

# Исследование резонансов на запертої моде при дифракции света на двухпериодической планарной структуре с асимметричными металлическими элементами

В. В. Хардиков, Е. О. Ярко, С. Л. Просвирнин

Радиоастрономический институт НАН Украины,  
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина  
E-mail: Vyacheslav.V.Khardikov@univer.kharkov.ua,  
yarkokatya@rian.kharkov.ua, prosvирн@rian.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 26 июня 2009 г.

Численно решена задача дифракции плоской нормально падающей волны на периодической планарной структуре с двумя слабо асимметричными металлическими элементами сложной формы в квадратной периодической ячейке для оптического и инфракрасного диапазонов. Для решения задачи использован псевдоспектральный метод Фурье с отображением совместно с методом дополнительного дифференциального уравнения и полюсной моделью для описания дисперсии диэлектрической проницаемости металлов. Показана возможность формирования в структуре резонанса на запертой моде, который является более добротным по сравнению с резонансами на плазмон-поляритоне в структурах с одним металлическим элементом на периоде. Впервые показано существование высшего резонанса на запертой моде, который имеет добротность, превышающую добротность соответствующего основного резонанса.

## Введение

Планарные периодические в двух направлениях структуры применяются в технике микроволнового, терагерцового и оптического диапазонов. Это обусловлено разнообразием физических свойств и простотой изготовления таких искусственных поверхностей. На их основе предложены поглощающие и рассеивающие покрытия, частотно-селективные и поляризационно-селективные поверхности [1]. Планарные периодические структуры со сложной формой проводящих элементов могут резонансным образом взаимодействовать с электромагнитными волнами, не образуя дифракционных максимумов (лучей). Поэтому эти структуры составляют основу целого ряда искусственных материалов, в том числе так называемых метаматериалов. К последним, в частности, относятся искусственные среды со свойствами магнетиков и среды с отри-

цательной рефракцией [2], слои с асимметричным прохождением света [3, 4], “невидимые” металлы [5], высокоимпедансные отражающие поверхности со свойствами зеркала из магнетика [6] и “покрытия-невидимки” [7]. Благодаря замечательным физическим свойствам планарные периодические металлодиэлектрические структуры перспективны при разработке новых узлов и приборов с уникальными характеристиками для широкого диапазона длин волн, начиная с микроволн и заканчивая видимым светом.

Среди множества привлекательных для приложений электродинамических свойств планарных метаматериалов особый интерес представляет показанная сравнительно недавно возможность существования в них высоко-добротных запертых колебаний. Эти колебания существуют в микроволновых плоских периодических в двух направлениях структу-

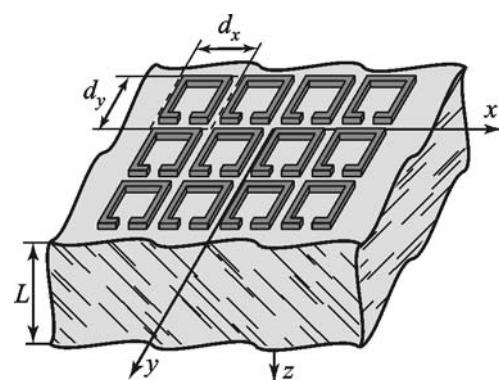
рах со сложными двухсвязными или многосвязными металлическими элементами, которые обладают малой степенью асимметрии [8, 9]. Наличие в обычных планарных структурах больших потерь на излучение за счет сильной электродинамической связи проводящих элементов со свободным пространством и их относительно малые размеры (сравнимые с длиной волны) не позволяют достичь высокой добротности резонансов. В [8, 9] было показано теоретически и экспериментально, что включение в периодическую ячейку структуры двух почти симметричных элементов (со слабой степенью асимметрии) может приводить к возбуждению колебаний на противофазной моде тока. В этом случае связь проводящих элементов со свободным пространством может быть очень мала, что обеспечивает низкие радиационные потери и, как следствие, высокую добротность колебаний. Эти колебания получили название колебаний на запертої моде, что и указывает на малые радиационные потери.

