

УДК 662.61:66.096.5

Шрайбер О.А., Дериглазова Ф.Г.

Институт загальної енергетики НАН України

УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВИГОРЯННЯ ТВЕРДОГО ПАЛИВА  
У ЦИРКУЛЮЮЧОМУ КИПЛЯЧОМУ ШАРІ

Розроблена раніше модель вигорання твердого палива у циркулюючому киплячому шарі узагальнена на випадок, коли швидкість реакції залежить як від дифузії газоподібного реагенту, так і від хімічної кінетики.

Разработанная ранее модель выгорания твердого топлива в циркулирующем кипящем слое обобщена на случай, когда скорость реакции зависит как от диффузии газообразного реагента, так и от химической кинетики.

We have generalized the model of solid fuel combustion in a fast fluidized bed, developed earlier, for the case where the rate of reaction depends on both the diffusion of gaseous reagent and chemical kinetics.

$C$  – константа інтегрування;

$E$  – енергія активації;

$f, f_k, F, f_i$  – функції розподілу частинок за концентраціями вуглецю у киплячому шарі, кільцевій області та ядрі перехідної зони, в потоці зовнішньої циркуляції;

$G_t, G_i, G_k$  – масові витрати на виході з КШ та в потоках зовнішньої і внутрішньої циркуляції;

$K$  – мольна концентрація кисню;

$k, k_{ef}$  – константа та ефективна константа швидкості реакції;

$k_0$  – передекспоненціальний множник;

$k_\gamma$  – поправковий коефіцієнт;

$M$  – маса киплячого шару;

$Q$  – тепловий ефект реакції;

$q$  – швидкість вигорання;

$R$  – радіус частинки;

$R_g$  – універсальна газова стала;

$T$  – температура частинок;

$u$  – швидкість газу;

$x$  – позадвжняя координата надшарового простору;

$x_r$  – висота надшарового простору;

$\alpha, \alpha_D$  – коефіцієнти тепловіддачі та масообміну;

$\gamma, \gamma^\circ$  – параметри інтенсивності процесу в КШ;

$\zeta^*$  – об'ємна концентрація вуглецю;

$\eta$  – масова концентрація вуглецю;

$\eta_0$  – масова концентрація вуглецю у вихідному паливі;

$\theta$  – температура газу;

$\mu_C$  – молекулярна маса вуглецю;

$\rho_a, \rho_c$  – густина золи і коксу;

$\Phi$  – функція розподілу частинок у зоні пневмотранспорту;

КШ – киплячий шар;

ЦКШ – циркулюючий киплячий шар.

Вивчення закономірностей переносу в циркулюючих системах із хімічними реакціями (зокрема, для розрахунку вигорання палива в топках із циркулюючим киплячим шаром (ЦКШ)) являє значний науковий і практичний інтерес. В роботі [1] побудовано статистичну модель вигорання вугільних частинок у топці із ЦКШ стосовно до схеми об'ємного реагування [2], де шуканою величиною є функції

розподілу частинок за масовою концентрацією вуглецю  $\eta$ . В [1] такі функції вводяться для чотирьох областей ЦКШ: киплячого шару  $f$ , ядра перехідної зони надшарового простору  $F$ , її периферії  $f_k$  та зони пневмотранспорту  $\Phi$ . Для цих функцій побудовано систему двох інтегральних і двох функціональних рівнянь, і розроблено ітераційний метод її розв'язання. Так, рівняння для  $f$  має загальний вигляд

$$f(\eta) = \frac{1}{|q|(1-\eta)} \exp\left(-\frac{G_t}{M} \int \frac{d\eta}{q}\right) \left[ C - \frac{1}{M} \int (G_k f_k + G_i f_i) (1-\eta) \exp\left(\frac{G_t}{M} \int \frac{d\eta}{q}\right) d\eta \right], \quad (1)$$

або з урахуванням виразу для швидкості вигорання частинки [3]

$$q \equiv d\eta / dt = -A\eta(1 - \eta); A = 3\mu_c K\alpha_D / (R\rho_c), \quad (2)$$

