

МОДЕЛЬ ГРАВІМЕТРИЧНИХ СКЛАДОВИХ ВІДХИЛЕНЬ ПРЯМОВИСНИХ ЛІНІЙ ТЕРИТОРІЇ УКРАЇНИ ЗА ДАНИМИ EGM2008

Розглянуто питання дослідження точності обчислення гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній з використанням сучасної моделі гравітаційного поля Землі EGM2008 для території України. Виконано порівняння результатів обчислення з відомими астрономо-геодезичними складовими відхилень прямовисних ліній, отриманими за астрономічними та геодезичними координатами пунктів.

Ключові слова: EGM2008, складові відхилень прямовисних ліній, сплайн Ерміта.

Вступ

Гравіметричний метод нині порівняно з іншими є основним для визначення складових відхилень прямовисних ліній (СВПЛ). За гравіметричною інформацією методи обчислення складових відхилень прямовисних ліній ділять на такі групи: методи інтегральних перетворень, методи параметричної апроксимації, методи статистичної колокації і комбіновані методи [Бровар, Юркина, 2010].

Методи інтегральних перетворень використовують класичні інтегральні формули Венінга–Мейнеса. Точність цих формул у багатьох випадках є недостатньою, що призводить до необхідності використання точніших методів, які базуються на теорії М.С. Молоденського. Зауважимо, що точність обчислення СВПЛ за формулою М.С. Молоденського першого наближення становить 0,2–0,3" для будь-якого аномального у гравіметричному аспекті району [Дзуліт, 2008; Гоффман–Велленгоф, Мориц, 2007]. Але під час практичної реалізації цієї формули виникають труднощі з великим обсягом обчислень. Існують інші зручні методи обчислення СВПЛ, основані на використанні аномалій у неповній топографічній редукції, на редукції вихідних аномалій із фізичної поверхні Землі на відлікову сферу досліджуваної точки з використанням розкладу в ряд Тейлора, швидкого перетворення Фур'є, а після – перетворення Хартлі [Гоффман–Велленгоф, Мориц, 2007]. Загалом інтегральні методи належать до найширше використовуваних методів обчислень.

Методи апроксимації передбачають отримання СВПЛ за відомими формулами із застосуванням базисної функції і параметрів апроксимації. Тут використовують метод сферичних гармонік, метод Аронова і метод точкових мас. Метод сферичних гармонік базується на відомих формулах розкладу характеристик гравітаційного поля Землі в ряд за сферичними функціями, коефіцієнти розкладу якого визначаються і уточнюються на основі наявної гравіметричної і супутникової інформації. Нині створено декілька десятків глобальних моделей гравітаційного поля Землі у вигляді сферичних гармонік геопотенціалу різної точності та детальності.

Метод В.І. Аронова [Аронов, 1976] застосовувався для обчислення СВПЛ з точністю 1" для врахування поля аномалій центральної і близької зон. Метод точкових мас передбачає апроксимацію аномального поля потенціалом системи точкових мас. Методи статистичної колокації дають

зможу обчислювати СВПЛ з використанням статистичних зв'язків між ними і аномаліями прискорення вільного падіння. Для цього необхідно скласти рівняння колокації для відхилень прямовисних ліній, в які входять вектори коваріацій між СВПЛ і вихідними аномаліями прискорення вільного падіння, автоковаріаційна матриця вихідних аномалій і вектор вихідних аномалій. Перевага методу колокації полягає у тому, що він дозволяє в єдиному алгоритмі виконати опрацювання різномірної інформації і оцінити точність отриманих результатів.

Постановка завдання

Завданням цієї роботи є дослідження точності обчислення гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній з використанням сучасної моделі гравітаційного поля Землі EGM2008 для території України, а також порівняння результатів обчислень з відомими астрономо-геодезичними складовими відхилень прямовисних ліній, отриманими за астрономічними та геодезичними координатами пунктів.

