \frac{p_0 V}{r_2} e^{-jk r_2} \quad (1)$$

где  $V = |V|e^{j\theta}$  – коэффициент отражения (по давлению);

$R_1$  и  $R_2$  – характеристика направленности излучателя и приемника звука;

$r_1$  и  $r_2$  – расстояния;

$k$  – волновое число;

$\theta$  – фаза;

$p_0$  – некоторое начальное (на единичном расстоянии) давление.

Итак,

$$p_{\text{рез}} = \frac{p_0 R_1 R_2}{r_1} e^{-jk r_1} + \frac{p_0 |V|}{r_2} e^{-j(k r_2 - \theta)}. \quad (2)$$

Для квадрата модуля результирующего давления будем иметь:

$$|p_{\text{рез}}|^2 = p_0^2 \left( \frac{R_1 R_2}{r_1} \right)^2 + p_0^2 \left( \frac{|V|}{r_2} \right)^2 + 2 p_0^2 \frac{R_1 R_2 |V|}{r_1 r_2} \cos [k(r_2 - r_1) - \theta]. \quad (3)$$

Обозначим:

$$[k(r_2 - r_1) - \theta] = \varphi. \quad (4)$$

При изменении расстояния  $r_1$  и  $r_2$  или при изменении частоты сигнала результирующий сигнал в результате интерференции волн будет принимать максимальное и минимальное значения. Когда  $\cos \varphi = +1$ , имеем максимум результирующего давления:

$$|p|_{\text{рез. max}}^2 = M^2 = p_0^2 \left( \frac{R_1 R_2}{r_1} + \frac{|V|}{r_2} \right)^2, \quad (5)$$

что имеет место при условии:

$$k(r_2 - r_1) - \theta = 2i\pi, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

В случае, когда  $\cos \varphi = -1$ , имеет место минимум результирующего давления:

$$|p|_{\text{рез. min}}^2 = m^2 = p_0^2 \left( \frac{R_1 R_2}{r_1} - \frac{|V|}{r_2} \right)^2, \quad (6)$$

что будет при:

$$k(r_2' - r_1') - \theta = (2i + 1)\pi, \quad i = 1, 2, 3, \dots,$$

где  $r_1', r_2', R_1', R_2'$  – расстояния и значения характеристики направленности, соответствующие минимальному результирующему давлению.

Разделив выражение для минимального давления на выражение для максимального давления, получим:

$$\frac{m}{M} = b = \frac{\frac{R_1' R_2'}{r_1' r_2'} - |V|}{\frac{R_1 R_2}{r_1 r_2} - |V|}, \quad (7)$$

откуда находим коэффициент отражения:

$$|V| = \frac{\frac{R_1' R_2'}{r_1' r_2'} - b \frac{R_1 R_2}{r_1 r_2}}{\frac{1}{r_2} + \frac{b}{r_2'}}. \quad (8)$$

Для фазового угла  $\theta$  будем иметь:

$$\theta = k(r_2 - r_1) - 2i\pi, \quad (9)$$

или

$$\theta = k(r_2' - r_1') - (2i + 1)\pi. \quad (10)$$

В случае плоской волны и ненаправленных волн в приемнике и излучателе, т.е. при  $R_1 = R_2 = 1$  и  $r_1 \approx r_2$ , из (8) легко получить:

$$|V| = \frac{1 - b}{1 + b}. \quad (11)$$

Таким образом, если известны координаты излучателя и приемника звука, то по измеренному давлению в максимуме и минимуме результирующего сигнала можно определить фазу и модуль коэффициента отражения.

