УДК 004.01; 534.213

О.С. Голод[1], к.т.н., доцент; **Ю.А. Гончар[2],** директор;
А.И. Гончар[3], чл.- кор. НАН Украины, д.т.н., с.н.с., директор;
С.Г. Федосеенков[3], ведущий инженер

[1]Национальный минерально-сырьевой университет, г. Санкт-Петербург (Российская Федерация)

[2]ООО «Визит+», г. Санкт-Петербург (Российская Федерация)

[3]Научно-технический центр панорамных акустических систем НАН Украины, г. Запорожье (Украина)

ОЦЕНКА ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ СИГНАЛОВ ФАЗОВЫХ ГБО

В статье рассматривается теоретический подход к решению задачи по нахождению взаимной корреляционной функции сигналов, принимаемых антеннами фазовых ГБО. Рассмотрены частные случаи закона распределения разности фаз и построены графики зависимости математических ожиданий выхода фазоизмерителя от разноса антенн.

ФАЗОВЫЙ ГИДРОЛОКАТОР БОКОВОГО ОБЗОРА, ФАЗОВЫЙ СДВИГ, РЕВЕРБЕРАЦИЯ, ЭХО-СИГНАЛ, ДИАГРАММА НАПРАВЛЕННОСТИ, КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ

Различные варианты построения фазовых ГБО рассмотрены в ряде работ [1, 2]. В этих работах предполагалось, что принимаемые антеннами сигналы донной реверберации полностью идентичны и различаются только фазовым сдвигом между сигналами верхней и нижней антенн. Такая аппроксимация вполне допустима при работе ГБО на больших глубинах, когда отсутствует поверхностная реверберация [3, 4]. В акваториях малых глубин необходимо учитывать и поверхностную реверберацию, которая будет воздействовать на верхнюю и нижнюю антенны по-разному из-за различия диаграмм направленности этих антенн, т.е. вклад поверхностной реверберации в эхо-сигналы верхней и нижней антенн будет различен.

Постановка задачи

Определим взаимную корреляционную функцию сигналов $U_1(t)$ и $U_2(t)$, принимаемых антеннами, исходя из следующих условий: процессы $U_1(t)$ и $U_2(t)$ - гауссовы с амплитудами $A_1(t)$, $A_2(t)$ и фазами $\Theta_1(t)$, $\Theta_2(t)$, при этом [5]:

1) амплитуды $A_1(t)$, $A_2(t)$ распределены по законам Рэлея, которые будем обозначать соответственно $R_1(A_1)$ и $R_2(A_2)$;

2) Θ_1 и Θ_2 распределены равномерно;

3) разность фаз $\Delta\phi = \Theta_2 - \Theta_1$ распределена по закону $W(\Delta\phi)$.

Кроме того, предполагается, что амплитуды и фазы - независимые случайные процессы. Тогда совместную плотность вероятности амплитуд и фаз сигналов можно записать в виде:

$$W_4(A_1, A_2, \Theta_1, \Theta_2) = R_2(A_1, A_2) W_2(y_1, y_2)\,, \tag{1}$$

где $y_1 = \Theta_1 + \Theta_2$, $y_2 = \Theta_2 - \Theta_1$, а функция $R_2(A_1,A_2)$ удовлетворяет условиям:

$$\int_0^\infty R_2(A_1,A_2)dA_2 = R_1(A_1),$$

$$\int_0^\infty R_2(A_1,A_2)dA_1 = R_2(A_2).$$

Функция R_2 должна удовлетворять условиям 1) – 3), откуда следует, что она должна быть решением системы уравнений:

$$\begin{gathered}
\iiint R_2(A_1,A_2)W_2(y_1,y_2)dA_1dA_2dy_1 = W(y_2),\\
\iiint R_2(A_1,A_2)W_2(y_1,y_2)dA_2dy_1dy_2 = R_1(A_1),\\
\iiint R_2(A_1,A_2)W_2(y_1,y_2)dA_1dy_1dy_2 = R_2(A_2), \qquad (2)\\
\iiint R_2(A_1,A_2)W_2(\Theta_1,\Theta_2)dA_1dA_2d\Theta_2 = const,\\
\iiint R_2(A_1,A_2)W_2(\Theta_1,\Theta_2)dA_1dA_2d\Theta_1 = const,
\end{gathered}$$

причем:

$$W_2(y_1,y_2) = \frac{1}{2}W_2(\Theta_1,\Theta_2),$$

а интегрирование производится по всем значениям (A_1, A_2, y_1, y_2).

