УДК 536.516: 621.1

Драганов Б.Х.

Национальный университет биоресурсов и природоиспользования Украины

ВОПРОСЫ ГИДРОДИНАМИКИ ТЕХНОГЕННЫХ АЭРОЗОЛЕЙ, ВЫБРАСЫВАЕМЫХ В АТМОСФЕРУ

Аналізуються закономірності змін структури і руху пилових частин, які викидаються в навколишнє середовище, яке під дією зовнішніх сил підкоряється закону аффіннозмінного тіла.

Анализируются закономерности изменения структуры и движения пылевых частиц, выбрасываемых в окружающую среду, которые под действием внешних сил подчиняется закону аффинноизменяемого тела.

Regularities in changes of the structure and movement of dust particles that are released into the natural environment, which under the influence of external forces obeys the affinochange substance law.

Современный период развития в мире характеризуется как обострением проблем в энергетической области, так и появлением глобальных экологических проблем, приобретающих особую значимость.

Существенный отрицательный экологический эффект вызван выбросом в атмосферу аэрозолей, содержащих твердые частицы. При сжигании углей на тепловых электростанциях в атмосферу поступают миллионы тонн частиц, в основном разной дисперсности и плотности. Около 15% твердых частиц имеют размеры менее 5 мкм. Такие частицы при вдыхании проникают в лёгкие, откуда с кровью поступают в другие жизненно важные органы человека. Следует подчеркнуть, что твердые частицы субмикронных размеров способны находиться в атмосфере в 10 раз дольше, чем частицы размером более микрона.

Отрицательное воздействие многих компонентов выбрасываемых примесей может многократно усиливаться при их совместном воздействии на окружающий мир. Таким свойством синергизма обладают медь, кадмий, ртуть и, надо полагать, и другие тяжелые металлы. Поступая в организм человека они взаимодействуют с сульфгидрильными группами белков, блокируя их важные биологические функции. Время нахождения компонентов примесей в воздухе до осаждения на землю колеблется в широких пределах. Так ртуть находится в атмосфере от 7 суток до 1,5...2 лет, свинец – 1... 20 суток, мышьяк – в среднем 9 суток, кадмий – порядка 25... 30 часов.

Особняком стоят такие загрязнители природной среды, как естественные радиоактивные элементы, которые присутствуют в углях в качестве примесей и выбрасываются в атмосферу дымовыми газами. Радиационное влияние на природную среду тепловых электростанций, использующих угли с повышенным содержанием радионуклидов, превышает влияние атомных электростанций равной мощности (естественно, при условии безаварийной работы последних).

Под действием внешних сил пылевые волны изменяют свою структуру. В общем случае росширение (сжатие) в направлении различных осей будет неодинаково, т. е. подчиняется закону аффинноизменяемого тела.

Размеры пылевой среды и степень ее расширения зависят от многих факторов (состава распыленной жидкости размеров частиц, силы ветра и т. д.), но, как правило, движение волны будет подчиняться законам подобных и аффинных преобразований. Поэтому задача, посвященная закономерностям движения аффинноизменяемых сред, представляет не только теоретический но и практический интерес. Заметим, что указанный вопрос имеет значение для решения многообразных технических задач.

Задачи подобно-изменяемого тела анализируются в роботе [1].

Обозначим через x_{q_0} $(q = 1, 2, 3)$ координаты некоторой заданной точки N среды в исходном положении и через x_q координаты этой же точки после некоторого перемещения. В случае аффинной деформации для всех точек среды имеют место следующие линейные соотношения:

$$x_q = C_{q_r} x_{r_0} \quad (q, r = 1, 2, 3), \tag{1}$$

где коэффициенты C_{q_r} – постоянные числа, образующие систему компонент тензора второго порядка C.

В частном случае может иметь место растяжение в направлении только одной или двух осей координат. Так, при деформации пылевой волны в направлении оси ox_1 соотношения (1) имеют вид:

$$\begin{aligned} x_1 &= C_{11}\, x_{10}; \\ x_2 &= x_{20}; \\ x_3 &= x_{30}. \end{aligned} \tag{2}$$

В общем случае, когда матрица тензора C диагональна, то:

$$\begin{aligned} x_1 &= C_{11}\, x_{10}; \\ x_2 &= C_{22}\, x_{20}; \\ x_3 &= C_{33}\, x_{30}. \end{aligned} \tag{3}$$

Если в соотношениях (3) все три коэффициента равны ($C_{11} = C_{22} = C_{33}$), то тензор C шаровой и деформация исследуемой среды сводится к подобному расширению.