зводиться до

$$f(\eta) = \eta^{\gamma-1} (1-\eta)^{-2-\gamma} [C - \gamma\omega \int f_k \eta^{-\gamma} (1-\eta)^{1+\gamma} d\eta - \gamma\omega' \int f_i \eta^{-\gamma} (1-\eta)^{1+\gamma} d\eta];$$

$$\gamma = G_i (MA)^{-1}; \quad \omega = G_k / G_p; \quad \omega' = G_i / G_p; \quad f_i(\eta) = \Phi(x_p, \eta). \quad (3)$$

Метод розв'язання згаданої системи полягає в тому, що на першій ітерації не враховується ні внутрішня, ні зовнішня циркуляція, що дає можливість послідовно обчислити всі функції розподілу  $f^{(1)}$ ,  $F^{(1)}$ ,  $f_k^{(1)}$ ,  $\Phi^{(1)}$  (верхній індекс – номер ітерації); далі за відомими  $f_k^{(1)}$  і  $f_i^{(1)}$  знаходяться  $f^{(2)}$ ,  $F^{(2)}$  і т.д.

Як видно із (2), в моделі [1] вважається, що реакція горіння проходить у дифузійній області, тобто впливом хімічної кінетики можна нехтувати. Але у ЦКШ під атмосферним тиском константа ефективної швидкості реакції  $k_{ef}$  залежить не тільки від дифузії газоподібного реагенту, але і від швидкості хімічного перетворення. Тому метою цієї роботи є узагальнення моделі [1] з урахуванням впливу хімічної кінетики на темп вигорання частинок у ЦКШ.

Розглянемо спочатку випадок відсутності зовнішньої та внутрішньої циркуляції. Як відомо, константа ефективної швидкості реакції дорівнює

$$k_{ef} = \frac{\alpha_D k}{\alpha_D + k}; \quad k = k_0 \exp\left(-\frac{E}{R_g T}\right). \quad (4)$$

Як і в [1, 3], приймаємо модель ідеального перемішування по твердій фазі, частинки вважаємо монодисперсними, однорідними і кулястими, їх розмір незмінним, а процес стаціонарним. Тоді ми приходимо до того ж рівняння (1), але з  $k_{ef}$  замість  $\alpha_D$  у виразі для  $A$  в (2).

Отже, на відміну від моделі [1], тепер  $q$  залежить не тільки від  $\eta$ , але і від температури частинки. Оскільки коксозолові частинки перебувають у киплячому шарі досить довго, будемо вважати, що вони мають рівноважну температу-

ру, яка відповідає балансу між тепловиділенням при хімічній реакції та тепловим потоком від частинок до газу:

$$T = \theta + \frac{k_{ef} K Q \zeta^*}{\alpha} \quad (5)$$

$$\zeta^* = \frac{\eta \rho_a (1 - \eta_0)}{(1 - \eta)[\rho_c + \eta_0(\rho_a - \rho_c)]}$$

(множник  $\zeta^*$  враховує, що не вся поверхня частинки відкрита для реагування).

Таким чином, навіть у спрощеній постановці ми отримали досить складну трансцендентну систему рівнянь (4), (5) відносно чотирьох невідомих величин  $k$ ,  $k_{ef}$ ,  $T$ ,  $\zeta^*$ , що може бути розв'язана тільки числовими методами, і, отже, ні величина  $|q|$ , ні тим більше перший інтеграл в (1) не виражаються через відомі функції. Тому використаємо такий прийом. Нехай значення  $k_0$ ,  $E$ ,  $\theta$ ,  $Q$ ,  $\rho_a$ ,  $\rho_c$  і  $\eta_0$  задані. Крім того, вважаємо, що залежності чисел Нуссельта і Шервуда від числа Рейнольдса однакові. Тоді розв'язок системи (4), (5) залежить тільки від двох параметрів:  $u/R$  та  $K$ . Зважаючи на це, було обчислено значення  $k$  і  $T$  для досить широкого (але реального) діапазону значень  $K$  та  $u/R$ . Деякі результати для випадку  $u/R = 2 \cdot 10^3$  1/с,  $\theta = 1123$  К,  $\eta_0 = 0,6$  приведено в табл. 1.

