УДК 550.831

П.А. Миненко

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ПЛАНЕТАРНОЙ ГРАВИМЕТРИИ С УЧЕТОМ ПОГЛОЩЕНИЯ ПОЛЯ

В связи с неоднозначностью решения обратных задач гравиметрии (ОЗГ) очень остро стоит вопрос о существовании поглощения гравитационного поля (ГП) веществом. Для определения различных коэффициентов, как меры поглощения поля, решено несколько вариантов прямых задач гравиметрии (ПЗГ) для сферы по формулам, в которых элемент поля под интегралом умножен на экспоненту с показателем в виде произведения расстояния между точкой измерения поля и элементом массы, его плотности и линейного плотностного коэффициента (ЛПК) поглощения поля, взятых для линейной или нелинейной модели в первой или второй степени. Для решения ОЗГ теоретически полученные формулы ПЗГ приравнены к экспериментальным значениям силы тяжести, измеренным на полюсе или экваторе. Эти уравнения решены относительно ЛПК, зависящего от выбранной модели поглощения. В линейной модели для каждой плотности, большей измеренной без учета поглощения поля, имеем одно положительное значение ЛПК, которое растет с увеличением плотности планеты и уменьшается с увеличением ее радиуса. В нелинейной модели для любой плотности малых планет получено три положительных значения ЛПК, а для больших – только одно, что подтверждает возможность существования явления поглощения поля.

Ключевые слова: гравиметрия; поглощение поля; прямая и обратная задача.

Введение

В настоящее время все большее распространение имеет мнение, что гравитационное поле представляет собой вытекающий из массы эфир [Кузьменко, 2004] или излучение, подобное электромагнитному полю [Михайлов, 2005]. А поэтому делаются попытки по экспериментальным данным вычислить коэффициент сопротивления среды с ненулевой плотностью или различные коэффициенты поглощения ею гравитационного поля [Мужикова, Мотрюк, 2008].

Анализ известных достижений

Известны методы решения прямых и обратных задач гравиметрии (ПЗГ и ОЗГ) с учетом поглощения поля [Михайлов, 2005; Мужикова, Мотрюк, 2008]. Основной их недостаток состоит в том, что они разработаны для локальных поисково-разведочных моделей и малопригодны для изучения поля планет из-за расхождения гравитационного излучения с увеличением расстояния.

Формулировка цели исследования

Целью этой работы является решение обратных задач гравиметрии для сферических моделей планет с учетом различных схем поглощения поля и установление теоретически возможных численных параметров явления по экспериментальным данным.

Методика и основные результаты исследований

Поставленная цель достигается тем, что для решения обратной задачи сначала получают решение ПЗГ для нескольких физических моделей. Для этого в известном методе решения ПЗГ [Грушинский, 1976] вместо формулы линейного коэффициента поглощения из [Мужикова, Мотрюк, 2008] используют квадратичную зависимость коэффициента поглощения от расстояния и плотности среды. Но сначала решим в конечном виде прямую задачу гравитационного потенциала для сферы по методу, изложенному в [Грушинский, 1976] для Земли с однородной плотностью σ. Запишем выражение потенциала V для сферического слоя мощностью $R_{02}-R_{01}$ в точке, расположенной на расстоянии ρ_1 от центра Земли, с учетом коэффициента поглощения поля в виде $k_1=\exp(-\mu\rho\sigma)$ при постоянных значениях σ и μ – линейного плотностного коэффициента (ЛПК) поглощения ГП:

$$V=2\pi k\int_{R_{01}}^{R_{02}}\frac{RdR}{\mu\rho_1}\int_{\rho-R}^{\rho+R}e^{-\mu\rho\sigma}d(\mu\rho\sigma), \qquad (1)$$

где k – гравитационная постоянная; R – текущее расстояние от каждой точки масс внутри шара до его центра; ρ – радиус шара.

Интегрируя выражение потенциала (1) по $\mu\rho\sigma$, получим:

$$V=2\pi k e^{-\mu\rho\sigma}\int_{R_{01}}^{R_{02}}\frac{RdR}{\mu\rho_1(\mu\sigma)^2}(e^{\mu R\sigma}-e^{-\mu R\sigma}), \qquad (2)$$

где $\rho=R_{02}=R=\rho_1-h$.