Составим систему уравнений, описывающую движение пылевой волны (задача будет рассматриваться в трехмерных координатах). Для простоты примем прямоугольные декартовы координаты, что соответствует частному случаю аффинности.

Пусть x_α – неподвижные оси координат тела; $\overline{x}_i$ – подвижные оси координат, связанные с пылевой волной. Начало координат x_i будем считать в центре тяжести волны 0.

Обозначим через a_i координаты точки 0 относительно неподвижной системы координат.

Для некоторой точки пылевой волны существует зависимость, определяющая координаты этой точки относительно неподвижных осей:

$$\overline{x}_i = a_i + \sum\nolimits_{a=1}^{3} \beta_{a_i} x_a \quad (i = 1, 2, 3)\,. \tag{4}$$

При этом:

$$\begin{aligned} &\beta_{11}^2 + \beta_{12}^2 + \beta_{13}^2 = 1; \\ &\beta_{21}^2 + \beta_{22}^2 + \beta_{23}^2 = 1; \\ &\beta_{31}^2 + \beta_{32}^2 + \beta_{33}^2 = 1. \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} &\beta_{11}\beta_{21} + \beta_{12}\beta_{22} + \beta_{13}\beta_{23} = 0; \\ &\beta_{21}\beta_{31} + \beta_{22}\beta_{32} + \beta_{23}\beta_{33} = 0; \\ &\beta_{31}\beta_{11} + \beta_{32}\beta_{12} + \beta_{33}\beta_{13} = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Напомним, что в этих зависимостях

$$\beta_{11} = \cos(\overline{x}_1\,, x_1);$$

$$\beta_{12} = \cos(\overline{x}_1\,, x_2),$$

и т. д.

Соотношения (5) и (6) определяют известные условия преобразования координат.

Будем предполагать, что функции (4) непрерывны, дифференцируемы и определяют взаимнооднозначное соответствие в рассматриваемой области. В этом случае якобианы преобразования отличны от нуля:

$$\Delta = \left|\frac{\partial \overline{x}_l}{\partial x_\alpha}\right| \neq 0 \text{ и } \Delta^{-1} = \left|\frac{\partial x_\alpha}{\partial \overline{x}_i}\right| \neq 0\,. \tag{7}$$

Причем матрицы, соответствующие этим детерминантам, взаимно обратные.

Уравнение неразрывности запишется известным соотношением:

$$\partial\rho/\partial\tau + \operatorname{div}(\rho\omega) = 0, \tag{8}$$

где ρ – плотность среды;

τ – время;

ω – скорость.

Составим уравнение, определяющее движение пылевой волны.

Движение среды, изменяющейся аффинным образом, в самом общем случае будет состоять из переносного движения совместно с подвижной системой и относительного движения точек, представляющего собой неодинаковое в направлении различных координат лучистое расширение тела. Переносное движение включает поступательное движение и движение, связаное с поворотом подвижных осей с некоторой угловой скоростью.

Обозначим через u_1 проекции скорости центра тяжести пылевой волны на неподвижные оси. Тогда скорость поступательного движения среды будет равна:

$$u_1 = (da_i)/d\tau. \tag{9}$$

Полные производные по времени от коэффициентов β_{α_i} могут быть определены как проекции скорости единичного вектора с координатами β_{α_i}, если он вращается с угловой скоростью ω_i:

$$\begin{aligned}
\frac{d\beta_{1i}}{d\tau} &= \omega_3\beta_{2i} - \omega_2\beta_{3i};\\
\frac{d\beta_{2i}}{d\tau} &= \omega_1\beta_{3i} - \omega_3\beta_{1i};\\
\frac{d\beta_{3i}}{d\tau} &= \omega_2\beta_{1i} - \omega_1\beta_{2i} \ \ (i = 1, 2, 3).
\end{aligned} \tag{10}$$

