

УДК 621.396.673.4

МЕТОД ФАНТОМОВ ДЛЯ РАЗРЕЖЕННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЁТОК

© Р.А. Зацерковский, К.В. Ковальчук, О.В. Смидович, 2010

Государственное предприятие Киевский НИИ гидроприборов

Розглянуті питання діаграмоутворення в M каналних, еквідистантних, лінійних решітках з між елементною відстанню, більшою від половини та меншою від довжини хвилі, введенням $M-1$ фантомних каналів на місце пропущених шляхом інтерполяції на множині M комплексних просторових відліків.

Рассмотрены вопросы диаграммообразования в M каналных, эквидистантных, линейных решётках с межэлементным расстоянием большим полу волны, но меньшим длины волны, введением $M-1$ фантомных каналов на место пропущенных путём интерполяции на множестве M комплексных, пространственных отчётов.

The questions of beam forming in the M channel, line, equidistance arrays with interval between receiving elements more than half length of the wave, but less than length of the wave, by introduction phantom channels in place of allowed channels by interpolation signal of $M-1$ phantom channels on great number M of the complex, space sample are discussed.

АНТЕННАЯ РЕШЕТКА, ДЛИНА ВОЛНЫ, МЕТОД ФАНТОМОВ, ИНТЕРПОЛЯЦИЯ, ДИАГРАММА НАПРАВЛЕННОСТИ

1. Постановка задачи

Во многих практически важных приложениях остронаправленные, линейные - одномерные, двумерные радиолокационные, гидроакустические антенные решётки с волновыми размерами $D/\lambda_g \gg 1$ (λ_g - наименьшая длина волны пространственной гармоники в раскрытии), выполняющие дискретизацию полевой функции по пространственной координате с шагом $b_o \leq \lambda_g/2$, могут содержать большое число элементов - $M = D/b_o \approx 1000$ [1].

Известны разреженные, неэквидистантные решётки с элементами, распределёнными по случайному, детерминированному закону в раскрытии [2]. В работе [3] рассмотрены вопросы управления лучом в решётке введением фантомных приёмников, интерполяцией вещественных отсчётов физических приёмников.

Задача уменьшения числа элементов в линейной эквидистантной антенной решётке с регенерацией пропущенных - фантомных отсчётов путём интерполяции рассматривается ниже.

Поле плоских волн с ограниченным пространственным спектром по координате x может быть задано своими отсчётами в эквидистантных узлах решётки.

Теорема отсчётов Найквист-Котельникова требует для сохранения информации не менее двух независимых отсчётов за период высшей частоты дискретизируемой функции.

В качестве отсчётов могут быть взяты:

- отсчёты действительной функции в узлах дискретизации с шагом $b_o \leq 0.5\lambda_g$;
- отсчёты огибающей и фазы действительной функции в узлах дискретизации с шагом $0.5\lambda_g < b < \lambda_g$;
- отсчёты комплексной функции в узлах дискретизации с шагом $0.5\lambda_g < b < \lambda_g$.

В двух последних вариантах дискретизации число элементов решётки уменьшается примерно в два раза.

Поле плоской волны с углом прихода θ в линейном раскрытии X задаётся комплексной функцией $U(x, \theta)$:

$$U(x, \theta) = \exp\{i \cdot [(w(\theta) \cdot x] + \alpha\}; \quad \theta \in [0, \pi]; \quad (1)$$

$$w(\theta) = 2 \cdot \pi \cdot \cos(\theta) / \lambda; \quad (2)$$

$w(\theta)$ - пространственная частота;

θ - угол прихода плоской волны (угол между волновым вектором и осью OX);

α - случайная фаза.

Функция $U(x, \theta)$ может быть приближена в линейном раскрытии $[0, X]$ обобщённым рядом Фурье по полной системе комплексных, ортогональных функций $\psi(m, x)$:

$$U(x, \theta) \approx \tilde{U}(x, \theta), \quad (3)$$

$$\tilde{U}(x, \theta) = \sum_m A(\theta, m) \psi(m, x); \quad m = 0, M - 1.$$

Целью работы является исследование вопросов восстановления полевой функции в линейном раскрытии по её комплексным отсчётам в эквидистантных узлах решётки с шагом b - $0.5 \cdot \lambda_0 < b < \lambda_0$ и решение на этой основе задачи диаграммообразования в разреженных антенных решётках.