Определение математических ожиданий выходных сигналов измерителя разности фаз

Система уравнений (2) является неоднородной, её общее решение представляет собой сумму общего решения соответствующей однородной системы (2). В качестве общего решения однородной системы, соответствующей (2), можно взять любую функцию $f(A_1,A_2,y_1,y_2)$, удовлетворяющую условиям:

$$\begin{gathered}
\int f(A_1,A_2,y_1,y_2)dA_1dA_2dy_1 = 0,\\
\int f(A_1,A_2,y_1,y_2)dA_2dy_1dy_2 = 0,\\
\int f(A_1,A_2,y_1,y_2)dA_1dy_1dy_2 = 0,\\
\int f(A_1,A_2,y_1,y_2)dA_1dA_2dy_2 = 0.
\end{gathered}$$

Отсюда видно, что система (2) имеет бесконечное множество решений. Одним из частных решений (2) будет функция:

$$W_4(A_1, A_2, \Theta_1, \Theta_2) = C \cdot R_2(A_1, A_2) \cdot W(y_2), \qquad (3)$$

где $\tilde{N}$ – постоянный сомножитель, такой, что $\int C \cdot dy_1 = 1$.

Найдем взаимную корреляционную функцию $R_{12}(t_1, t_2)$ сигналов $U_1(t)$ и $U_2(t)$:

$$R_{12} = \int\int\int\int U_1(t_1) U_2(t_2) W_4(A_1, A_2, y_1, y_2) dA_1 dA_2 dy_1 dy_2 .$$

Подставив в эту формулу значение W_4 из (3), получим:

$$R_{12}(t_1,t_2) = \frac{C}{2}\int\int\int\int A_1(t_1)A_2(t_2)\left\{\cos\left[\omega_0(t_1+t_2)+y_1\right]+\cos\left[\omega_0(t_2-t_1)+y_2\right]\right\}\times$$
$$\times R_2(A_1 A_2) W(y_2) dA_1 dA_2 dy_1 dy_2 . \qquad (4)$$

Если считать, что промежуток интегрирования по y_1 равен целому числу периодов, то:

$$\int \cos\left[\omega_0(t_1+t_2)+y_1\right] \cdot dy_1 = 0 ,$$

и (4) примет вид:

$$R_{12}(t_1,t_2) = \frac{1}{2}\int\int\int A_1(t_1)A_2(t_2)\cos\left[\omega_0(t_2 - t_1) + y_2\right]\times$$
$$\times R_2(A_1, A_2) W(y_2) dA_1 dA_2 dy_2. \qquad (5)$$

В силу независимости амплитуд и фаз тройной интеграл (5) распадается на произведение интегралов:

$$R_{12}(t_1,t_2) = \frac{1}{2}\int\int A_1(t_1)A_2(t_2)R_2(A_1, A_2) dA_1 dA_2 \times$$
$$\times \int \cos[\omega_0(t_2 - t_1) + y_2] W(y_2) dy_2.$$

Но первый сомножитель:

$$\int\int_0^\infty A_1(t_1) A_2(t_2) R_2(A_1, A_2) dA_1 dA_2 = K_A(t_1, t_2)$$

представляет собой взаимную корреляционную функцию амплитуд A_1 и A_2, а второй можно переписать в виде:

$$\int \cos[\omega_0(t_2-t_1)+y_2]W(y_2)dy_2 =$$

$$=\cos\omega_0\tau\int\cos y_2 W(y_2)dy_2-\sin\omega_0\tau\int\sin y_2 W(y_2)dy_2,$$

где $\tau = t_2 - t_1$.

Учитывая, что интегралы:

$$\int \cos y_2 W(y_2)dy_2 = M[\cos y_2],$$

$$\int \sin y_2 W(y_2)dy_2 = M[\sin y_2], \qquad (6)$$

определяют математические ожидания $\cos y_2$ и $\sin y_2$, можно записать (5) в виде:

$$R_{12}(t_1,t_2)=\frac{1}{2}K_A(t_1,t_2)[\cos\,\omega_0\tau\cdot M[\cos\,y_2]-\sin\,\omega_0\tau\cdot M[\sin\,y_2]]\,. \qquad (7)$$

Очевидно, что $M[\cos y_2]$ и $M[\sin y_2]$ зависят от закона распределения разности фаз между процессами $U_1(t)$ и $U_2(t)$.

Рассмотрим теперь частные случаи закона распределения разности фаз $W(y_2)=W(\Delta\varphi)$.

I. Пусть $W(y_2)=\delta(y_2-z)$, где $\delta(y_2-z)$ – дельта-функция.

Тогда формулы (6) дают:

$$M(\cos y_2)=\cos z$$

$$M(\sin y_2)=\sin z,$$

и корреляционная функция (7) будет равной:

$$R_{12}(t_1,t_2)=\frac{1}{2}K_A(t_1,t_2)\cos(\omega_0\tau+z)\,. \qquad (8)$$

II. Пусть $W(y_2)=\dfrac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(y_2-z)^2}{2\sigma_0^2}}$, т.е. $y_2=\Delta\varphi$ распределена по нормальному закону с математическим ожиданием z и дисперсией (σ_0^2).