Полагая в (2) $R_{01}=0$, $h=0$ и интегрируя по R, получим точное выражение:

$$V=\frac{2\pi k e^{-\mu\rho\sigma}}{\mu\rho_1(\mu\sigma)^2}(e^{\mu R\sigma}(\mu R\sigma-1)+(\mu R\sigma+1)e^{-\mu R\sigma}).$$

Из потенциала получим выражение силы тяжести:

$$g=-\frac{dV}{d\rho_1}=\frac{2\pi k(\mu R\sigma+1)}{\mu\rho_1^2(\mu\sigma)^2}((\mu R\sigma-1)+$$
$$+(\mu R\sigma+1)e^{-2\mu R\sigma}).$$

При $\rho_1=\rho+h;\ h\to 0;\ \rho_1\to\rho=R;\ u=\mu\sigma\rho$ окончательно получим:

$$g=\frac{2\pi k(u+1)}{\mu u^2}((u-1)+(u+1)e^{-2u})=\frac{2\pi k}{\mu}E, \qquad (3)$$

где

$$E=E(u)=E(\mu\sigma\rho)=(u+1)((u-1)+(u+1)e^{-2u})/u^2.$$

Теперь решим обратную задачу гравиметрии, используя полученное решение прямой задачи (3) для силы тяжести на полюсе и экваторе:

$$g_1 - \frac{2\pi k\sigma}{\beta} E(\beta\rho_{1p}) = 0;$$

$$g_2 - \frac{2\pi k\sigma}{\beta} E(\beta\rho_{2e}) = 0. \qquad (4)$$

Некоторые результаты решения ОЗГ для планет земной группы, выполненные по схеме (4) отдельно для каждого уравнения, приведены в табл. 1. Из нее следует, что для всех планет достигается равенство силы тяжести для модели без поглощения поля и для модели с поглощением поля при различной средней плотности планеты $\sigma > \sigma_0$, а при известной плотности σ_0 ЛПК поглощения поля равен нулю. Кроме того, оказалось, что при плотности, близкой к σ_0, решение ОЗГ сильно неустойчивое, так как вычисляемые промежуточные функции и их составляющие находятся в пределах компьютерной точности вычислений. Из (3) и табл. 1 следует вывод, что во всех случаях ЛПК возрастает с ростом средней плотности планеты и убывает с увеличением ее радиуса. Однако у планет сфероидной формы для этой модели при реальном распределении силы тяжести имеем на экваторе ЛПК больше, чем на полюсе. Это связано с увеличением масс меньшей плотности в коре планеты.

Таким образом, установлен тот факт, что в любой точке поверхности планеты измеренное значение силы тяжести достигается эквивалентным набором трех параметров: средней плотности планеты, длины ее радиуса и ЛПК:

$$g_0(R) = f(\sigma_1, R, \mu_1) =$$
$$= f(\sigma_2, R, \mu_2) = \ldots = f(\sigma_i, R, \mu_i).$$

Изменяя плотность в большую сторону от средней плотности планеты, при одном и том же ее радиусе, мы получаем ЛПК больше нуля. Приближая плотность к средней плотности планеты при том же радиусе, мы получаем сильно неустойчивое решение ОЗГ. Но в пределе при $u = \mu\rho\sigma = 0$, т.е. при ЛПК $\mu = 0$, из выражения (3) мы получаем известное выражение силы тяжести на поверхности сферы:

$$g_0 = \frac{4\pi k\sigma_0\rho^3}{3\rho^2}. \qquad (5)$$

Приравнивая (3) и (5) при различной плотности, получим:

$$\frac{4\pi k\sigma_0\rho^3}{3\rho^2} = \frac{2\pi k\sigma\rho(u+1)}{u^3}((u-1)+(u+1)e^{-2u}). \qquad (6)$$

Выполняя сокращения, имеем:

$$\frac{\sigma_0 u^3}{3} = \frac{\sigma(u+1)}{2}((u-1)+(u+1)e^{-2u}). \qquad (7)$$

В табл. 2 сведены ЛПК для планет с различным радиусом, но при одной и той же плотности, реализующей внешнее поле силы тяжести каждой планеты. Здесь явно видно, что с ростом плотности ЛПК растет. На экваторе ЛПК всегда больше, чем на полюсе.