Аналіз отриманих результатів свідчить, що залежність  $k(\eta)$  добре апроксимується функцією

$$k = k^* + b\eta^2. \quad (6)$$

Було знайдено оптимальні значення  $b$  для кожної комбінації значень  $K$  і  $u/R$  (тут  $k^*$  відповідає температурі газу,  $k^* = 0,01937$  м/с).

Табл. 1. Значення  $T$  і  $k$  для різних  $\eta$ 

$K$ , кмоль/м <sup>3</sup>	Параметри	$\eta$					
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$10^{-3}$	$T$ , К	1124,2	1125,6	1127,7	1130,5	1134,9	1142,6
	$k$ , м/с	0,0197	0,0201	0,0206	0,0214	0,0227	0,025
$1,4 \cdot 10^{-3}$	$T$ , К	1124,6	1126,8	1129,7	1134	1140,9	1154,6
	$k$ , м/с	0,0198	0,0203	0,0212	0,0224	0,0245	0,0292

Обробка цих даних методом найменших квадратів привела до емпіричної формули

$$b = 7790(u/R)^{-0,6165} K^{1,225}, \quad (7)$$

де  $b$  в м/с,  $u/R$  в 1/с,  $K$  в кмоль/м<sup>3</sup>. Середньоквадратичне відхилення «експериментальних» значень  $k$  від (6), (7) близько 1,7 %, отже, швидкість реакції тут апроксимується з високою точністю.

Підставляючи першу формулу (4) і апроксимацію (6) в (1) (без урахування циркуляції), після обчислення відповідних інтегралів отримуємо таку функцію розподілу коксозолових частинок за концентраціями вуглецю у КШ:

$$f(\eta) = C \frac{\gamma M}{G_t} \left(1 + \frac{\alpha_D}{k^* + b\eta^2}\right) \eta^\varepsilon (1-\eta)^\zeta (k^* + b\eta^2)^\kappa \exp \left[ \frac{\alpha_D \gamma}{k^* + b} \sqrt{\frac{b}{k^*}} \arctg \left( \sqrt{\frac{b}{k^*}} \eta \right) \right], \quad (8)$$

де

$$\varepsilon = \gamma \left(1 + \frac{\alpha_D}{k^*}\right) - 1; \quad \zeta = -\gamma \left(1 + \frac{\alpha_D}{k^* + b}\right) - 2; \quad \kappa = -\frac{\gamma \alpha_D b}{2k^* (k^* + b)}.$$

Неважко переконатись, що у частинному випадку дифузійного режиму реакції ( $k \rightarrow \infty$ ) розв'язок (8) зводиться до першого доданка (3).

Таким чином, якщо орієнтуватись на ітераційний алгоритм, описаний вище, то отриманий результат (8) слід розглядати як функцію розподілу частинок у КШ на першій ітерації. Нажаль, точний розв'язок (8) досить громіздкий, так що функції  $f_k$  і  $f_i$  на першій ітерації, що обчислюються через  $f_i$ , як вказано в [1], виявляються дуже складними, і інтеграл в (1) не виражається через відомі функції. Використання тут числових методів призвело би до невиправданого ускладнення задачі (зокрема, через те, що функції типу (8) для реальних значень параметрів (наприклад, значного середнього часу перебування частинок у КШ) мають розрив II роду в точці  $\eta = 0$ ). Тому було розроблено наближений метод побудови шуканого розв'язку.

Першим кроком було обчислення середньої

масової концентрації вуглецю у КШ згідно з (8):

$$\bar{\eta} = \int_0^{\eta_0} \eta f(\eta) d\eta / \int_0^{\eta_0} f(\eta) d\eta. \quad (9)$$

Фіксуючи характерну температуру газу в КШ (наприклад,  $\theta = 1123$  К), а також його фізичні властивості, приходимо до висновку, що  $\alpha_D$  є функцією тільки від  $u/R$ . Тоді, як впливає з (8), середня концентрація вуглецю залежить від трьох параметрів:  $\gamma$ ,  $u/R$ ,  $K$  (звичайно, при розрахунках по формулі (9) перший множник правої частини (8) можна випустити). Розрахунки було проведено для досить широкого діапазону значень цих параметрів, що охоплюють умови в ЦКШ. Отримані результати представлено в табл. 2.