Плоские тонкие структуры, в которых существуют резонансы на запертої моде, перспективны для приложений. Например, следует отметить, что благодаря существенному нарастанию напряженности поля вблизи структуры в режиме резонанса на запертої моде такая структура может быть использована в виде чувствительного биосенсора. В [10] предложен когерентный источник излучения на основе резонансной системы в виде планарной структуры в режиме запертої моды и тонкой подложки из активного материала с инверсной населенностью уровней энергии.

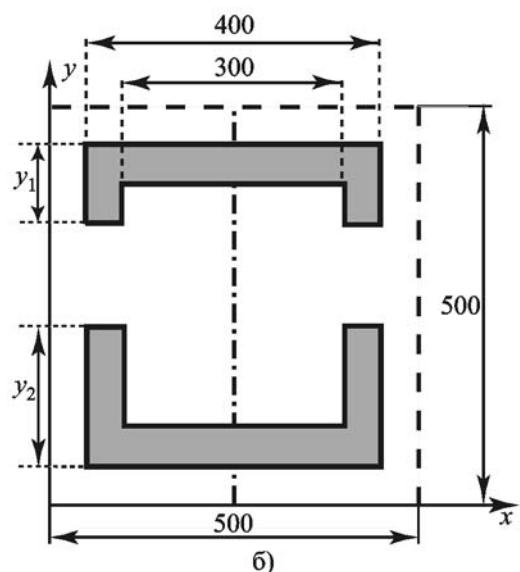
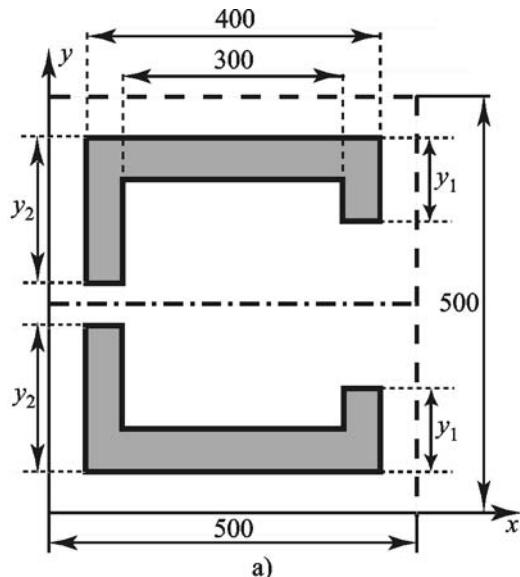
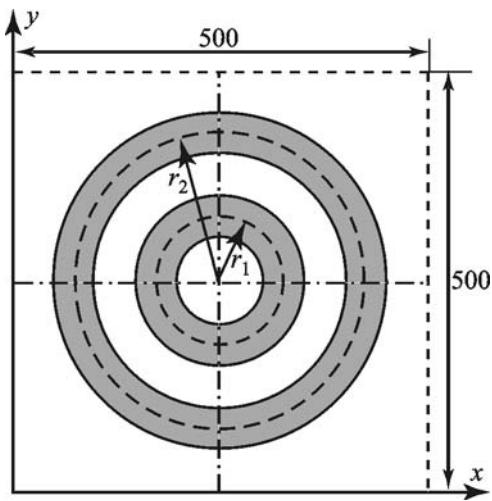
Таким образом, перспективность применения запертої мод планарных структур в оптическом и инфракрасном диапазонах очевидна. Однако имеются серьезные отличия в отклике металлов на электромагнитное излучение в микроволновом и оптическом диапазонах. Поэтому необходимы дополнительные исследования свойств колебаний на запертої модах в планарных структурах с периодом в сотни нанометров, предназначенных для работы в диапазонах видимых и инфракрасных волн. В настоящей работе исследуются свойства таких структур.