Скорость движения точек в результате расширения определяется зависимостью:

$$\frac{dx_{\alpha_{\text{п}}}}{d\tau} = C_\alpha x_\alpha \quad (\alpha = 1, 2, 3). \tag{11}$$

В таком случае можем написать зависимость, определяющую закономерности движения аффиннодеформируемой среды. Для этого необходимо найти полную производную по времени функции $f(\tau;\ \alpha_i;\ \beta_{\alpha_i};\ x_\alpha)$, так как движение среды в данном случае определяется временем τ и значением переменных α_i; β_{α_i}; x_α:

$$\begin{aligned}
\frac{df}{d\tau} &= \frac{\partial f}{\partial\tau} + u_1\frac{\partial f}{\partial\alpha_1} + u_2\frac{\partial f}{\partial\alpha_2} + u_3\frac{\partial f}{\partial\alpha_3} +\\
&+ \omega_1\left(\beta_{3i}\frac{\partial f}{\partial\beta_{2i}} - \beta_{2i}\frac{\partial f}{\partial\beta_{3i}}\right) + \omega_2\left(\beta_{1i}\frac{\partial f}{\partial\beta_{3i}} - \beta_{3i}\frac{\partial f}{\partial\beta_{1i}}\right) +\\
&+ \omega_3\left(\beta_{2i}\frac{\partial f}{\partial\beta_{1i}} - \beta_{1i}\frac{\partial f}{\partial\beta_{2i}}\right) + C_1\sum x_{1n}\frac{\partial f}{\partial x_{1n}} +\\
&+ C_2\sum x_{2n}\frac{\partial f}{\partial x_{2n}} + C_3\sum x_{3n}\frac{\partial f}{\partial x_{3n}}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Это выражение может быть записано следующим образом

$$\frac{df}{d\tau} = \frac{\partial f}{\partial\tau} + \sum\nolimits_{i=1}^{3} u_i A_i f + \sum\nolimits_{i=1}^{3} \omega_i B_{\alpha_i} f + \sum\nolimits_{i=1}^{3} C_i D_{n_i} f. \tag{13}$$

В этой формуле операторы A_i, B_{α_i}, D_{n_i} определяются зависимостями:

$$\begin{aligned}
&A_i = \frac{\partial}{\partial\alpha_i};\ B_{\alpha_1} = \beta_{3i}\frac{\partial}{\partial\beta_{2i}} - \beta_{2i}\frac{\partial}{\partial\beta_{3i}};\\
&B_{\alpha_2} = \beta_{1i}\frac{\partial}{\partial\beta_{3i}} - \beta_{3i}\frac{\partial}{\partial\beta_{1i}};\ B_{\alpha_3} = \beta_{2i}\frac{\partial}{\partial\beta_{1i}} - \beta_{1i}\frac{\partial}{\partial\beta_{2i}};\\
&D_{n1} = x_{1n}\frac{\partial}{\partial x_{1n}};\ D_{n2} = x_{2n}\frac{\partial}{\partial x_{2n}};\ D_{n3} = x_{3n}\frac{\partial}{\partial x_{3n}};\ (i = 1, 2, 3).
\end{aligned} \tag{14}$$

Перейдем к составлению уравнения энергии.

Закон сохранения энергии применительно к движущейся сплошной среде утверждает, что изменение внутренней и кинетической энергии за некоторый промежуток времени равно работе внешних сил и потоку подводимого (отводимого) тепла.

Внешние силы включают массовые и поверхностные* силы. В данном случае в качестве массовых сил следует принять силу тяжести, а в качестве поверхностных сил – силу действия ветра.

Работа массовых сил равна $\rho g w$, где g – ускорение силы тяжести.

Работа поверхностных сил, определяемых силой ветра, находится из зависимости $p_B S\omega$, где p_B – давление ветра; S – площадь поверхности среды со стороны действия ветра.

Будем считать, что в общем случае в поле течения существует температурный градиент. В сплошной среде тепло передается в основном путем теплопроводности.

Поток тепла dq_T сквозь элементарную площадку dS за время $d\tau$ определяется уравнением:

$$dq_T = -\lambda \operatorname{grad} T dS d\tau, \tag{15}$$

где λ – коэффициент теплопроводности; T – температура.