Характеристика вихідних даних

Як вихідну основу для виконання роботи використано модель земного гравітаційного поля EGM2008, розроблену Національною геопросторомо-розвідувальною агенцією США (NGA). Під час створення цієї моделі використовували такі дані: наземні дані аномалій прискорення вільного падіння (сітка 5'x5'), астрономо-геодезичні відхилення прямовисних ліній, альтиметричні дані з TOPEX, супутникові гравіметричні дані з місії GRACE, висоти з GPS-нівелювання, модель океанів ECCO. Ця модель складена сферичними гармоніками до 2159 степеня та 2159 порядку, а також містить додаткові коефіцієнти розширення до 2190 степеня та 2159 порядку.

Для визначення геометрії та нормального гравітаційного потенціалу використано геодезичну референцну систему WGS 84. Обчислені значення аномалій прискорення вільного падіння у вільному повітрі та відхилень прямовисної лінії відносяться до поверхні цього референц-еліпсоїда. Константи WGS 84, які використовуються для визначення референц-еліпсоїда та пов'язаного з ним нормального гравітаційного поля, до якого відносяться висоти геоїда, є такими:

$A = 6378137,00$ м (велика піввісь еліпсоїда WGS-84);

$GM = 3,986004418 \times 10^{14}$ м³с⁻² (геоцентрична гравітаційна стала);

$\Omega = 7292115 \times 10^{-11}$ рад/с (кутова швидкість обертання Землі);

$f = 1/298.257223563$ (стиснення еліпсоїда WGS-84).

За бажання можна використовувати модель EGM 2008 для обчислення значень висот геоїда (квазі-геоїда), аномалій прискорення вільного падіння у вільному повітрі та СВПЛ відносно еліпсоїда WGS-84, застосувавши автономний набір файлів коефіцієнтів, програмне забезпечення на FORTRAN та попередньо обчислені сітки відповідних значень (grid з кроком 2,5'x2,5' або 5'x5'). Файли даних обчислено на комп'ютері SUN, що використовує Big Endian подання двійкового коду.

Опис файлів для обчислення аномалій прискорення вільного падіння у вільному повітрі і відхилення прямовисної лінії моделлю EGM 2008 на сітці з кроком 2,5'x2,5' [<http://earth-info.nga.mil>]:

- (1) **Dg01_cnt2.5x2.5_EGM08_to2190_WGS84_ell_nh** Сітка аномалій сили ваги у вільному повітрі (значення подано в мГал).
- (2) **xi_cnt2.5x2.5_EGM08_to2190_WGS84_ell_nh** Сітка значень гравіметричної складової відхилення прямовисної лінії в площині меридіана (ξ) (у кутових секундах).
- (3) **eta_cnt2.5x2.5_EGM08_to2190_WGS84_ell_nh** Сітка значень гравіметричної складової відхилення прямовисної лінії в площині першого вертикала (η) (у кутових секундах).
- (4) **read_3files_min2.5** FORTRAN-програма, що використовується для зчитування файлів сіток (1), (2), (3).
- (5) **read_3files_min2.5.out01** Програма для виведення результату виконання програми (4).

Виклад основного матеріалу дослідження

Як відомо, напрям вектора реального прискорення вільного падіння g (прямовисна лінія) в точках фізичної поверхні Землі не збігається з напрямом вектора нормального прискорення вільного падіння γ . Через це астрономічні координати точок земної поверхні відрізняються від геодезичних. Відповідні складові астрономо-геодезичних відхилень прямовисних ліній у площинах меридіана ξ^{AG} і першого вертикала η^{AG} можна записати так:

$$\begin{aligned} \xi_{AG} &= \varphi - B, \\ \eta_{AG} &= (\lambda - L) \cos \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

де φ і λ – астрономічні координати; B і L – геодезичні координати.

Повне відхилення прямовисної лінії:

$$u = \sqrt{\xi_{AG}^2 + \eta_{AG}^2}, \quad (2)$$

і азимут напрямку повного відхилення:

$$\Theta = \arctg \left(\frac{\eta_{AG}}{\xi_{AG}} \right). \quad (3)$$

При цьому астрономічні координати отримують із спостережень небесних світил, а геодезичні координати – з відповідних обчислень на прийнятому еліпсоїді. Цей метод визначення астрономо-геодезичних складових відхилень прямовисних ліній має обмежене використання для вивчення зовнішнього гравітаційного поля Землі. Це пояснюється тим, що пункти, в яких визначають астрономічні координати, розміщуються на поверхні суходолу і повністю відсутні на поверхні морів і океанів. Крім цього, для визначення астрономічних координат з необхідною точністю потрібно витратити багато часу на пункті спостереження.