Чтобы найти $M(\cos y_2)$ и $M(\sin y_2)$, входящие в (7), рассмотрим:

$$M\left[e^{iy_2}\right]=M\left[\cos y_2\right]+iM\left[\sin y_2\right]. \qquad (9)$$

По определению:

$$M\left[e^{iy_2U}\right]=E(U) \qquad (10)$$

есть характеристическая функция процесса y_2. Известно, что если y_2 – нормальная величина, то:

$$E(U)=e^{-\frac{1}{2}\sigma_0^2U^2+izU}.$$

Сопоставляя (9) и (10), видим, что (9) есть значение функции $E(U)$ при $U=1$, т.е.:

$$M\left[e^{iy_2}\right]=E(1)=e^{-\frac{1}{2}\sigma_0^2+iz}. \qquad (11)$$

Подставляя (9) в (11), получим:

$$M\left[\cos y_2\right]+iM\left[\sin y_2\right]=e^{-\frac{1}{2}\sigma_0^2}\left[\cos z+i\sin z\right],$$

откуда, приравнивая вещественную и мнимую части, находим:

$$M\left[\cos y_2\right]=e^{-\frac{1}{2}\sigma_0^2}\cos z,$$

$$M\left[\sin y_2\right]=e^{-\frac{1}{2}\sigma_0^2}\sin z.$$

Следовательно, функция (8) будет равной:

$$R_{12}(t_1,t_2)=\frac{1}{2}K_A(t_1,t_2)e^{-\frac{1}{2}\sigma_0^2}\cos(\omega_0\tau+z). \qquad (12)$$

Усредненный за время измерения T результат запишем в виде:

$$M\left[U_\phi\right]=\frac{1}{T}\int_0^T R_{12}(t_1,t_2)dt. \qquad (13)$$

Подставляя в (13) функцию $R_{12}(t_1,t_2)$ из (8) и (12), получим (учитывая, что $t_1=t_2=t$, $\tau=t_2-t_1=0$):

$$\text{I.}\qquad M\left[U_{\phi}\right]=\frac{\cos z}{2T}\int_{0}^{T}K_{A}(t_1,t_2)dt\,,$$

$$\text{II.}\qquad M\left[U_{\phi}\right]=\frac{\cos z}{2T}e^{-\frac{\sigma_0^2}{2}}\int_{0}^{T}K_{A}(t_1,t_2)dt\,. \tag{14}$$

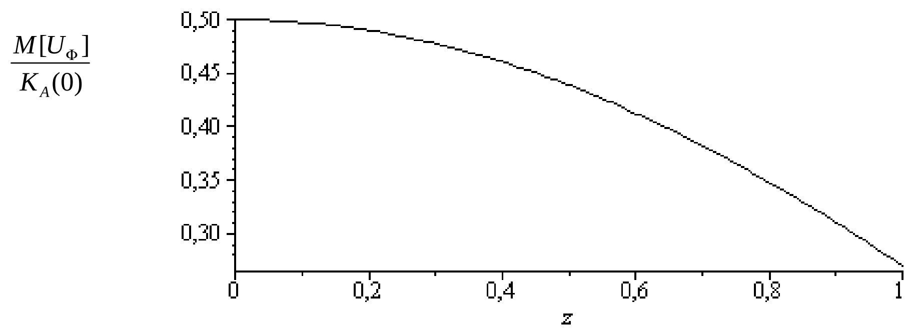
Т.к. процессы $A_1(t)$ и $A_2(t)$ стационарно связаны, то $K_A(t_1,t_2)=K_A(t_2-t_1)$, поэтому $K_A(t_1,t_2)=K_A(0)$, в этом случае (14) принимают вид:

$$\text{I.}\qquad M\left[U_{\phi}\right]=\frac{1}{2}\cos z\cdot K_A(0)\,, \tag{15}$$