Тепер розглянемо можливість спрощення задачі. Тут найбільш природно нехтувати залежністю констан-

ти швидкості реакції від концентрації вуглецю (див. (6)) і обчислювати її по середній концентрації. У цьому випадку  $k_{ef}$  у формулі для швидкості вигорання  $q$  теж не залежить від  $\eta$ . Тоді, якщо замість  $\gamma$  (див. (3)) ввести нову константу

$$\gamma^\circ = \frac{G_r R \rho_c}{3 \mu_c M K k_{ef}}, \quad (10)$$

розв'язком (1) без циркуляції буде перший доданок (3), але із  $\gamma^\circ$  замість  $\gamma$ , а середня концентрація вуглецю в частинках дорівнюватиме [3]

$$\bar{\eta}^\circ = \frac{\gamma^\circ \eta_0}{\gamma^\circ + 1 - \eta_0}. \quad (11)$$

Табл. 2. Середні концентрації вуглецю у КШ

$\gamma$	$K$ , кмоль/м <sup>3</sup>	$u/R$ , 1/с					
		10 <sup>3</sup>	2·10 <sup>3</sup>	4·10 <sup>3</sup>	7·10 <sup>3</sup>	10 <sup>4</sup>	1,5·10 <sup>4</sup>
1,5·10 <sup>-3</sup>	6·10 <sup>-4</sup>	0,02941	0,04118	0,05702	0,07345	0,08588	0,10204
	10 <sup>-3</sup>	0,02746	0,03921	0,05513	0,07169	0,08422	0,10051
	1,4·10 <sup>-3</sup>	0,02571	0,03734	0,05326	0,06989	0,08250	0,09891
2,5·10 <sup>-3</sup>	6·10 <sup>-4</sup>	0,04743	0,06558	0,08931	0,11311	0,13060	0,15269
	10 <sup>-3</sup>	0,04436	0,06255	0,8649	0,11055	0,12824	0,15057
	1,4·10 <sup>-3</sup>	0,04160	0,05966	0,08368	0,10794	0,12579	0,14835
3,8·10 <sup>-3</sup>	6·10 <sup>-4</sup>	0,06919	0,09425	0,12591	0,15649	0,17824	0,20488
	10 <sup>-3</sup>	0,06483	0,09006	0,12214	0,15319	0,17527	0,20229
	1,4·10 <sup>-3</sup>	0,06091	0,08606	0,11839	0,14981	0,17218	0,19957
5·10 <sup>-3</sup>	6·10 <sup>-4</sup>	0,08777	0,11807	0,15529	0,19016	0,21433	0,24327
	10 <sup>-3</sup>	0,08238	0,11301	0,15086	0,18638	0,21099	0,24042
	1,4·10 <sup>-3</sup>	0,07752	0,10816	0,14643	0,18249	0,20750	0,23742

Обчислення значень  $\bar{\eta}^\circ$  згідно з (4), (5), (10), (11) для тих же  $\gamma$ ,  $K$  і  $u/R$ , що і в табл. 2, показало, що у всіх випадках  $\bar{\eta}^\circ > \bar{\eta}$ , причому ця

різниця зростає зі збільшенням  $\gamma$  і  $K$  та зі зменшенням  $u/R$ . Наприклад, при  $\gamma = 0,0025$ ,  $K = 0,0014$  кмоль/м<sup>3</sup> значення  $\bar{\eta}^\circ$  такі:

10 <sup>-3</sup> $u/R$ (1/с)	1	2	4	7	10	15
$\bar{\eta}^\circ$	0,0518	0,0694	0,0925	0,1157	0,1328	0,1544

(порівняйте з шостим рядком табл. 2).