Определим погрешности интерференционного метода. Для этого прологарифмируем, а затем продифференцируем выражение (8). Имеем:

$$\ln |V| = \ln \frac{R_1' r_1 - b R_1 R_1'}{r_1' r_1} - \ln \frac{b r_2' + r_2}{r_2' r_2}, \quad (12)$$

$$\frac{d|V|}{|V|} = \frac{d\left(\frac{R'_1}{r'_1} - \frac{bR_1}{r_1}\right)}{\frac{R'_1 r_1 - bR_1 r'_1}{r'_1 r_1}} + \frac{d(br'_2 + r_2)}{br'_2 + r_2},$$

$$R_2 = 1.$$

Выполнив дифференцирование и заменив дифференциал малым приращением, для максимальной относительной ошибки в определении модуля коэффициента отражения получим:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta|V|}{|V|} = & \frac{r'_1 r_1}{R'_1 r_1 - bR_1 r'_1} \left( \frac{\Delta R'_1}{r'_1} + \frac{R'_1 \Delta r'_1}{r_1'^2} + \frac{\Delta b R_1}{r_1} + \frac{b \Delta R_1}{r_1} + \frac{b R_1 \Delta r_1}{r_1^2} \right) + \\ & + \frac{r'_2 r_2}{br'_2 + r_2} \left( \frac{\Delta r'_2}{r_2'^2} + \frac{\Delta b}{r_2} + \frac{b \Delta r_2}{r_2^2} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Соответственно, относительная ошибка для фазового угла составит:

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = \frac{(r_2 - r_1) \frac{\Delta f}{f} + \Delta r_1 + \Delta r_2}{(r_2 - r_1) - \frac{2\pi i}{k}}. \quad (14)$$

Описанный выше метод был использован Л.Н. Либерманом при измерениях коэффициента отражения звука в океане [12]. Данные измерений приведены в табл. 1.

Дальнейшее развитие интерференционный метод нашел в исследованиях Н.А. Грубника [13], который проводил измерения в Каспийском море. Приводим данные измерений (табл. 2) зависимости коэффициента отражения звука от угла падения (грунт – глинистый,  $n = \frac{c_1}{c_2} = 0,85$ ,  $m = \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1,82$ ).

Этот метод измерения коэффициента отражения позволяет выполнить исследование акустических свойств грунта в естественных морских условиях без нарушения состояния грунта, что является очень важным его достоинством. Однако, он требует выполнения сложного в морских условиях эксперимента.

Рассмотрим случай изменения частоты сигнала при неподвижном положении источника и приемника звука. Максимум результирующего давления определяется выражением (5) при условии  $k_{\max}(r_2 - r_1) - \theta = 2i\pi$ ,  $i = 1, 2, 3 \dots$

В случае, когда в (3)  $\cos \varphi = -1$ , имеет место минимум результирующего давления:

$$|p|_{\text{рез. min}}^2 = m^2 = p_0^2 \left( \frac{R_1 R_2}{r_1} - \frac{|V|}{r_2} \right)^2, \quad (15)$$

что будет при:

$$k_{\min} (r_2 - r_1) - \theta = (2i + 1)\pi, \quad i = 1, 2, 3, \dots,$$

Таблица 1 – Коэффициент отражения звука для различных видов грунтов при угле скольжения  $8^\circ$  на частоте 24 кГц [12]

Вид грунта	Средний размер элементарных частиц грунта, мм	Коэффициент отражения	
		Отдельные измерения	Среднее значение
Ил	0,011	0,14; 0,20; 0,12; 0,17; 0,20	0,17
	0,013	0,15; 0,16	0,16
Ил-песок	0,014	0,21; 0,20; 0,23	0,21
	0,015	0,21; 0,29; 0,30	0,27
	0,026	0,44; 0,31; 0,33; 0,37	0,37
Песок-ил	0,25	0,47; 0,49; 0,41; 0,47; 0,40	0,45
	0,28	0,41; 0,46; 0,55; 0,43; 0,60; 0,61	0,5
Песок	0,26	0,52; 0,48; 0,47; 0,53; 0,55	0,51
	0,27	0,79; 0,80; 0,75; 0,72; 0,79	0,75
	0,3	0,72; 0,68; 0,75; 0,68; 0,85	0,70
	0,46	0,86; 0,82; 0,85; 0,86	0,85
	0,58	0,58; 0,69; 0,58; 0,58	0,61
	0,58	0,59; 0,47; 0,61; 0,48; 0,65	0,54
	0,59	0,59; 0,42; 0,43	0,41
Каменистый грунт	1,0	0,47; 0,67; 0,54	0,56
	1,04	0,49; 0,47; 0,48; 0,56; 0,57	0,51
	1,4	0,85; 0,80	0,82