Таблица 1

Параметры поглощения гравитационного излучения веществом в планетах и Солнце по первой модели

Планета	Плотность без поглощ., кг/м^3	Плотн., вычис. с погл., кг/м^3	Полюс-экватор; предел ЛПК $\mu_{пред.}$, м^2/кг	Линейно-плотност. коэф. поглощения грав. поля μ, м^2/кг	Полный коэф. погл. на экваторе или на полюсе $k_1 = e^{-\mu\sigma R}$, отн.ед.	Сила тяжести на полюсе, м/с^2	Сила тяжести на экваторе, м/с^2
Земля	5 517	5572 5572 6130 6130	Полюс Экватор Полюс Экватор 4,26e-11	0.2483e-11 0.5465e-11 1.5797e-11 1,6724e-11	0.92 0.82 0.54 0.52	9,8639	9,7979
Венера	5 239	5 291 5821	Полюс Полюс 4,74e-11	0,4750e-11 1,8050e-11	0,86 0,53	8,875	8,865
Луна	3 340	3 374 3374 3443 3443	Полюс Экватор Полюс Экватор 25,8e-11	2.3570e-11 2.6801e-11 4.8783e-11 5,0600e-11	0,87 0,85 0,75 0,74	1,6252	1,6232
Солнце	1409	1452 1565	Полюс Полюс 15,3e-13	3,05e-13 5,85e-13	0,73 0,53	274,0	274,0

Таблица 2

Параметры поглощения гравитационного излучения при одинаковой средней плотности в моделях планет

Планета и ее средняя плотность, кг/м^3	Плотн. в модели, кг/м^3	ЛПК на экваторе, м^2/кг		ЛПК на полюсе, м^2/кг	
		1 шар	2 шара	1 шар	2 шара
Юпитер, 1370	6130	1,55е-11	1,47е-11	1,49е-11	1,416е-11
Земля, 5517	6130	1,661е-11	1,52е-11	1,616е-11	1,478е-11
Марс, 3940	6130	8,47е-11	7,97е-11	8,27е-11	7,77е-11
Юпитер, 1370	6900	1,56е-11	1,48е-11	1,50е-11	1,42е-11
Земля, 5517	6900	2,4е-11	2,23е-11	2,37е-11	2,20е-11
Марс, 3940	6900	9,12е-11	9,03е-11	8,53е-11	8,17е-11

Получено также решение прямой задачи гравиметрии для модели совмещенных двух шаров различной плотности (формулы здесь не приведены). Решением обратной задачи установлено, что для одного однородного шара ЛПК всегда больше, чем для модели совмещенных двух шаров различной плотности, и с уменьшением радиуса планеты ЛПК растет. Из (7) при бесконечной плотности также получено предельное значение ЛПК для каждой планеты с параметрами (σ_0, ρ): $\mu_{пред} = 3/(2\rho\sigma_0)$, но с одной оговоркой – это касается только модели поглощения, описываемой формулой (1).

Далее рассмотрим модель с учетом расхождения поля в сферическом теле. Например, из (1) при тех же обозначениях получим:

$$V = 2\pi k\sigma \int_{R_{01}}^{R_{02}} \frac{RdR}{\mu\rho_1} \int_{\rho-R}^{\rho+R} e^{-\mu^2\rho^2} d(\mu\rho). \quad (8)$$

Точное решение прямой задачи гравиметрии для этой модели имеет вид:

$$\mathrm{V}_z = \frac{\pi k\sigma}{\mu}\left(\sqrt{\pi}\left(1 - \frac{1}{4\mu^2\rho^2}\right) \times \right. \\ \left. \times erf(2\mu\rho) + \frac{2}{\mu\rho} e^{-4\mu^2\rho^2}\right). \quad (9)$$