Отже, для того, щоб наближений метод давав такі ж результати, як і точне обчислення  $\bar{\eta}$  з (8), (9), треба дещо зменшити  $\gamma^\circ$  у порівнянні з формулою (10). Результати розрахунку відповідних поправкових коефіцієнтів  $k_\gamma$  представлено в табл. 3. Видно, що їх значення майже не залежать від  $\gamma$ , і тому їх було осереднено по  $\gamma$  для кожного  $K$  і  $u/R$ .

Обробка осереднених даних методом найменших квадратів дозволила отримати узагальнюючу формулу

$$k_\gamma = \min \left\{ 1; 1,015 - 1255(u/R)^{-0,448} K^{0,8425} \right\} \quad (12)$$

( $u/R$  в 1/с,  $K$  в кмоль/м<sup>3</sup>). Максимальне відхилення результатів розрахунку за формулою (12) від „експериментальних” даних становить

0,45 %, а середньоквадратичне відхилення – 0,18 %. Оскільки  $\bar{\eta}$  є більш консервативною величиною, ніж  $\gamma$ , похибка обчислення першої у всякому разі повинна бути не вище.

Отже, метод, викладений в [1], дозволяє з достатньою точністю моделювати еволюцію стану частинок палива у киплячому шарі з урахуванням як дифузії газоподібного реагенту, так і хімічної кінетики (при цьому досить кон-

станту  $\gamma$  замінити константою  $k_\gamma \gamma^\circ$ ). Оскільки функції  $f_k$ ,  $F$ ,  $\Phi$  (звичайно, і  $f_i$ ) обчислюються через  $f$ , то похибка наближеного методу їх визначення повинна бути такого ж порядку, як і похибка розрахунку киплячого шару. Описаний метод дозволяє за результатами [1] знайти область оптимальних режимів спалювання вугілля у ЦКШ.

Табл. 3. Поправкові коефіцієнти до  $\gamma^\circ$

$\gamma$	$K$ , кмоль/м <sup>3</sup>	$u/R$ , 1/с					
		$10^3$	$2 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^3$	$7 \cdot 10^3$	$10^4$	$1,5 \cdot 10^4$
$1,5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-4}$	0,907	0,935	0,955	0,967	0,973	0,979
	$10^{-3}$	0,844	0,887	0,921	0,942	0,953	0,963
	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,788	0,843	0,888	0,916	0,931	0,945
$2,5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-4}$	0,907	0,935	0,956	0,968	0,974	0,980
	$10^{-3}$	0,845	0,888	0,922	0,943	0,954	0,964
	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,789	0,844	0,889	0,918	0,933	0,948
$3,8 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-4}$	0,908	0,936	0,957	0,970	0,976	0,982
	$10^{-3}$	0,846	0,890	0,925	0,946	0,957	0,967
	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,791	0,847	0,893	0,922	0,938	0,952
$5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-4}$	0,909	0,937	0,959	0,971	0,977	0,983
	$10^{-3}$	0,848	0,892	0,927	0,949	0,960	0,970
	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,794	0,850	0,897	0,926	0,942	0,956

### Висновки

Розроблено наближений метод розрахунку параметрів еволюції стану вугільних частинок у циркулюючому киплячому шарі для загального випадку, коли швидкість вигорання залежить як від дифузії газоподібного реагенту, так і від хімічної кінетики. Метод дає можливість визначити параметри робочого процесу в топці із ЦКШ та знайти область оптимальних режимів її роботи.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Шрайбер О.А. Оптимізація процесу вигорання вугільних частинок у циркулюючому ки-

плячому шарі // Промышленная теплотехника. – 2007. – № 4. – С. 64 – 72.

2. Волков Э.П., Зайчик Л.И., Першуков В.А. Моделирование горения твердого топлива. – М.: Наука, 1994. – 320 с.

3. Шрайбер А.А., Рохман Б.Б., Харченко А.В. К математическому моделированию эволюции состояния горящих частиц в псевдоожигенном слое // Промышленная теплотехника. – 1996. – № 1. – С. 86 – 91.

Получено 23.04. 2010 г.