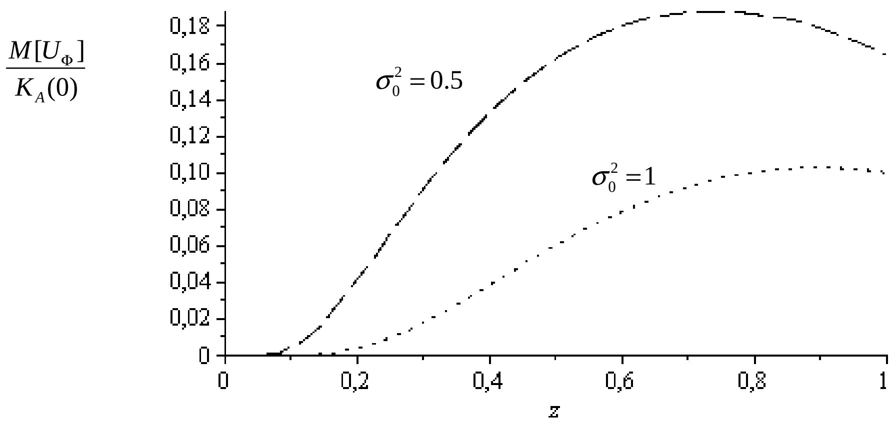
$$\text{II.}\qquad M\left[U_{\phi}\right]=\frac{1}{2}\cos z\cdot e^{-\frac{\sigma_0^2}{2}}K_A(0)\,. \tag{16}$$

Математические ожидания выходных сигналов измерителя разности фаз представлены соотношениями (15) и (16).

По выведенным формулам (15) и (16) построим графики зависимости математического ожидания сигнала выхода фазоизмерителя от разноса антенн (рис. 1).



а)



б)

Рис. 1 – Зависимости математических ожиданий выхода фазоизмерителя от разноса антенн:

а) при $W(y_2)=\delta(y_2-z)$; *б) при* $W(y_2)=\dfrac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(y_2-z)^2}{2\sigma_0^2}}$, $\sigma_0^2=0.5$, $\sigma_0^2=1$

Разработанный теоретический подход к решению задачи по нахождению взаимной корреляционной функции сигналов приемных антенн фазовых ГБО позволяет учитывать поверхностную реверберацию, которая будет воздействовать на верхнюю и нижнюю антенны по-разному. Рассмотрены частные случаи закона распределения разности фаз и построены графики зависимости математических ожиданий выхода фазоизмерителя от разноса антенн.

Перспективным направлением дальнейших исследований является определение дисперсии выхода фазоизмерителя от разноса антенн, а также проведение экспериментальной проверки реальных законов распределения разности фаз $W\ (\Delta\varphi)$ сигналов $U_1(t)$ и $U_2(t)$ в различных условиях работы фазовых ГБО.

Литература

1. Гончар А.И. Теоретические основы создания панорамных гидроакустических систем / А.И. Гончар, О.С. Голод, Ю.А. Клочан, Л.И. Шлычек – Запорожье: НТЦ ПАС НАН Украины, 1999. – 289 с.

2. Гончар А.И. Гидроакустические методы и средства исследования дна Мирового океана / А.И. Гончар, О.С. Голод, А.К. Должиков, Л.И. Шлычек – Запорожье: НТЦ ПАС НАН Украины, 2002. – 352 с.

3. Гончар А.И. Использование математических моделей при разработке панорамных гидроакустических систем / Гончар А.И., Шлычек Л.И., Донченко С.И., Писанко И.Н. // Современное состояние, проблемы навигации и океанографии (НО-2004) : междунар. конф., 8-10 июня 2004 г. :труды. – Том 2. - СПб: ГНИНГИ МО РФ. – 2004. – С. 87-91

4 Гончар А.И. Обработка интерферометрической информации панорамных гидроакустических систем и построение 3-D изображения морского дна / Гончар А.И., Шлычек Л.И., Донченко С.И., Нестеренко Л.В., Шундель А.И. // Гидроакустический журнал. – 2005. – № 2 – С. 92-98.

5 Левин Б.Р. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике / Левин Б.Р. - М.: Сов. Радио, 1951. - 752 с.

Стаття надійшла до редакції 11 січня 2011 р. російською мовою

© О.С. Голод, А.І. Гончар, Ю.А. Гончар, С.Г. Федосеєнков

ОЦІНКА ВЗАЄМНОЇ КОРЕЛЯЦІЇ СИГНАЛІВ ФАЗОВИХ ГБО

У статті розглядається теоретичний підхід до вирішення задачі по знаходженню взаємної кореляційної функції сигналів приймаючих антен фазових ГБО. Розглянуто деякі випадки закону розподілу різниці фаз і побудовано графіки залежності математичного сподівання виходу фазовимірювача від розносу антен.

© Oleg S. Golod, Anatoliy I. Gonchar, Yuriy A. Gonchar, Sergey G. Fedoseyenkov

MUTUAL EVALUATION PHASE CORRELATION OF SIGNALS SSS

In article discusses a theoretical approach to the problem of finding the cross-correlation function of signals received by antenna phase SSS. Particular cases of the distribution of the phase difference and construct graphs of mathematical expectation of the output of the phase meter spacing of the antennas.