Таблица 2 – Зависимости коэффициента отражения звука от угла падения [13]

Угол падения, град.	Модуль коэффициента отражения (среднее значение) в диапазоне частот от 2 до 10 кГц
0	0,35
20	0,40
40	0,42
60	0,60
70	0,70

Разделив выражение для минимального давления (15) на выражение для максимального давления (5), получим:

$$\frac{m}{M} = b = \frac{R_1 R_2 \frac{|V|}{r_1} - \frac{|V|}{r_2}}{R_1 R_2 \frac{|V|}{r_1} + \frac{|V|}{r_2}}, \quad (16)$$

откуда находим коэффициент отражения:

$$|V| = \frac{R_1 R_2 (1-b) r_2}{r_1 (1+b)}. \quad (17)$$

Для фазового угла  $\theta$  будем иметь:

$$\theta = k_{\max} (r_2 - r_1) - 2i\pi = \frac{\omega_{\max}}{c} (r_2 - r_1) - 2i\pi, \quad (18)$$

или

$$\theta = k_{\min} (r_2 - r_1) - (2i+1)\pi = \frac{\omega_{\min}}{c} (r_2 - r_1) - (2i+1)\pi. \quad (19)$$

Таким образом, при известных координатах излучателя и приемника звука, и по измеренному давлению в максимуме и минимуме результирующего сигнала, а также найденной частоте, при которой наблюдается максимум (минимум) результирующего давления, можно определить фазу и модуль коэффициента отражения.

Определим погрешности интерференционного метода с изменением частоты сигнала. Для этого прологарифмируем, а затем продифференцируем выражение (17) и, заменив дифференциал малым приращением, для максимальной относительной ошибки в определении модуля коэффициента отражения, получим:

$$\frac{\Delta|V|}{|V|} = \frac{\Delta r_2 (1-b) + \Delta b}{(1-b)r_2} + \frac{\Delta r_1 (1+b) + \Delta b}{(1+b)r_1}. \quad (20)$$

Соответственно, относительная ошибка для фазового угла составит:

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = \frac{(r_2 - r_1) \frac{\Delta\omega_{\max}}{\omega_{\max}} + \Delta r_1 + \Delta r_2}{(r_2 - r_1) - \frac{2\pi i}{k_{\max}}}. \quad (21)$$

Для подтверждения работоспособности данного метода была выполнена проверка на математической модели при следующих условиях: центральная частота излучения  $f_0$  равна 1 кГц, полоса пропускания  $\Delta f$  приемо-передающего такта равна  $0.1 \cdot f_0$ , тогда диапазон изменения частоты лежит в пределах  $950 \leq f \leq 1050$  Гц, глубина места  $H$  равна 10 м, угол падения  $\vartheta_1$  равен  $10^\circ$ , модуль коэффициента отражения  $|V|$  равен 0,32, а фаза  $\theta$  равна  $30^\circ$ .

По выражению (3) построена зависимость квадрата модуля результирующего давления от частоты. Для простоты вычислений принято  $R_1 = R_2 = 1$ ,  $p_0 = 1$ , а  $r_1$  и  $r_2$  (см. рис. 1) определены формулами:

$$r_1 = 2H \tan \vartheta_1, \quad (22)$$

$$r_2 = 2H / \cos \vartheta_1. \quad (23)$$

Результат вычислений представлен на рис. 2.