2. Интерполяция в пространстве комплексных отсчётов

Идеальный комплексный низкочастотный пространственный сигнал $s(x)$ с модулем граничной частоты W_0 , в котором действительная и мнимая части связаны преобразованием Гильберта, является аналитической функцией с вещественным спектром $S(w) = S_0$ и может быть определён через обратное преобразование Фурье [4]:

$$s(x) = (1/2 \cdot \pi) \int_{-\infty}^{\infty} S(w) \cdot \exp(i \cdot w \cdot x) dw. \quad (4)$$

Согласно (2) для углов прихода плоской волны $\theta \in [0, \pi/2)$ пространственные частоты $w(\theta)$ положительны:

$$w(\theta) \in [W_0, 0); \quad (5)$$

для углов $\theta \in (\pi/2, \pi]$ пространственные частоты отрицательны:

$$w(\theta) \in (0, -W_0]; \quad (6)$$

для угла $\theta = \pi/2$:

$$w(\pi/2) = 0; \quad (7)$$

с учётом (5)-(7) получим из (4) для $s(x, \theta)$:

$$s(x, \theta) = \frac{S_0 \cdot W_B}{2 \cdot \pi} \{ \sin(W_e \cdot x) / (W_e \cdot x) + i \cdot \text{sign}[w(\theta)] \cdot \sin^2(W_e \cdot x / 2) / W_e \cdot x / 2 \}; \quad (8)$$

$$\text{sign}[w(\theta)] = \begin{cases} 1 & w(\theta) > 0 \\ 0 & w(\theta) = 0 \\ -1 & w(\theta) < 0 \end{cases}$$

Скалярное произведение комплексных функций $s(x, \theta)$ и $\hat{s}(x - \Delta x, \theta)$, определённых на интервале $[0, X]$, равно:

$$K(\Delta x) = \int_x s(x, \theta) \cdot \hat{s}(x - \Delta x, \theta) \cdot dx, \quad x = [0, X], \quad (9)$$

$\hat{s}(x, \theta)$ – функция, комплексно сопряжённая $s(x, \theta)$.

Согласно формуле Рэлея скалярное произведение $K(x)$ комплексных функций $s(x, \theta)$ и $\hat{s}(x - \Delta x, \theta)$ можно представить через интеграл Фурье [5]:

$$K(\Delta x) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{W_B} S_0^2 \cdot \exp(i \cdot w \cdot \Delta x) \cdot dw. \quad (10)$$

После интегрирования по w получим для $K(\Delta x)$:

$$K(\Delta x) = \frac{S_0^2 \cdot W_B}{2 \cdot \pi} \cdot \exp(i \cdot W_B \cdot \Delta x / 2) \cdot \frac{\sin(W_B \cdot \Delta x / 2)}{W_B \cdot \Delta x / 2}. \quad (11)$$

Приравняв правую часть (9) нулю, находим значения Δx , при которых корреляционный интеграл (11) обращается в ноль. Из:

$$W_e \cdot \Delta x / 2 = m \cdot \pi; \quad W_e = 2 \cdot \pi / \lambda_e;$$

следует

$$\Delta x = m \cdot \lambda_e; \quad m = 1, 2. \quad (12)$$

В формулах (8)-(10) спектральная плотность S_0 положительная постоянная величина и может быть выбрана из условия нормировки $K(\Delta x)$ при $\Delta x = 0$:

$$K(0) = 2 \cdot \pi / W_e.$$

Подставляя $\Delta x = 0$ в правую часть (11) и приравняв $K(0) = 2 \cdot \pi / W_e$, найдём:

$$\frac{2 \cdot \pi}{W_B} = \frac{S_0^2 \cdot W_B}{2 \cdot \pi},$$

$$S_0 = (2 \cdot \pi / W_0). \quad (13)$$

Множество нормированных, ортогональных функций $\{\psi(x, m, \theta)\}$

$$\psi(x, m, \theta) = \delta(x - m \cdot \lambda_0, \theta), \quad (14)$$

определённых формулами (8), (13) на интервале $[0, X]$, смещённых относительно друг друга на $\Delta x = m \cdot \lambda_0$ образуют линейный базис для разложения (3).