Это выражение справедливо для шара с постоянной плотностью, но учитывает эффект расхождения гравитационного излучения с увеличением расстояния от центра сферы. Для переменной плотности и для сравнения поглощения поля на других планетах следует ввести множитель $\mu = \sigma\mu_0$. В табл. 3 приведены решения ОЗГ по модели (9) и отдельно для полюса и экватора по схеме:

$$V_z(2\mu_{op}\sigma\rho_p) = V_z(\sigma_o\rho_p); \\ V_z(2\mu_{oe}\sigma\rho_e) = V_z(\sigma_o\rho_e). \quad (10)$$

Для сферических планет имеем одно решение $\mu_o = \mu_{op} = \mu_{oe}$.

Из табл. 3 следует, что для Земли, Марса, Венеры и Луны, кроме нулевого ЛПК, существует еще три ненулевых ЛПК, при которых по второй модели на поверхности планеты на полюсе наблюдается одно и то же значение силы тяжести, равное тому, что мы имеем и измеряем без учета поглощения. А для Луны (как самого меньшего тела) имеем также три значения ЛПК и на экваторе. Более того, для каждой плотности найдутся соответствующие значения ЛПК. Для крупных планет и Солнца трех ЛПК для той же измеренной плотности пока не обнаружено, но для некоторых значений большей и меньшей плотности ЛПК найдены и приведены в табл. 3. Существенной разницы между ЛПК на полюсе и экваторе у сфероидных планет нет, за исключением Луны, хотя сжатие у нее очень малое.

И, наконец, приведем решение обратной задачи относительно ЛПК для третьей модели, получаемой из второй модели путем замены:

$$\mu = \sigma\mu_o \quad \text{на} \quad \mu = \sqrt{\sigma}\mu_o. \quad (11)$$

Уравнения (10) для этой модели имеют вид:

$$V_z(2\mu_{op}\sqrt{\sigma}\rho_p) = V_z(\sigma_o\rho_p); \\ V_z(2\mu_{oe}\sqrt{\sigma}\rho_e) = V_z(\sigma_o\rho_e). \quad (12)$$

Результаты решения ОЗГ для 3-й модели, выполненные по этой схеме, приведены в табл. 4.

Существенной разницы между решениями по 2-й и 3-й моделях нет. Они имеют аналогичное распределение, но все три решения для полюса Венеры отличаются в 13,8158 раз, а для полюса и экватора Луны – в 17,303 раза. Для Солнца соответствующие значения двух ЛПК по второй модели в 26,6405 раз больше, чем для 3-й. Все эти соотношения вполне объясняются заменой (11) для планет с различной плотностью. Выражение для соотношения ЛПК по двум моделям i-й планеты имеет вид: $\mu_{2,i}/\mu_{3,i} = 10^3/\sqrt{\sigma_i}$.

Подставляя в эту формулу, соответственно, средние плотности Венеры, Луны и Солнца: 5239, 3340 и 1409 кг/м^2, получим приведенные выше численные соотношения.

Для Земли оно должно быть равно 13,4632. Два первых корня из трех находятся в неустойчивой области решений, а третий – в устойчивой, что, возможно, имеет какой-то физический смысл и подлежит интерпретации. К тому же, для Солнца и Земли мы имеем только по одному решению в устойчивой области, которые имеют один порядок с предельными значениями для бесконечной плотности.