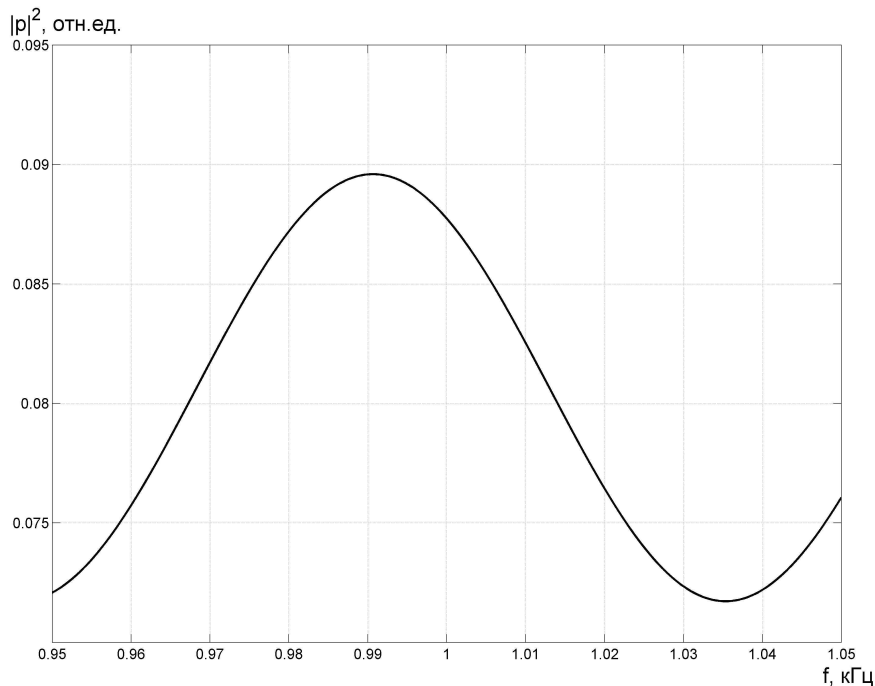


Рис. 2 – Зависимость квадрата модуля результирующего давления от частоты

Из графика, представленного на рис. 2, определяем  $|p|_{рез. max}^2$ ,  $|p|_{рез. min}^2$  и подставляем их

в выражение (17), где  $b = \sqrt{\frac{|p|_{рез. min}^2}{|p|_{рез. max}^2}}$ , тем самым определяем модуль коэффициента

отражения  $|V|$ .  $|V| = 0,32$ . Фазовый угол  $\theta$  определяется по (18),  $\omega_{max}$  определяется из графика на рис. 2  $\theta = 29,81$ . Как видно из модельного эксперимента, исходные данные  $|V|$  и  $\theta$  восстановились точно.

Рассмотрим теперь вопрос определения геометрии эксперимента в натуральных условиях (зависимость расстояния  $r_1$  между источником и приемником, угла падения  $\vartheta_1$  от глубины места  $H$  и частоты излучаемого сигнала).

Из формулы (18) выразим  $\omega_{max}$ :

$$\omega_{\max} = \frac{(2\pi i + \theta)c}{r_2 - r_1}. \quad (24)$$

Из (23) видно, что  $\omega_{\max}$  – частота, на которой наблюдается максимум результирующего давления, зависит от  $r_2 - r_1$  и принимает периодическое значение за счет  $i$ . Частотный интервал  $d\omega_{\max}$  следования  $\omega_{\max}$  определяется из (23) как  $\omega_{\max}(i+1) - \omega_{\max}(i)$  и равен:

$$d\omega_{\max} = \frac{2\pi c}{r_2 - r_1}. \quad (25)$$

Зависимость  $d\omega_{\max}$  от  $r_2 - r_1$  представлена на рис. 3.