$$\psi(x, m, \theta) = \frac{\sin[2 \cdot \pi \cdot (x / \lambda_B - m)]}{2 \cdot \pi \cdot (x / \lambda_B - m)} - i \cdot \text{sign}[w(\theta)] \cdot \frac{\sin^2[\pi \cdot (x / \lambda_B - m)]}{\pi \cdot (x / \lambda_B - m)}. \quad (15)$$

Коэффициенты разложения $A(\theta, n)$ найдём, подставив в левую и правую части (3) значение аргумента x_n :

$$x_n = n \cdot \lambda_0; \quad n = 0, \dots, M-1.$$

Учитывая, что из (15) следует $\psi(x_n, m) = \delta_{n,m}$, получим для $A(\theta, n)$:

$$A(\theta, n) = U(x_n, \theta); \quad n = 0, \dots, M-1. \quad (16)$$

Разложение (3) для функции $\tilde{U}(x, \theta)$ с учётом (15), (16) принимает вид:

$$\tilde{U}(x, \theta) = \sum_m U(x_m, \theta) \cdot \left\{ \frac{\sin[2 \cdot \pi \cdot (x / \lambda_B - m)]}{2 \cdot \pi \cdot (x / \lambda_B - m)} - i \cdot \text{sign}[w(\theta)] \cdot \frac{\sin^2[\pi \cdot (x / \lambda_B - m)]}{\pi \cdot (x / \lambda_B - m)} \right\}. \quad (17)$$

Для углов прихода $\theta = 0$; $\theta = \pi$; $\theta = \pi/2$;

$$w(0) = W_0; \quad w(\pi) = -W_0; \quad w(\pi/2) = 0;$$

$$U(x_m, \theta = 0) = \exp\{i \cdot [(W_0 \cdot m \cdot \lambda_0) + \alpha(0)]\} = \exp\{i \cdot [(2 \cdot \pi \cdot m) + \alpha(0)]\} = \exp[i \cdot \alpha(0)];$$

$$U(x_m, \theta = \pi) = \exp\{i \cdot [(-W_0 \cdot m \cdot \lambda_0) + \alpha(\pi)]\} = \exp\{i \cdot [(-2 \cdot \pi \cdot m) + \alpha(\pi)]\} = \exp[i \cdot \alpha(\pi)];$$

$$U(x_m, \theta = \pi/2) = \exp\{i \cdot [(0 \cdot m \cdot \lambda_0) + \alpha(\pi/2)]\} = \exp[i \cdot \alpha(\pi/2)].$$

Отсчёты пространственной гармоник нулевой частоты $w(\pi/2) = 0$ отличаются в узлах интерполяции постоянным фазовым множителем от аналогичных отсчётов пространственных гармоник на частотах $w(0) = W_0$, $w(\pi) = -W_0$, и восстанавливаются в промежуточных точках - x процедурой интерполяции (14) в гармонический

пространственный сигнал с частотой W_0 , что приводит к искажению сигнала на пространственной частоте $w(\pi/2)=0$.

Формула (17) даёт приближение $U(x, \theta)$ на полуинтервалах определения переменной θ - $[0, \pi/2), (\pi/2, \pi]$.

Оценка пространственной гармоники нулевой частоты - $C(\theta=\pi/2)$ может быть найдена усреднением последовательности $U(x_m, \theta)$ по раскрытию, а формула (16) должна применяться к отсчётам последовательности переменной составляющей - $u(x_m, \theta)$ пространственного сигнала - $U(x_m, \theta)$ после отделения от постоянной составляющей $C(\theta=\pi/2)$:

$$C(\theta=\pi/2)=C \approx M^{-1} \cdot \sum_m U(x_m, \theta), \quad (18)$$

$$u(x_m, \theta)=U(x_m, \theta)-C. \quad (19)$$

С учётом (17)-(19) значения полевой функции в точке x_μ линейного раскрытия OX для углов прихода - θ из закрытого интервала $[0, \pi]$ по её комплексным отсчётам $U(x_m, \theta)$ в узлах решётки - $m \cdot b$, расставленных с шагом $0.5 \lambda_0 < b \leq \lambda_0$, можно представить в виде:

$$Z(x_\mu, \theta) = \sum_m V(\mu, m, \theta), \quad (20)$$

где

$$V(\mu, m, \theta) = C + \sum_m \left\{ u(x_m, \theta) \cdot \left[\frac{\sin[W_B \cdot (x_\mu - m \cdot \lambda_B)]}{W_B \cdot (x_\mu - m \cdot \lambda_B)} - i \cdot \text{sign}[w(\theta)] \cdot \frac{\sin^2[W_B \cdot (x_\mu - m \cdot \lambda_B) / 2]}{W_B \cdot (x_\mu - m \cdot \lambda_B) / 2} \right] \right\}. \quad (21)$$

Распределение поля в раскрытии, заданное комплексными отсчётами сигнала в узлах линейной эквидистантой $M=31$ -й элементной решётки с волновым расстоянием между приёмниками $b=0.9 \cdot \lambda_0$ и рассчитанное в промежуточных точках $x_\mu = \mu \cdot b / 16$ для угла скольжения $\theta=3^\circ$ по формулам (18), (19), (21) Найквист–Котельниковской интерполяции, представлено на рис. 1. Непрерывными линиями обозначены точные значения вещественной части комплексной полевой функции - $\text{Re}[U[x_\mu, \theta(j)]]$, пунктирными линиями – их интерполированные значения - $\text{Re}[Z[x_\mu, \theta(j)]]$. Нормированная на единичную амплитуду

среднеквадратичная ошибка $\sigma[\Delta \text{Re}[Z[\theta(j)]]] = \left[\sum_\mu \left\{ \text{Re}[U[x_\mu, \theta(j)] - Z[x_\mu, \theta(j)]]^2 \right\} / 512 \right]^{1/2}$

приближения функции $\text{Re}\{U[x_\mu, \theta(j)]\}$, рассчитанная на 512 точках для углов $\theta(j)=3^\circ; 48^\circ; 93^\circ$, равна 14%; 6%; 16%.

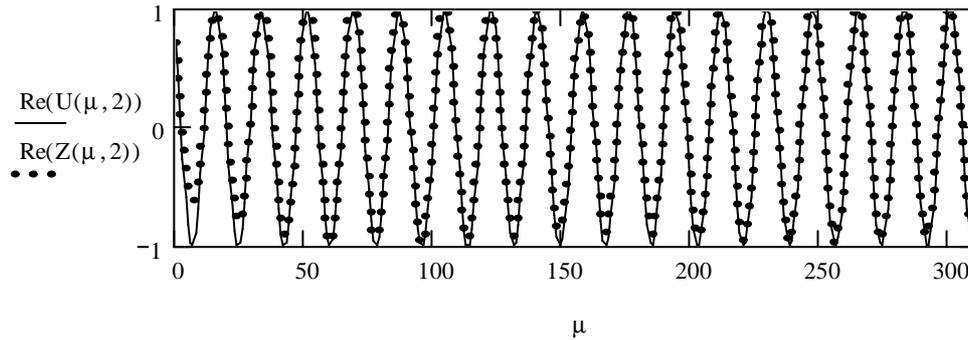


Рис. 1

3. Диаграммообразование в разреженных линейных решётках

В разреженных решётках с шагом между приемниками $0.5 \cdot \lambda < b < \lambda$ для исключения эффекта появления дополнительных максимумов в диаграмме формируемого луча $r(j, \gamma)$ операция фазирования применяется к комплексной выборке, включающей M отсчётов $\{U(x_\mu, \theta)\}$ сигналов физических и $M-1$ отсчётов $\{Z(x_\mu, \theta)\}$ фантомных приёмников, вставленных между ними по формулам (17)-(19) с учётом знака пространственной частоты $-\text{sign}[w(\theta)]$.