* Имеются в виду внешние поверхностные силы. Вязкостными силами без особой погрешности в данном случае можно пренебречь.

На основании преобразования Гаусса-Остроградского будем иметь

$$q_T = \int_S \lambda \operatorname{grad} T dS = \int_V \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) dV. \tag{16}$$

Так как написанное справедливо для произвольного объема, то получим:

$$q_T = \frac{\partial\left(\lambda \dfrac{\partial T}{\partial x_i}\right)}{\partial x_i}. \tag{17}$$

Кинетическая энергия E может быть определена, если учесть, что начало подвижных координат находится в центре тяжести тела.

Очевидно:

$$\frac{d\overline{x}_1}{d\tau} = u_1 + C_1 x_1 + C_2 x_2 + C_3 x_3 + \left(\omega_3\beta_{21} - \omega_2\beta_{31}\right) x_1 + \left(\omega_1\beta_{31} - \omega_3\beta_{11}\right) x_2 + \left(\omega_2\beta_{11} - \omega_1\beta_{21}\right) x_3;$$

$$\frac{d\overline{x}_2}{d\tau} = u_2 + C_1 x_1 + C_2 x_2 + \left(\omega_3\beta_{22} - \omega_2\beta_{32}\right) x_1 + \left(\omega_1\beta_{32} - \omega_3\beta_{12}\right) x_2 + \left(\omega_2\beta_{12} - \omega_1\beta_{22}\right) x_3;$$

$$\frac{d\overline{x}_3}{d\tau} = u_3 + C_1 x_1 + C_2 x_2 + C_3 x_3 + \left(\omega_3\beta_{23} - \omega_2\beta_{33}\right) x_1 + \left(\omega_1\beta_{33} - \omega_3\beta_{13}\right) x_2 + \left(\omega_2\beta_{13} - \omega_1\beta_{23}\right) x_3; \tag{18}$$

В таком случае, учитывая зависимости (5) и (6) и пренебрегая величинами второго порядка малости, получим выражение для кинетической энергии пылевой волны:

$$E = \sum \frac{m_n}{2}\left[\left(\frac{d\overline{x}_{1n}}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{d\overline{x}_{2n}}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{d\overline{x}_{3n}}{d\tau}\right)^2\right] = \cdot$$

$$= \sum \frac{m_n}{2}\left(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + C_1 x_1^2 + C_3 x_3^2 + \left(\omega_2^2 + \omega_3^2\right) x_1^2 + \left(\omega_1^2 + \omega_3^2\right) x_2^2 + \left(\omega_1^2 + \omega_2^2\right) x_3^2 + 2x_1 x_2\left(C_2\omega_3 - C_1\omega_3\right) + 2x_1 x_3\left(C_1\omega_2 - C_3\omega_2\right) + 2x_2 x_3\left(C_3\omega_1 - C_2\omega_1\right) + 2u_1 x_1\left(\omega_3\beta_{21} - \omega_2\beta_{31}\right) + 2u_1 x_2\left(\omega_1\beta_{31} - \omega_3\beta_{11}\right) + 2u_1 x_3\left(\omega_3\beta_{11} - \omega_1\beta_{21}\right) + 2u_2 x_1\left(\omega_3\beta_{22} - \omega_2\beta_{32}\right) + 2u_2 x_2\left(\omega_1\beta_{32} - \omega_3\beta_{12}\right) + 2u_2 x_3\left(\omega_2\beta_{12} - \omega_1\beta_{22}\right) + 2u_3 x_1\left(\omega_3\beta_{23} - \omega_2\beta_{33}\right) + 2u_3 x_2\left(\omega_1\beta_{33} - \omega_3\beta_{13}\right) + 2u_3 x_3\left(\omega_2\beta_{13} - \omega_1\beta_{23}\right). \tag{19}$$

Уравнение (19) может быть записано следующим образом

$$E = \frac{M}{2}\Big[\sum_{i=1}^{3} u_i + \sum_{i=1}^{3} C_i^2 x_i^2 + x_1^2\left(\omega_3^2 + \omega_2^2\right) + x_2^2\left(\omega_1^2 + \omega_3^2\right) + x_1^2\left(\omega_2^2 + \omega_1^2\right) + \sum_{i=1}^{3} u_i x_1\left(\omega_3\beta_{2i} - \omega_2\beta_{3i}\right) + \sum_{i=1}^{3} u_i x_2\left(\omega_1\beta_{3i} - \omega_3\beta_{1i}\right) + \sum_{i=1}^{3} u_i x_3\left(\omega_2\beta_{1i} - \omega_1\beta_{3i}\right), \tag{20}$$

где $M = \sum m_n$ – полная масса среды.