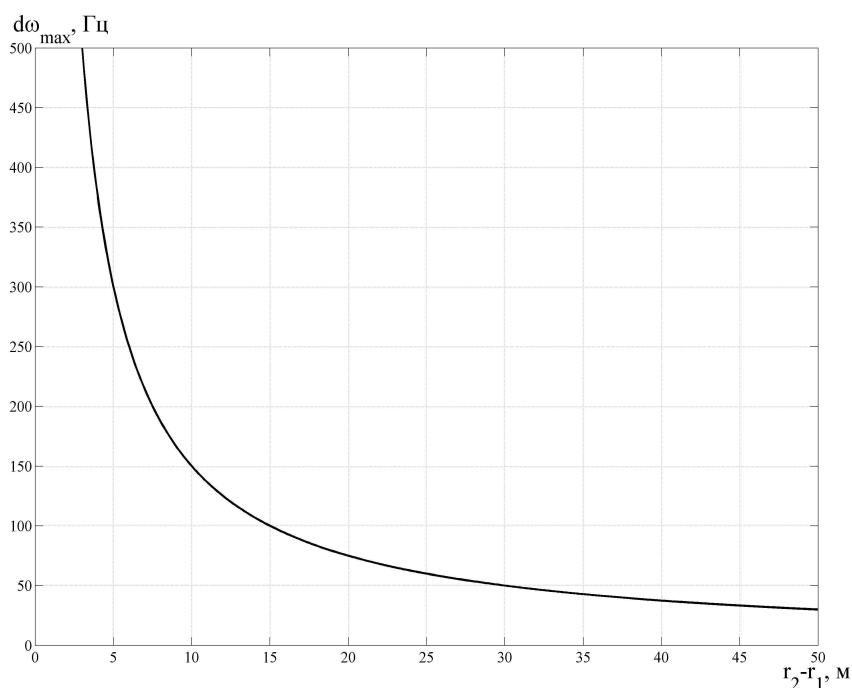


Рис. 3 – Зависимость  $d\omega_{\max}$  от  $r_2 - r_1$

Определим угол падения  $\vartheta_1$  при заданных значениях  $d\omega_{\max}$  и глубине  $H$ . Согласно (22-23) запишем:

$$r_2 - r_1 = 2H \left( \frac{1}{\cos \vartheta_1} - \tan \vartheta_1 \right). \quad (26)$$

Выразив из (25)  $r_2 - r_1$  и подставив его в (26) после преобразований получим уравнение относительно искомой величины  $\vartheta_1$ :



$$\left( \frac{1}{\cos \vartheta_1} - \tan \vartheta_1 \right) = \frac{\pi c}{Hd\omega_{\max}}. \quad (27)$$

Решение уравнения (27) имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ 2\pi i - 2 \arctan \left( \frac{\frac{\pi c}{Hd\omega_{\max}} - 1}{\frac{\pi c}{Hd\omega_{\max}} + 1} \right) \mid i \in \mathbb{Z} \right\} \text{ if } \frac{\frac{\pi c}{Hd\omega_{\max}} - 1}{\frac{\pi c}{Hd\omega_{\max}} + 1} \notin \{-1, 1\} \wedge \frac{\pi c}{Hd\omega_{\max}} \neq -1 \\ \emptyset \text{ if } \frac{\frac{\pi c}{Hd\omega_{\max}} - 1}{\frac{\pi c}{Hd\omega_{\max}} + 1} \in \{-1, 1\} \vee \frac{\pi c}{Hd\omega_{\max}} = -1 \end{array} \right. \quad (28)$$

Таким образом, в статье развит интерференционный метод определения модуля и фазы коэффициента отражения от дна, выполнено имитационное моделирование, подтверждающее его работоспособность. Рассмотрен вопрос определения геометрии эксперимента в натуральных условиях (определены зависимости расстояния  $r_1$  между источником и приемником, углом падения  $\vartheta_1$  от глубины места  $H$  и частоты излучаемого сигнала).

Данные о модуле коэффициента отражения и его фазе могут быть использованы для определения угла потерь  $\delta$ , коэффициента затухания  $\beta$  и скорости звука в осадках (если определена плотность донных осадков каким-либо другим способом).