$$r(j, \gamma) = \left| \sum_{\mu} Z(x_{\mu}, \theta(j)) \cdot h(\mu, \gamma) \right|, \quad R(j, \gamma) = \left| \sum_{\mu} U(x_{\mu}, \theta(j)) \cdot h(\mu, \gamma) \right|, \quad (22)$$

$$h(\mu, \gamma) = B(\mu) \cdot \exp[-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot (b_0 / \lambda_0) \cdot \cos[\varphi(\gamma)]]; \quad (23)$$

$$\mu = 0, 1, 2 \cdot M - 2; \quad \gamma = 0, 1 \dots N - 1; \quad N = 180;$$

λ_0 - длина волны на средней частоте,

$h(\mu, \gamma)$ - комплексный коэффициент амплитудно-фазового распределения в пространстве отсчётов $2 \cdot (M-1)$ физических приёмников, расставленных с шагом $b_0 = b/2$,

$B(\mu)$ - коэффициент амплитудного распределения в μ -ом узле $2 \cdot (M-1)$ элементной решётки с межэлементным расстоянием $b_0 = b/2$,

$\varphi(\gamma)$ - угол ориентации луча $\gamma = 0, 1 \dots N-1; N=180$,

$\theta(j)$ - угол прихода плоской волны $j = 0, 1 \dots J-1; J=180$.

На рис. 2 непрерывной и штриховой линиями представлены диаграммы направленности $R(j, \gamma)$ 31-й элементной, эквидистантой, линейной решётки физических приёмников, расставленных с шагом $b_0 = 0.45 \cdot \lambda_0$ и равномерным амплитудным распределением, пунктирными линиями - диаграммы направленности $r(j, \gamma)$ линейной разреженной 16-ти элементной решётки физических приёмников, расставленных с шагом $b = 0.9 \cdot \lambda_0$ и равномерным амплитудным распределением, дополненной 15-ю фантомными приёмниками между ними, для углов ориентации луча - $\varphi(\gamma) = 60^\circ, 120^\circ$.

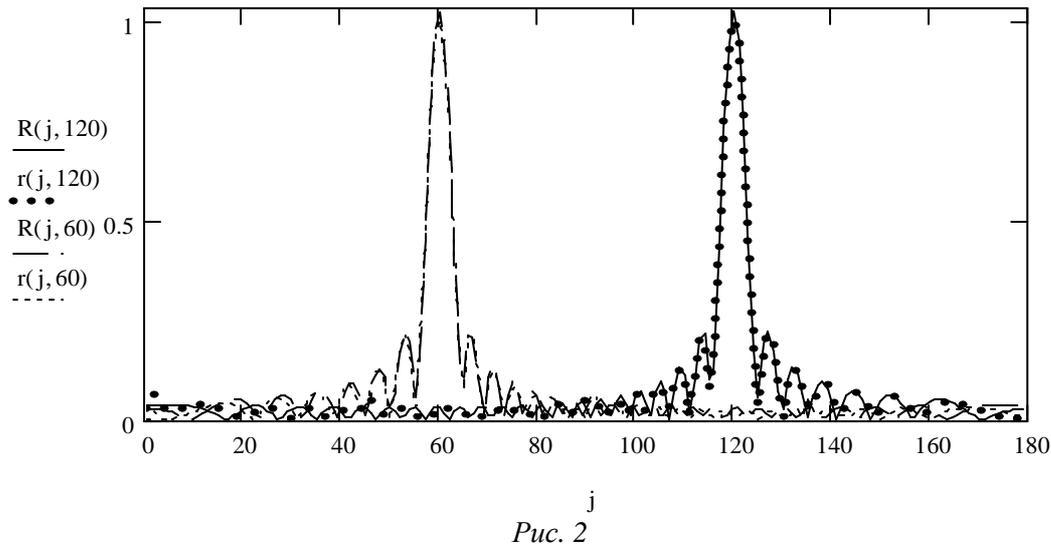


Рис. 2

Рассчитанная по формуле (24) среднеквадратичная ошибка характеристики направленности - $r(j, \gamma)$ решетки, содержащей 16 физических и 15 фантомных приёмников, введённых по формулам (18), (19), (21), для углов ориентации луча - $\psi(\gamma)=60^\circ; 120^\circ$ и нормированная на максимум главного лепестка $2 \cdot (M-1)$ -канальной решётки физических приёмников составляет - $\sigma[\Delta r(\gamma)] \approx 2\%$.