Через ці причини широкого застосування набув гравіметричний (фізичний) метод визначення відхилень прямовисних ліній з використанням гравіметричних даних.

Зв'язок між гравіметричними і астрономо-геодезичними складовими відхилень прямовисних ліній встановлюється такими залежностями:

$$\begin{aligned} \xi_{AG} &= \xi_{GP} + 0,171 \cdot H \cdot \sin 2B, \\ \eta_{AG} &= \eta_{GP}. \end{aligned} \quad (4)$$

У цій роботі використано гравіметричні СВПЛ, обчислені за глобальною моделлю EGM 2008 для 36 пунктів на території України, з яких 20 пунктів розташовані на поверхні суходолу, а 16 пунктів – на поверхні моря, а також астрономо-геодезичні СВПЛ, визначені з геодезичних і астрономічних спостережень на цих пунктах. Далі за гравіметричними СВПЛ з моделі EGM2008 для вказаних пунктів за формулами (4) знайдено астрономо-геодезичні складові відхилень прямовисних ліній.

Інтерполяційні програми дають змогу з глобальної сітки виділити необхідні дані для конкретного регіону (району). З використанням глобальної моделі EGM2008 ми побудували карти гравіметричних СВПЛ (η та ξ) на територію України та прилегли до неї території (див. рис. 1, 2).

На рис. 3 і рис. 4 наведено точнісні характеристики аномалій прискорення вільного падіння і гравіметричних СВПЛ для всієї земної кулі за моделлю EGM 2008, які взято з офіційного сайту розробників моделі [<http://earth-info.nga.mil>].

Точність визначення гравіметричних складових відхилення прямовисної лінії за моделлю EGM 2008 становить 0,5-1" на території Західної Європи, півночі Росії, Австралії, Північної Америки; 1-2,5" на решту території, крім Антарктиди, де точність є гіршою за 4" (у зв'язку з відсутністю достатньої кількості даних), а також деяких інших областей (переважно гірських), де точність становить 2,5-3,5". На території України точність визначення гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній моделі EGM 2008 можна оцінити в межах 1" (див. рис. 3).