Таблица 3

Текущие ЛПК для Солнца, сфероидальной Земли и планет по 2-й модели

Планета	Для полюса		Для экватора		
	Радиус R_p, км g_p, м/с^2 Плотн. σ, кг/м^3	ЛПК μ_{op} 10^{-12}, м^2/кг	Радиус R_e, км g_e, м/с^2 Плотн. σ, кг/м^3	ЛПК μ_{oe}, 10^{-12}, м^2/кг	Отношение ЛПК μ_{oe}/μ_{op}
Земля	6356 9,8639 5517	0,1897 2,7296 28,440	6378 9,7979 5517	нет реш. нет реш. 29,009	– – 1,02
Марс	3374 3,7618 3940	0,373 9,906 74,0	3396 3,7132 3862	0,3670 10,158 74,9	0,984 1,0254 1,012
Венера	6051,76 8,875 5239	0,430 1,4611 31,8513	6051,8 8,865 5234	0,433 1,45 31,853	1,012 0,99315 1,00006
Луна	1736,8 1,6252 σ =3340 σ =3711	1,733 10,8455 173,53 190,8	1738 1,6232 σ =3340 σ =3711	2,9263 6,396 174,18 191,3	1,69 0,59 1,004 1,003
Сатурн	59776,4 10,6156 σ =517 σ =574	0,03797 – – 0,05	66268,0 8,6375 σ =300 σ =517	0,038004 – – 35,9	1,002
Юпитер	66856,46 28,3428 σ =1327 σ =1474 – –	0,01672 – – 0,0332 2,06 9,5675	71492 24,7865 σ =1020 σ =1206 – –	0,0166 – – 0,038 2,33 10,95	0,993 – – 1,145 1,131 1,144
Солнце	699246 274 1409	1,03895	699246 274 1409	1,03895	1,0
Солнце	699246 274 1395	0,00757 0,1311 1,0164	699246 274 1381	0,00757 0,1311 1,0164	1,0 1,0 1,0
Солнце	699246 284 1409	0,003182 0,215994 0,950607	699246 284 1409	0,003182 0,215994 0,950607	1,0 1,0 1,0

Таблица 4

Текущие ЛПК для Солнца, сфероидальной Земли и планет по 3-й модели

Планета	Для полюса		Для экватора		
	Радиус R_p, км g_p, м/с^2 Плотн. σ, кг/м^3	ЛПК μ_{op} 10^{-12}, м^2/кг	Радиус R_e, км g_e, м/с^2 Плотн. σ, кг/м^3	ЛПК μ_{oe}, 10^{-12}, м^2/кг	Отношение ЛПК μ_{oe}/μ_{op}
Земля	6356 9,8639 5517	0,00188	6378 9,7979 5517	0,00190	1,0106
Венера	6051,76 8,87015 5239	0,0311 0,1058 2,3059	6051,8 8,87003 5239	0,0311 0,1058 2,3059	1,0 1,0 1,0
Луна	1736,8 1,6252 σ =3340	0,10016 0,6268 10,029	1738 1,6232 σ =3340	0,1691 0,369 10,066	1,69 0,59 1,0037
Солнце	699246 274 1409	0,039	701160 274 1409	0,03916	1,0041

Обсуждение результатов

Результаты, полученные по первой модели, на первый взгляд, сомнений не вызывают. Чем больше плотность планеты, тем больше ЛПК поглощения поля. Но для планет различного радиуса при одной и той же плотности, по физической логике, должно быть одно и то же значение ЛПК. А решение ОЗГ дает разные ЛПК. Поэтому один и тот же ЛПК не обеспечивает величину поля силы тяжести, вычисленную по известным формулам без учета поглощения поля. Это означает, что ЛПК не является физическим параметром исследуемого явления. Таким образом, мы пришли к выводу, что явление поглощения поля может быть описано множеством других моделей. Усложнение модели за счет расхождения в сферической планете линий истока поля дает, кроме нулевого ЛПК для обычных условий, еще три положительных ЛПК при той же силе тяжести на поверхности планеты и при той же, и даже меньшей или большей, плотности планеты. Таким образом, учитывая экспериментально-теоретический характер полученных результатов, можно утверждать, что явление поглощения ГП с равной вероятностью возможно и невозможно.

Выводы

1. Если принять гипотезу о существовании поглощения собственного гравитационного поля веществом планеты, то параметры этого явления зависят от используемой модели поглощения.

2. В первой модели для каждой плотности, большей измеренной и вычисленной без учета поглощения поля, имеем одно значение ЛПК, которое растет с увеличением плотности планеты и уменьшается с увеличением ее радиуса.

3. Во второй и третьей моделях для любой плотности планеты имеем одно или три значения ЛПК, удовлетворяющие значению силы тяжести на ее поверхности, однако зависимость ЛПК от плотности и радиуса планеты более сложная, поскольку все три ЛПК отличаются между собой почти в 1000 раз.