$$\sigma[\Delta r(\gamma)] = \frac{\left[(2 \cdot M - 1)^{-1} \cdot \sum_j \{R(j, \gamma)\}^2 \right]^{1/2}}{|R(j, \gamma) \max|}, \quad (24)$$

$$\theta(j) = \pi \cdot j / J, \quad j = 0, 1, \dots, J-1; \quad J = 180.$$

Аналогичным путём могут быть получены комплексные коэффициенты интерполяции $h(m, \mu, j, n, v, k)$ для эквидистантной, двумерной плоской разреженной $M_x \times M_y$ канальной решётки - $\lambda_\theta/2 < b_x \leq \lambda_\theta; m = 0, 1, M_x - 1; \lambda_\theta/2 < b_y \leq \lambda_\theta, n = 0, 1, M_y - 1$; с углами прихода плоской волны $\theta(j) = [0, \pi], \eta(k) = [0, \pi]$.

Обсуждение результатов

Подставляя $Z[x_\mu, \theta(j)]$ из (20) в (22) и, меняя порядок суммирования, получим:

$$\begin{aligned} r(j, \gamma) &= \left| \sum_\mu Z[x_\mu, \theta(j)] \cdot h(\mu, \gamma) \right| = \left| \sum_\mu \sum_m V[\mu, m, \theta(j)] \cdot h(\mu, \gamma) \right| = \\ &= \left| M^{-1} \cdot \sum_m [x_m, \theta(j)] \cdot \sum_\mu h(\mu, \gamma) + \sum_m u[x_m, \theta(j)] \right| \times \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \sum_{\mu} \left[\frac{\sin [W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B)]}{W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B)} - i \cdot \text{sign} [w[\theta(j)]] \cdot \frac{\sin^2 [W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B) / 2]}{W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B) / 2} \right] \cdot h(\mu, \gamma) \right\} = \\ & = \left| \bar{U}[\theta(j)] \cdot H(\gamma) + \sum_m u[x_m, \theta(j)] \cdot g[m, \gamma, \text{sign} [w[\theta(j)]]] \right|, \\ & \sum_m M^{-1} \cdot U[x_m, \theta(j)] = \bar{U}[\theta(j)], \end{aligned} \quad (26)$$

$$\sum_{\mu} h(\mu, \gamma) = H(\gamma), \quad (27)$$

$$\sum_{\mu} \left\{ \left[\frac{\sin [W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B)]}{W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B)} - i \cdot \text{sign} [w[\theta(j)]] \cdot \frac{\sin^2 [W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B) / 2]}{W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B) / 2} \right] \cdot h(\mu, \gamma) \right\} = \quad (28)$$

$$= g[m, \gamma, \text{sign} [w[\theta(j)]]],$$

$$H(\gamma) = \sum_{\mu} h(\mu, \gamma) = \sum_{\mu} B(\mu) \cdot \exp \left\{ -i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{b_0}{\lambda_0} \right\} \cdot \cos [\varphi(\gamma)]. \quad (29)$$

Полагає в (29) $B(\mu)=1, \mu=0, 2 \cdot M-2$, найдём:

$$H(\gamma) = \exp \left[-i \cdot \pi \cdot 2 \cdot (M-1) \cdot \frac{b_0}{\lambda_0} \cdot \cos [\varphi(\gamma)] \right] \cdot \frac{\sin \left[\pi \cdot 2 \cdot (M-1) \cdot \frac{b_0}{\lambda_0} \cos [\varphi(\gamma)] \right]}{\sin \left[\pi \cdot \frac{b_0}{\lambda_0} \cos [\varphi(\gamma)] \right]}. \quad (30)$$

При угле ориентации луча $\varphi(\gamma)=\gamma \cdot \pi / N, \gamma=N/2; N=180$:

$$H(\gamma = N/2) = \begin{cases} 2 \cdot M - 1; B(\mu) = 1; \\ 2 \cdot (M-1) \cdot \bar{B}; \bar{B} = (2 \cdot M - 1)^{-1} \sum_{\mu} B(\mu); B(\mu) \neq 1 \end{cases}, \quad (31)$$

$$g(m, \gamma = N/2, \text{sign} [w(\theta(j))]) =$$

$$= \sum_{\mu} \left\{ \left[\frac{\sin [W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B)]}{W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B)} - i \cdot \text{sign} [w[\theta(j)]] \cdot \frac{\sin^2 [W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B) / 2]}{W_B \cdot (x_{\mu} - m \cdot \lambda_B) / 2} \right] \cdot B(\mu) \right\}. \quad (32)$$