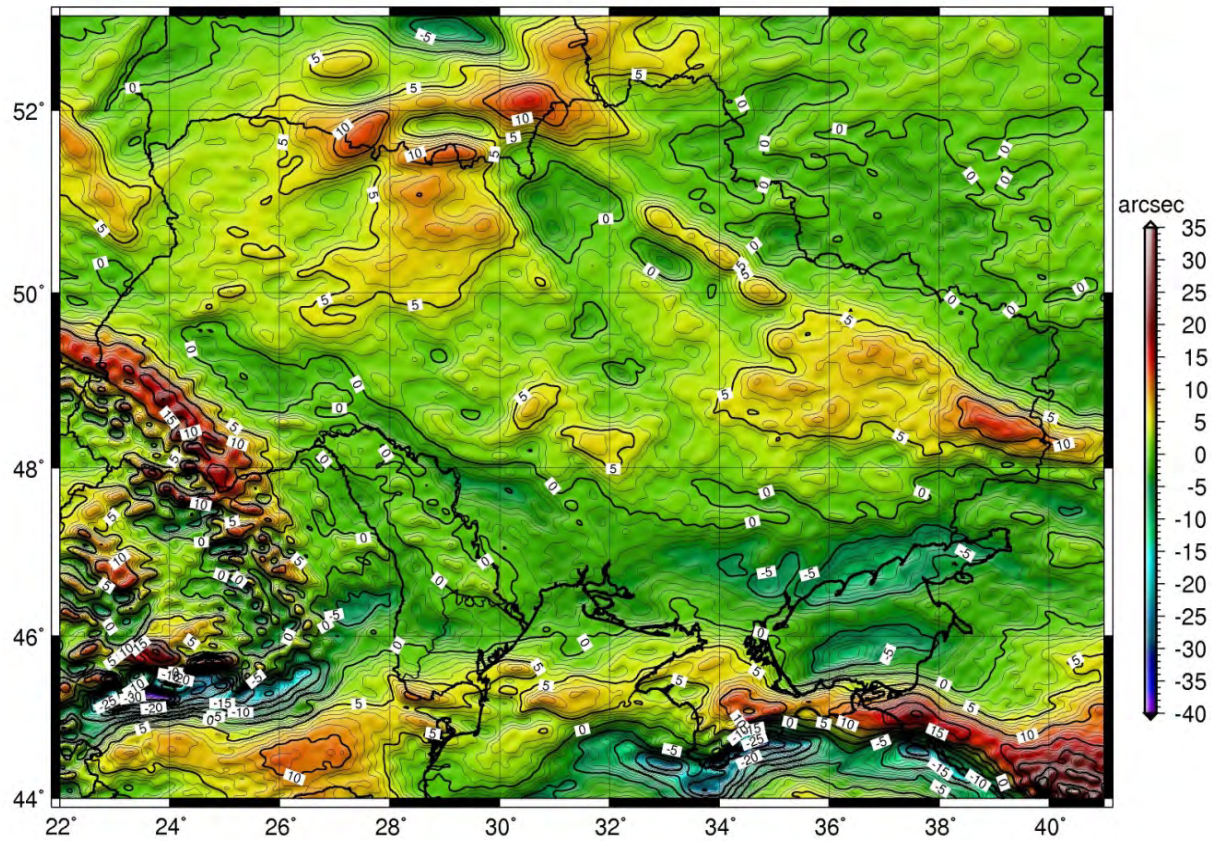


Рис. 1. Карта складових відхилення прямовисної лінії в площині меридіана (ζ)