## Постановка задачи. Метод решения

Для исследования резонансов на запертої модах рассмотрим задачу дифракции света в диапазоне длин волн от 500 до 2500 нм на планарной периодической в двух направлениях ( $d_x$  и  $d_y$  – периоды решетки) структуре со сложной формой проводящих элементов, расположенной на прозрачной плоскопараллельной подложке, толщина  $L$  которой во много раз больше длины волны. На рис. 1 для иллюстрации показана типичная решетка из элементов, имеющих форму буквы С. Далее мы будем точно определять геометрию и размеры элементов для каждой рассматриваемой структуры. Размеры периодических ячеек всех рассматриваемых структур  $d_x = d_y = 500$  нм. Для исследования резонансов на запертої модах в качестве проводящих элементов выбраны элементы, состоящие из двух подобных по форме, но различных по длине проводников. Для определенности рассматриваются концентрические кольца (рис. 2) и несимметрично разорванные С-образные элементы (рис. 3) из алюминия и золота. Все элементы, показанные на рис. 3, получены из замкнутого квадратного элемента с внешней стороной 400 нм и внутренней 300 нм. Оси симметрии на рис. 2 и рис. 3 изображены штрих-пунктирными линиями. Поперечное сечение всех проводящих элементов – это квадрат со стороной 50 нм. Материал подложки – силик (синтетическая дву-



**Рис. 1.** Геометрия типичной планарной оптической периодической структуры с С-образными элементами



**Рис. 2.** Геометрия ячейки периодической структуры с проводниками в виде двух концентрических колец. Указанные на рисунке радиусы – это радиусы средних линий колец. Размеры даны в нанометрах

окись кремния – оптически прозрачный материал с коэффициентом преломления приближенно равным 1.45).

Сложность геометрии структуры и особенности взаимодействия света с металлами, обусловленные сильной дисперсией и большими диссипативными потерями, требуют использования численных методов теории дифракции. Методы теории дифракции во временной области позволяют за одну численную реализацию определить коэффициенты отражения и прохождения во всем рабочем диапазоне длин волн. Этот факт и простота прямого численного метода и определили выбор псевдоспектрального метода Фурье с отображением во временной области [11] в качестве основы для построения эффективного алгоритма решения задачи дифракции. Отметим, что псевдоспектральный метод во временной области является разновидностью конечно-разностного метода, в котором задача сводится фактически к определению эволюции коэффициентов разложения полей по базисным функциям. В качестве последних в случае метода Фурье выбираются экспоненциальные функции, которые соответствуют разложению истинных полей по модам Флоке периодичес-

**Рис. 3.** Геометрия ячеек планарной структуры с несимметрично разрезанным С-образным элементом. Размеры даны в нанометрах

кого канала. Однако при наличии границ раздела высококонтрастных материалов такое разложение медленно сходится к истинному решению. В этом случае численная схема становится схемой первого порядка точности в отличие от конечно-разностной схемы, которая имеет второй порядок точности. Предложенный в [11] метод дает возможность избежать данной проблемы в рабочем диапазоне

длин волн, используя специально выбранную функцию для отображения неоднородной сетки на однородную. Все вышесказанное в вычислительном алгоритме приводит к простой формуле [11] определения пространственной производной от поля в узловых точках с помощью быстрого преобразования Фурье:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} f(x_n) &= \frac{d}{du} f(u_n) \left/ \left( \frac{dx}{du} \right)_n \right. = \\ &= \left( iFFT(jk_m FFT(f(u_n))) \right) \left/ \left( \frac{dx}{du} \right)_n \right.. \end{aligned}$$