Члены уравнения энергии определены и поэтому это уравнение может быть записано в общем виде:

$$\rho\frac{d(cT + AE)}{d\tau} = A\rho g\omega + A\rho S\omega + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T). \tag{21}$$

В этом уравнении через А обозначен тепловой эквивалент механической работы.

К записанным выше уравнениям следует присоединить уравнение состояния. Принимая, что пылевая волна подчиняется законам идеального газа можем написать:

$$p/\rho = RT, \tag{22}$$

где p – давление (среднее) среды; R – газовая постоянная, ρ – плотность.

Система уравнений (8), (13), (21) и (22) описывает движение пылевой волны с учетом ее деформации в соответствии с закономерностями аффинных преобразований.

При более углубленном анализе в уравнении энергии следует учитывать приток тепла излучением. Укажем пути определения количества тепла, которое передается пылевой волне излучением.

Элемент тела, находящегося в атмосфере, испытывает излучение снизу от Земли и слоев атмосферы, расположенных под ним, и сверху от атмосферных слоев, находящихся выше рассматриваемой среды.

Поток тепла, передаваемого путем излучения, определяется зависимостью [2]:

$$Q'_{л} = \int_0^{h_a} k\sigma T^4 dh + (1-\varepsilon_{fa})\sigma T_a^4, \qquad (23)$$

где h – оптическая высота до среды;
k – коэффициент пропорциональности, зависящий от оптической высоты;
σ – константа излучения абсолютно черного тела;
$\varepsilon_{f\alpha}$ – излучательная способность атмосферы.

Индекс α относится к атмосфере.

Полный поток, направленный сверху, получается путем интегрирования уравнения радиации тепла $dF = \sigma T^4\,\mathrm{k}dh$ от начального уровня $h = 0$ до верхней границы атмосферы $h = h_\infty$. Для безоблачной атмосферы получаем:

$$Q''_{л} = \int_0^{h_\infty} k\sigma T^4 dh \qquad (24)$$

Путем суммирования потоков тепла $Q'_{л}$ и $Q''_{л}$ можно найти величину потока излучением на элемент поверхности рассматриваемой среды.

Заметим, что задача взаимодействия пылевой волны с окружающей средой может быть решена методом взаимопроникающего движения многокомпонентной среды (метод Х.А. Рахматулина) или методами неравновесной термодинамики.

К системе уравнений (8), (13), (21) и (22) следует присоединить краевые условия, включающие начальные и граничные условия.

Начальные условия определяются значением переменных в начальный момент. За начальный момент можно принять момент, когда пылевая волна выпущенная с самолета, представлена самой себе.

Можно принять, что для $\tau = 0$

$$p = p_0;\ T = T_0;\ \rho = \rho_0;\ \omega = \omega_0, \qquad (25)$$

где индексом 0 обозначены значения указанных параметров в начальный момент .

Граничные условия определяются процессом теплообмена между пылевой волной и окружающей средой:

$$Q_k = \alpha S_H (T - T_\alpha), \qquad (26)$$

где α – коэффициент теплоотдачи от пылевой среды к окружающей среде;
S_H – суммарная наружная поверхность пылевой волны;
T_α – температура окружающей среды (атмосферы).

Для частных случаев (двухмерная задача, изменение пылевой волны равномерно в направлении разных осей координат) приведенные выше соотношения заметно упрощаются.

Заключение

Использования метода подобно аффинно-изменяемой сжимаемой среды позволяет более точно анализировать как структурные изменения, так и протекающие гидродинамические процессы. На основании приведенных закономерностей можно определить площадь поверхности Земли, на которую осаждаются примеси.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Флигм Р.Ф., Бузингер Д.Ж.* Введение в физику атмосферы.– М: Изд. "Мир", 1965.

Получено 14.04.2011 г.