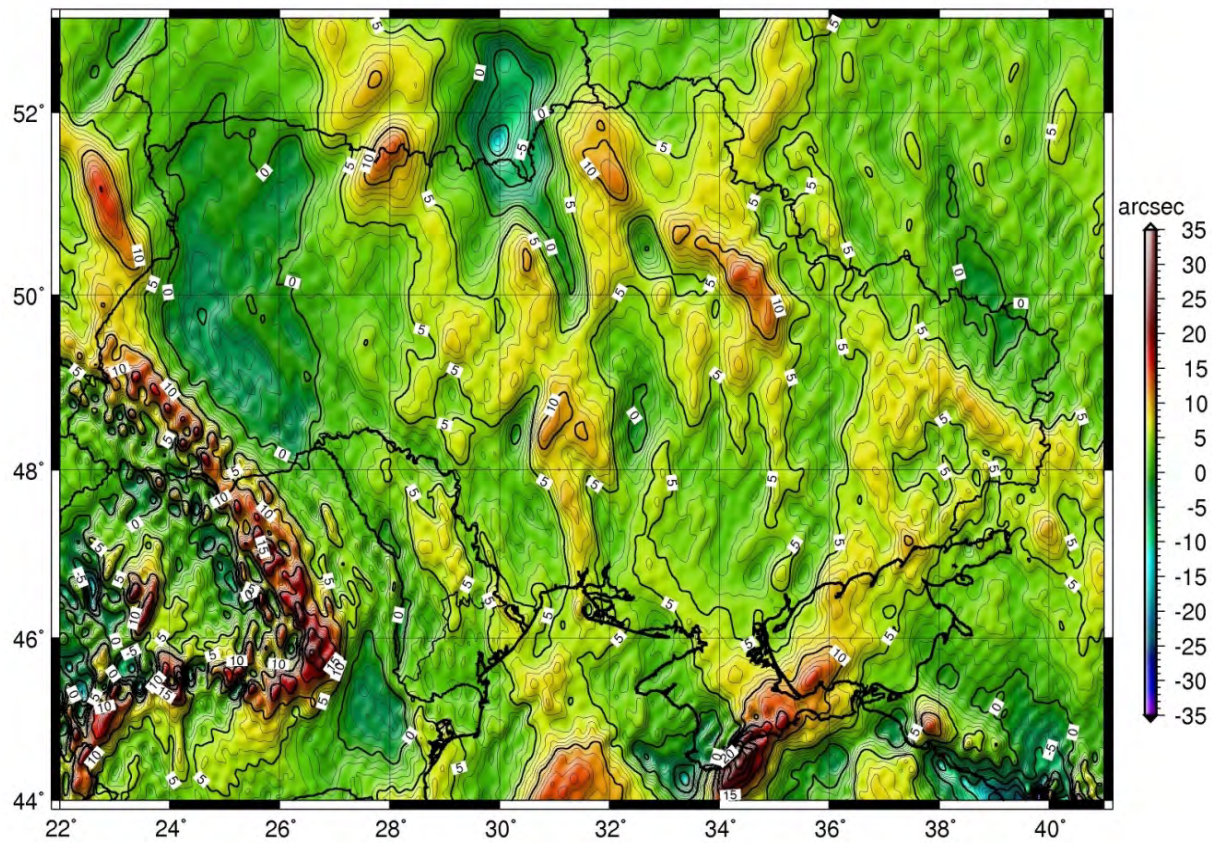


Рис. 2. Карта складових відхилення прямовисної лінії в площині першого вертикала (η)