Для пространственной гармоники с углом прихода волны $\theta(j) \neq \pi/2$ и $M \gg 1$:

$$|\bar{U}[\theta(j)]| = M^{-1} \cdot \left| \sum_m U[x_m, \theta(j)] \right| = M^{-1} \cdot \left| \frac{\sin \left[\pi \cdot M \cdot \frac{b}{\lambda} \cdot \cos[\theta(j)] \right]}{\sin \left[\pi \cdot \frac{b}{\lambda} \cdot \cos[\theta(j)] \right]} \right| < 1. \quad (33)$$

При угле $\theta(j) = \pi/2$ из (1), (2), (19) следует:

$$u[x_m, \theta(j) = \pi/2] = 0. \quad (34)$$

Выражение для $r(j, \gamma)$ из (25) для $\gamma = N/2$ с учётом (31), (33), (34) принимает вид:

$$r(j, N/2) \approx \begin{cases} \left| 2(M-1)\bar{U}[\theta(j)]\delta_{j,N/2} + (1-\delta_{j,N/2})\sum_m u[x_m, \theta(j)]g[m, \gamma = N/2, \text{sign}[w[\theta(j)]]] \right|; B(\mu) = 1; \\ \approx \left| 2(M-1)\bar{B}\bar{U}[\theta(j)]\delta_{j,N/2} + (1-\delta_{j,N/2})\sum_m u[x_m, \theta(j)]g[m, \gamma = N/2, \text{sign}[w[\theta(j)]]] \right|; B(\mu) \neq 1. \end{cases} \quad (35)$$

Представление $r(j, \gamma)$ в виде (25) означает, что введение в разреженную линейную эквидистантную решётку из M физических приёмников с межэлементным расстоянием $\lambda_0/2 < b < \lambda_0$ фантомных $(M-1)$ приёмников путём интерполяции пропущенных отсчётов по комплексным отсчётам $U[x_m, \theta(j)]$ физических приёмников согласно (18)-(21) соответствует переходу к модифицированному комплексному амплитудно-фазовому распределению $\{g[m, \gamma, \text{sign}[w[\theta(j)]]]\}$ в M физических узлах решётки, образованному интерполяцией на множестве отсчётов известного амплитудно-фазового распределения $\{h(\mu, \gamma)\}$ в $2 \cdot (M-1)$ узлах решётки $\{x_\mu\}$ с межэлементным расстоянием $b_0 \leq \lambda_0/2$ по формуле (28).

При наличии в памяти процессора предвычисленных комплексных коэффициентов $\{g[m, \gamma, \text{sign}[w[\theta(j)]]]\}$, $H(\gamma)$ для трех значений $\text{sign}[w[\theta(j)]]$ и N значений угла ориентации $\varphi(\gamma)$ формирование единичного луча в разреженной M -канальной решетке по формуле (25) позволяет исключить процедуру интерполяции пропущенных отсчетов (21), требующую $2 \cdot M \cdot (M-1)$ арифметических операций с комплексными числами.

Пространственная частота $w(\theta)$, определяемая согласно (2), меняет знак при переходе угла скольжения θ через $\pi/2$, что приводит к двум различным формулам интерполяции в пространстве комплексных отсчётов и коэффициентам модифицированного амплитудно-фазового распределения. Ошибка в выборе знака пространственной частоты $w(\theta)$ ведёт к появлению фантомного луча с диаграммой $r'(j, \gamma) = r(j, N/2 - \gamma)$. В антенных системах с направленным излучением знак пространственной частоты $\text{sign}[w(\theta)]$ определяется направлением излучения и, чтобы исключить появление фантомного луча, достаточно задать:

$\text{sign}[w(\theta)] > 0$ для углов прихода волны $\theta = [0, \pi/2)$,

$\text{sign}[w(\theta)] < 0$ для углов прихода волны $\theta = (\pi/2, 0]$.

Для ориентации луча под углом $\varphi(\gamma) = \pi/2$ к линейной решётке $\text{sign}(w(\theta)) = 0$.