## Литература

1. Голод О.С. Гидролокаторы бокового обзора с фазометрическими каналами / О.С. Голод, А.И. Гончар, Л.И. Шлычек // Гідроакустичний журнал (Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану). – 2005. – №2. – С. 50-69
2. Голод О.С. Модель погрешности съемки батиметрического поля с помощью интерферометрического гидролокатора бокового обзора / О.С. Голод, А.И. Гончар, Э.С. Зубченко // Гідроакустичний журнал (Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану). – 2005. – №2. – С. 70-77
3. Голод О.С. Анализ акустических параметров антенн фазовых гидролокаторов бокового обзора / О.С. Голод, Ю.А. Гончар, Ю.А. Карташов // Гідроакустичний журнал (Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану). – 2005. – №2. – С. 78-91
4. Гончар А.И. Обработка интерферометрической информации панорамных гидроакустических систем и построение 3-D изображений морского дна / А.И. Гончар, С.И. Донченко, Л.В. Нестеренко, Л.И. Шлычек, А.И. Шундель // Гідроакустичний журнал (Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану). – 2005. – №2. – С. 92-98
5. Голод О.С. Влияние гидрологии среды на работу фазовых гидролокаторов бокового обзора / О.С. Голод, А.И. Гончар, Ю.А. Гончар, С.И. Донченко, Л.И. Шлычек // Гідроакустичний журнал (Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану). – 2006. – №3. – С. 32-47

6. Проблемы, методы и средства исследований Мирового океана: сб. докладов второй международной научно-практической конференции / НАН Украины, Научно-технический центр панорамных акустических систем. – Запорожье: Научно-технический центр панорамных акустических систем, 2008. – 292 с.
7. Гончар А.И. Оценка флюктуационной составляющей разности мгновенных частот сигналов интерферометра / А.И. Гончар, О.С. Голод, А.В. Куница, Л.И. Шлычек // Гідроакустичний журнал (Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану). – 2008. – №5. – С. 98-103
8. Голод О.С. Оценка взаимной корреляции сигналов фазовых ГБО / О.С. Голод, Ю.А. Гончар, А.И. Гончар, С.Г. Федосеенков // Гідроакустичний журнал (Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану). – 2011. – №8. – С. 5-11
9. Хэмптон Л. Акустика морских осадков / Л. Хэмптон – М.: Мир, 1977. – 536 с.
10. Акустика океана / под ред. Л.М. Бреховских. – М.: Наука, 1974. – 696с.
11. Сташкевич А.П. Акустика моря / Александр Петрович Сташкевич. – Л.: Судостроение, 1966. – 359 с.
12. Либерманн Л.Н. Отражение звука от дна прибрежных вод / Л.Н. Либерманн // Распространение звука в океане. – М.: Изд-во иностр. лит., 1951. – С. 157-180.
13. Грубник Н.А. Исследование акустических свойств подводного грунта на высоких звуковых частотах / Н.А. Грубник // Акустический журнал. – 1960. – т. VI, №4. –С. 446-453

*Стаття надійшла до редакції 14 грудня 2012 р. російською мовою*

**© А.И. Гончар, С.Г. Федосеенков, О.И. Шундель**  
**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОАКУСТИЧНОГО**  
**МЕТОДУ ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ КОЕФІЦІЄНТА ВІДБИТТЯ**  
**ТА ЙОГО ФАЗИ ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНИМ МЕТОДОМ**

У статті описується методика визначення модуля коефіцієнта відбиття та його фази від донного ґрунту двома способами. Метод полягає в вимірюванні результуючого звукового тиску, який утворюється внаслідок додавання прямого та відбитого від донного ґрунту ехо-сигналів. Виконано імітаційне моделювання, яке підтверджує працездатність даного методу.

**© Anatoly I. Gonchar, Sergey G. Fedoseenkov, Alexey I. Shundel**  
**MATHEMATICAL MODELING THE HYDROACOUSTIC**  
**METHOD DEFINE THE MODULE OF THE REFLECTION**  
**COEFFICIENT AND THE PHASE OF THE INTERFERENCE METHOD**

In the article describes how to determine the modulus of the reflection coefficient and its phase of seabed material in two ways. Method is to measure the resulting sound pressure, which resulted from the addition of direct and reflected from the bottom soils echoes. Completed simulations confirming the efficiency of the method.