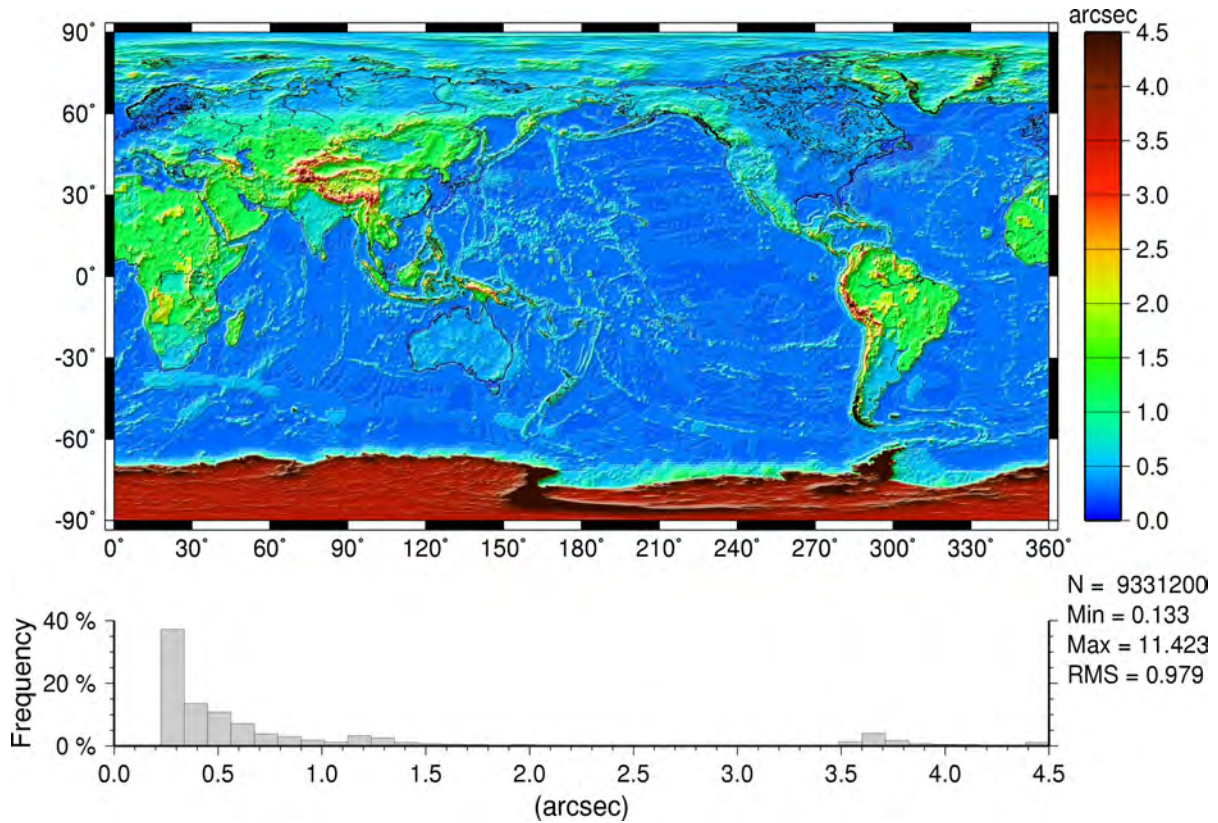


Рис. 3. Точність складових відхилення прямовисної лінії моделі EGM2008

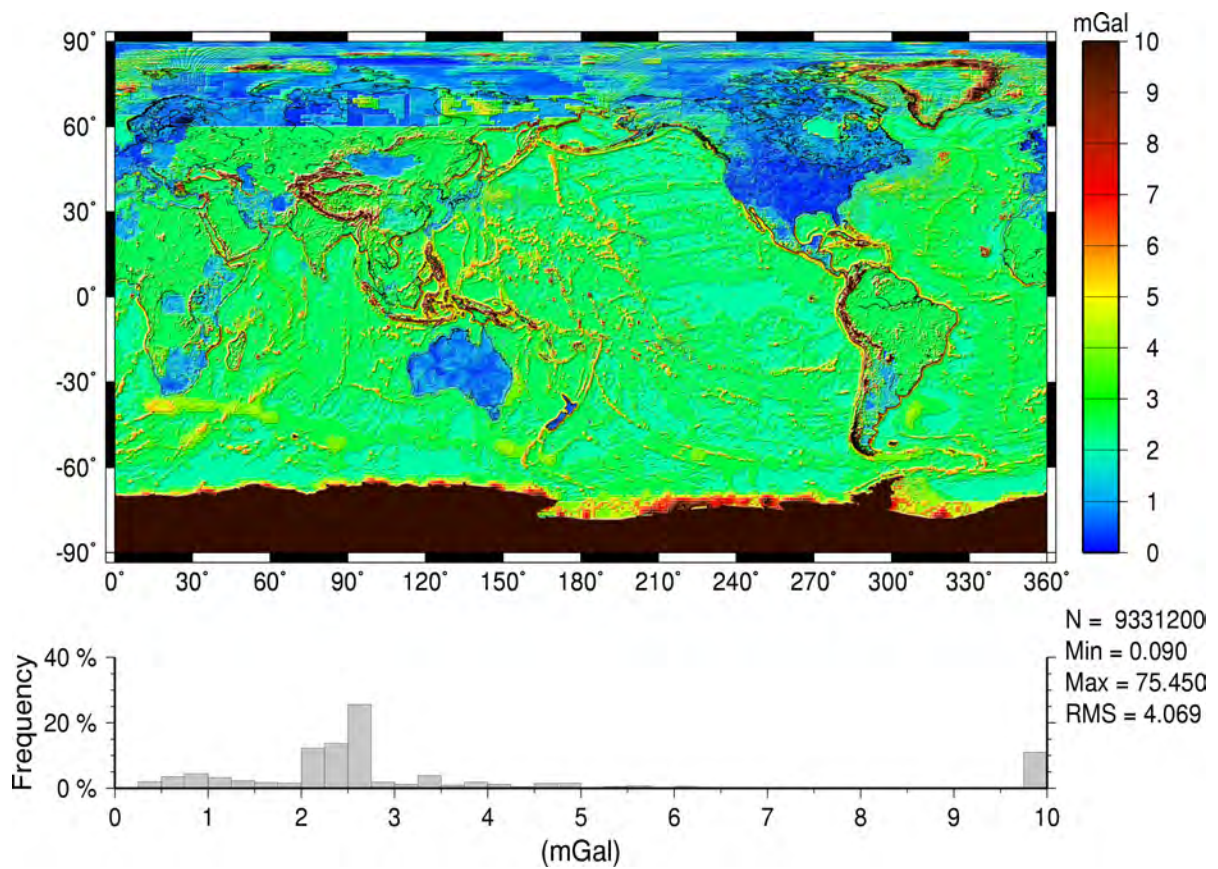


Рис.4. Точність аномалій прискорення вільного падіння у вільному повітрі моделі EGM 2008

Гравіметричні СВПЛ з моделі EGM 2008 для вказаних 36 пунктів було знайдено за допомогою високоточного інтерполювання. У цій статті використано дані такого інтерполювання складових відхилення прямокутної лінії ξ і η , виконаного кубічним двовимірним локальним сплайном Ерміта з наближеним представленням похідних [Марченко, Заяць та ін., 2005]. Сплайни Ерміта є кубічними сплайн-функціями, у яких неперервна лише перша похідна у вузлах інтерполяції, що значно спрощує процес побудови такої функції. Зауважимо, що двовимірний випадок в цьому методі можна реалізувати як дві послідовні одновимірні інтерполяції. Тому розглянемо реалізацію цього методу на прикладі одновимірного масиву даних.