4. При равном нулю ЛПК все модели дают экспериментально измеренные значения силы тяжести и средней плотности любой планеты, что позволяет утверждать о равенстве вероятностей существования и несуществования явления поглощения ГП.

Перспектива дальнейших исследований. Следует искать другие эффективные модели, позволяющие выделить физические параметры, которые количественно оценивают интенсивность исследуемого явления и тем самым его фактическое существование.

Литература

Грушинский Н.П. Теория фигуры Земли. – М.: Наука, 1976. – 512 с.

Кузьменко Е.Д. Вдовіна О.П., Багрій С.М. Попередній прогноз карстових процесів за даними геофізичних досліджень на Калуш-Голинському родовищі калійної солі // Матеріали V міжнар. конф. “Моніторинг небезпечних геологічних процесів та екологічного стану середовища” – Київ, КНУ ім. Т. Шевченка. – 2004. – С. 93–94.

Михайлов И.Н. Гравитация и гравиразведка // Геофизика. – 2005. – № 1. – С. 38–49.

Мужикова А.В. Мотрюк Е.Н. Практическая эквивалентность в методах подбора сеточными моделями // Материалы 35-й сессии Международного научного семинара имени Д.Г. Успенского “Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей”. – Ухта. – 2008. – С. 218–221.

ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ПЛАНЕТАРНОЇ ГРАВІМЕТРІЇ З УРАХУВАННЯМ ПОГЛИНАННЯ ПОЛЯ

П.О. Міненко

У зв’язку з неоднозначністю розв’язків обернених задач гравіметрії (ОЗГ) виникло серйозне питання про існування поглинання гравітаційного поля (ГП) речовиною. Для визначення різних коефіцієнтів, як міри поглинання поля, розв’язано кілька варіантів прямих задач гравіметрії (ПЗГ) для сфери за формулами, у яких елемент поля під інтегралом помножений на експоненту з показником у вигляді добутку відстані між точкою вимірювання поля та елементом маси, густини та лінійного густинного коефіцієнта (ЛГК) поглинання поля, узятих для лінійної або нелінійної моделі у першому або другому степенях. Для розв’язку ОЗГ теоретично отримано формули ПЗГ, прирівняні до експериментальних значень сили тяжіння, вимірюваних на полюсі або на екваторі. Ці рівняння розв’язано відносно ЛГК, який залежать від вибраної моделі поглинання. У лінійній моделі для кожної густини, більшої від вимірюваної без урахування поглинання поля, маємо одне додатне значення ЛГК, що зростає зі збільшенням густини планети та зменшується зі збільшенням її радіуса. У нелінійній моделі для будь-якої густини малих планет отримано три додатних значення ЛГК, а для великих – тільки одне, що підтверджує можливість існування явища поглинання поля.

Ключові слова: гравіметрія; поглинання поля; пряма та обернена задача.

THE RETURN PROBLEM OF PLANETARY GRAVIMETRY WITH THE FIELD ABSORPTION

P.A. Minenko

In connection with ambiguity of the decision of return problems of gravimetry (RPG) very sharply there is a question on existence of absorption of a gravitational field (GF) by a substance. For definition of various factors as measures of absorption of a field some variants of direct problems of gravimetry (DPG) for sphere are solved. They are solved under formulas in which the field element under integral is increased on an exhibitor with an indicator in the form of distance product between a point of measurement of a field and an element of weight, its density and linear density factor (LDF) of absorption of the field, the taken for linear or nonlinear model in the first or second degree. For decision of RPG we theoretically received formulas of DPG which are equal to the experimental values of gravity which are measured on a pole or an equator. These equations are solved rather of LPG depending on the chosen model of absorption. In linear model for each density, more measured without field absorption, we have one positive value LPG which grows with increase in density of a planet and decreases with increase of its radius. In nonlinear model for any density of minor planets it is received three positive values of LPG and for big – only one that confirms the possibility of existence of the phenomenon of field absorption.

Key words: gravimetry, field absorption, a direct and return problem.

Криворізький національний університет, м. Кривий Ріг Надійшла 26.04.2012