В случае неизвестного угла прихода сигнала θ в каждом временном периоде обработки Δt требуется измерение знака пространственной частоты $w(\theta)$. Задача может быть решена добавлением в разреженную M -элементную линейную решётку единичного физического приёмника в точке с координатой $x(m) + b/2$ между двумя соседними - m -ом и $(m+1)$ -ом приёмниками. Знак пространственной частоты $w(\theta)$ определяется специальной фазовой обработкой:

$$U(m, \theta) = \exp[i \cdot w(\theta) \cdot m \cdot b + \alpha]; \quad w(\theta) = 2 \cdot \pi \cdot \cos(\theta) / \lambda;$$

$$U(m + 1/2, \theta) = \exp[i \cdot w(\theta) \cdot (m + 1/2) \cdot b + \alpha];$$

$$U(m, \theta) / U(m + 1/2, \theta) = \exp[i \cdot \Phi(\theta)] = \exp[-i \cdot w(\theta) \cdot b / 2].$$

На полуинтервалах $\theta \in [0, \pi/2)$, $\theta \in (\pi/2, \pi]$:

$$\Phi(\theta) = \arctg\{\text{Im}[U(m, \theta) / U(m + 1/2, \theta)] / \text{Re}[U(m, \theta) / U(m + 1/2, \theta)]\} = -w(\theta) \cdot b / 2;$$

$$\text{sign}[w(\theta)] = \text{sign}[-\Phi(\theta) \cdot 2 / b] = \text{sign}[-\Phi(\theta)];$$

$$\text{sign}[w(\theta)] = \text{sign}[-\arctg\{\text{Im}[U(m, \theta) / U(m + 1/2, \theta)] / \text{Re}[U(m, \theta) / U(m + 1/2, \theta)]\}];$$

$\text{sign}[w(\theta)] = 0$, если $\text{Im}[U(m, \theta)] = \text{Im}[U(m + 1/2, \theta)]$; $\text{Re}[U(m, \theta)] = \text{Re}[U(m + 1/2, \theta)]$.

Заключение

Приведен алгоритм Найквист-Котельниковской интерполяции комплексных отсчётов пространственных сигналов, заданных в узлах разреженной линейной эквидистантной решётки с межэлементным расстоянием - $\lambda/2 < b \leq \lambda$.

Обоснована необходимость учёта знака пространственной частоты при интерполяции и указан способ его определения.

Приведено выражение для коэффициентов модифицированного амплитудно-фазового распределения в разреженной антенной решетке, не требующее интерполяции пропущенных отсчетов в живом времени при формировании луча.

Путём моделирования предложенного алгоритма получены оценки среднеквадратичной ошибки приближения пространственного сигнала по его комплексным отсчётам в узлах разреженной решётки и среднеквадратичной ошибки диаграммы направленности линейной решётки с физическими и фантомными приёмниками.

Метод фантомов может быть использован для:

- регенерации отказавших каналов в «канонической» - эквидистантной линейной решётке с межэлементным расстоянием - $b_0 < \lambda/2$,

- уменьшения аппаратных затрат на реализацию антенной решётки и аппаратуры аналоговой обработки, требований к производительности средств цифровой обработки,

пропорциональных числу каналов, переходом к разреженной решётке с межэлементным расстоянием - $\lambda_0/2 < b \leq \lambda_0$,

- управления распределением приёмников в решётке в задачах оптимизации диаграммы направленности.

Литература

1. Вендик О.Г., Парнес М.Д. Антенны с электрическим сканированием. Москва 2002 САЙНС - ПРЕСС. С. 216 - 218.
2. Воскресенский Д.И., Гостюхин В.Л., Гринева К.И. и др. Антенны: Современное состояние и проблемы) М. « Советское радио ». 1979. с 65 - 68.
3. Глазьев В.И., Зацерковский Р.А., Смидович О.В. Метод фантомов в теории антенных решёток. КИЇВ. ІГМ НАН УКРАЇНИ. АКУСТИЧНИЙ СИМПОЗИУМ « КОНСОНАНС - 2003 ».с. 67 -72.
4. Зиновьев А.П. Филиппов Л.И. Введение в теорию сигналов и цепей. М « ВИСШАЯ ШКОЛА » 1975. с.37.
5. Баскаков В.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М. Высшая школа. 1983.с .78.