Побудуємо для заданих $n+1$ точок (x_i, y_i) , $i = 0, n$ інтерполяційний поліном $S(x)$, використовуючи сплайни Ерміта. Кубічний поліном $S_i(x)$ між двома заданими вузлами інтерполяції x_i та x_{i+1} має такий вигляд :

$$S_i(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3, \quad x \in [x_i, x_{i+1}]. \quad (5)$$

Параметри a_j ($j = \overline{0,3}$) можна визначити за значеннями функції y_i і y_{i+1} та її перших похідних y'_i і y'_{i+1} у вузлах x_i та x_{i+1} : вони є розв'язком системи лінійних рівнянь:

$$\begin{pmatrix} 1 & x_i & x_i^2 & x_i^3 \\ 1 & x_{i+1} & x_{i+1}^2 & x_{i+1}^3 \\ 0 & 1 & 2x_i & 3x_i^2 \\ 0 & 1 & 2x_{i+1} & 3x_{i+1}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_i \\ y_{i+1} \\ y'_i \\ y'_{i+1} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Очевидно, точність визначення параметрів a_j суттєво залежить від точності визначення похідних у системі рівнянь (6). Як добре відомо, формули наближеного диференціювання є найточнішими і можуть бути подані найпростіше у випадку непарної кількості вузлів інтерполювання. Використаємо для наближеного диференціювання у вузлі x_i формулу Лагранжа для п'яти точок :

$$y'_i \approx \frac{1}{12h} (y_{i-2} - 8y_{i-1} + 8y_{i+1} - y_{i+2}). \quad (7)$$

Отже, для єдності визначення локального сплайна $S_i(x)$ необхідно шість значень функції у вузлах $x_{i-2}, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3}$. Тепер рівняння сплайн-функції можна записати після простих алгебраїчних перетворень з введення параметра

$$z = \frac{x - x_i}{h} \text{ у зручній формі Лагранжа :}$$

$$S_i(x) = \sum_{k=1}^6 y_{i-3+k} p_k(z), \quad (8)$$

де $p_k(z)$ – вагові функції, які мають вигляд

$$\left. \begin{aligned} p_1(z) &= \frac{1}{12} z(z-1)^2; \\ p_2(z) &= -\frac{1}{12} z(7z^2 - 15z + 8); \\ p_3(z) &= \frac{1}{3} (4z^3 - 7z^2 + 3); \\ p_4(z) &= -\frac{1}{3} z(4z^2 - 5z - 2); \\ p_5(z) &= \frac{1}{12} z(7z^2 - 6z - 1); \\ p_6(z) &= \frac{1}{12} z^2(1-z). \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Узагальнення до функції двох змінних, заданої у вигляді двовимірної рівномірної сітки, при використанні сплайна Ерміта має такий вигляд:

$$f(x, y) = \sum_{i_x=1}^6 \sum_{i_y=1}^6 p_{i_x}^x p_{i_y}^y f(x_{i_x}, y_{i_y}), \quad (10)$$

де ваги $p_{i_x}^x$ та $p_{i_y}^y$ визначені аналогічно до виразів (9).

У таблиці показано максимальні, мінімальні та середні розходження, а також стандартне відхилення між отриманими астрономо-геодезичними СВПЛ ξ і η та повними відхиленнями за глобальною моделлю EGM 2008 і реальними астрономо-геодезичними СВПЛ, одержаними за астрономічними і геодезичними координатами відповідних пунктів. Точність СВПЛ, отриманих з астрономо-геодезичних спостережень, від 1" до 1,5", а відхилень, отриманих з моделі EGM2008 на території України, близько 1".

Різниці між реальними і модельними значеннями відхилень прямокутних ліній і азимутами їх повного відхилення

	Для вказаного регіону				Суходіл				Акваторія			
	$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	Δu	$\Delta\theta$	$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	Δu	$\Delta\theta$	$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	Δu	$\Delta\theta$
мін.	-3,54	-11,64	-15,05	-104,726	-1,780	1,840	0,526	-104,726	-3,54	-11,643	-15,051	-103,121
макс.	9,871	11,323	7,706	100,389	2,629	5,629	5,005	62,554	9,871	11,323	7,706	100,389
сер.	0,682	3,979	1,947	-9,085	0,074	3,714	2,468	-17,608	1,442	4,311	1,296	1,569
s	2,607	3,269	3,566	53,838	0,839	0,827	0,946	34,522	3,470	4,813	5,179	60,272

Висновки

1. Як видно з таблиці, відхилення прямовисних ліній, обчислені за моделлю EGM2008 і отримані з астрономічних і геодезичних спостережень для цілого регіону, значно відрізняються, але це можна пояснити низькою точністю визначення астрономічних координат на поверхні моря.
2. Різниця відхилень в континентальній частині регіону відрізняються на величину, яка не виходить за межі точності визначення відхилень прямовисних ліній, одержаних з астрономічно-геодезичних спостережень.
3. Модельні значення гравіметричних СВПЛ для території України не враховують детального впливу центральних і близьких зон, а, як відомо, він є більшим, ніж вплив далеких зон.
4. На території України точність визначення гравіметричних СВПЛ моделі EGM2008 можна оцінити в межах 1".

Література

Волчко П.І., Двудіт П.Д., Савчук С.Г. Висоти геоїда і складові відхилень прямовисних ліній території України за даними планетарної моделі гравітаційного поля Землі EGM96 // Сучасні досягнення

геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 2000. – С. 53–55.
 Двудіт П.Д. Фізична геодезія. – К.: Експрес, 2008. – 202 с.
 Двудіт П.Д., Голубінка Ю.І. Про визначення гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній // Вісник геодезії та картографії. – Київ. – 2008. – С. 7–9.
 Марченко О.М., Заяць О.С., Ничвид М.Р. Про двовимірну інтерполяцію трансформант гравітаційного поля модифікованим сплайном Ерміта // Вісник геодезії та картографії. – Київ. – 2005. – С. 6–10.
 Аронов В.И. Обработка на ЭВМ значений аномалий силы тяжести при произвольном рельефе поверхности наблюдений. – М.: Недра, 1976. – 129 с.
 Гравиметрия и геодезия / Бровар Б.В., Юркина М.И. и др. – М.: Научный мир, 2010. – 575 с.
 Гофман-Велленгоф Б., Мориц Г. Физическая геодезия. – М.: МиИГАиК, 2007. – 354 с.
 Dwulit P.D., Tretyak K.R. Wyznaczenie odchyleń pionu i odstepu geoidy na podstawie pomiarów grawimetrycznych i satelitarnych // Zeszyty naukowe Akademii Rolniczej im Hugona Kollątaja w Krakowie. – 2007. – S. 47–50. <http://earth-info.nga.mil>.

МОДЕЛЬ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ОТКЛОНЕНИЙ ОТВЕСНЫХ ЛИНИЙ ТЕРРИТОРИИ УКРАИНЫ ПО ДАННЫМ EGM2008

П.Д. Двудіт, Б.Б. Джуман, А.В. Смельянец

Рассмотрены вопросы исследования точности вычисления гравиметрических составляющих отклонений отвесных линий с использованием современной модели гравитационного поля Земли EGM2008 для территории Украины. Выполнено сравнение результатов вычисления с известными астрономічно-геодезическими составляющими отклонений отвесных линий, полученными по астрономическим и геодезическим координатам пунктов.

Ключевые слова: EGM2008, составляющие отклонений отвесных линий, сплайн Эрмита.

THE GRAVIMETRIC PLUMB LINES DEFLECTION MODEL ON THE UKRAINE AREA COMPUTED BY EGM2008

P.D. Dwulit, B.B. Dzhuman, O.V. Smelyanets

The problems of computational accuracy of plumb line deflections with use of gravitational Earth model EGM2008 on the Ukraine area are considered. The results of computation were compared to the known astronomical-geodetic deflections of plumb lines obtained from astronomical and geodetic coordinates of points.

Key words: EGM2008, deflections of plumb lines, Hermite spline.