Здесь обозначения FFT и iFFT используются для операций прямого и обратного быстрого преобразования Фурье;  $j$  – мнимая единица  $k_m = 2\pi m/l$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ;  $\{x_n\}_{n=1}^N$  и  $\{u_n\}_{n=1}^N$  – неоднородная сетка в реальном (физическом) пространстве и однородная сетка, на которую отображается исходная неоднородная, соответственно,  $N$  – число узлов в сетках,  $l = N\Delta u$  – длина однородной сетки,  $\Delta u = u_n - u_{n-1}$ . Связь между неоднородной и однородной сеткой осуществляется с помощью трансформирующей функции  $x(u)$ , которая обеспечивает плавное сгущение шага неоднородной сетки вблизи границ раздела высококонтрастных сред. Более детальное описание и примеры построения таких функций приведены в [11, 12].

Как и любой метод временной области, псевдоспектральный метод с отображением эффективен для решения задач в трехмерных областях, характерные размеры которых составляют до нескольких десятков длин волн. В случае же моделирования реальных оптических планарных структур толщина подложки (характерные значения  $0.3 \div 0.5$  мм) может достигать тысяч, а то и десятков тысяч длин волн. Для подобных структур был предложен и апробирован эффективный подход к решению задач дифракции [12], который объединяет псевдоспектральный метод с аналитическим методом матриц передачи. Суть такого подхода сводится к решению задачи дифракции на структуре с подложкой в два этапа.

На первом этапе с помощью псевдоспектрального метода с отображением численно

решается задача дифракции на тонком слое, который включает периодический массив проводящих элементов и тонкие однородные слои свободного пространства и диэлектрика, из которого изготовлена подложка, расположенные над и под элементами решетки соответственно. Однородные слои служат как для отделения структуры от поглощающих слоев, которые ограничивают расчетную область и моделируют бесконечное однородное пространство для уходящих волн, так и для введения специальных численных узлов для задания источников падающего поля и пробников для записи временной эволюции падающего, прошедшего и отраженного полей.

На втором этапе вычисленные матрицы передачи для периодического массива умножаются на найденную аналитически матрицу передачи для слоя диэлектрика, моделирующего подложку. Метод эффективен, если отсутствуют дифракционные максимумы, что соответствует условию  $d_x, d_y < \lambda$ , которое выполняется в нашем случае.

Дисперсия диэлектрической проницаемости материалов может быть включена в численную модель с помощью метода дополнительного дифференциального уравнения [13]. Суть этого метода сводится к тому, что дисперсионная зависимость  $\epsilon(\omega)$  аппроксимируется рядом простых функций. Произведение этой аппроксимации на напряженность электрического поля заменяется некоторым током поляризации. Для последнего формулируется дифференциальное уравнение во времени, которое может быть численно решено в рамках того же псевдоспектрального метода.

Дисперсионная зависимость диэлектрической проницаемости металлов и диэлектриков в оптическом диапазоне может быть описана с помощью так называемой полюсной модели [14]. В этой модели дисперсионная зависимость диэлектрической проницаемости аппроксимируется суммой пар комплексно сопряженных простых дробей:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 \epsilon_\infty + \epsilon_0 \sum_{m=1}^M \left( \frac{c_m}{j\omega + \alpha_m} + \frac{c_m^*}{j\omega + \alpha_m^*} \right).$$

Здесь знаком “\*” обозначено комплексное сопряжение;  $\epsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума,  $\epsilon_\infty$  – диэлектрическая проницаемость при  $\omega \rightarrow \infty$ ;  $M$  – количество полюсов;  $c_m$  и  $\alpha_m$  – амплитуда и затухание некоторого осциллятора, соответствующего полюсу. Отметим, что данная модель обобщает все широко известные модели диэлектрической проницаемости:

- 1) если  $c_m = \sigma/\epsilon_0$  и  $\alpha_m = 0$ , то комплексный полюс соответствует проводимости  $\sigma$ ;
- 2) если  $c_m$  и  $\alpha_m$  – вещественные числа, то комплексный полюс соответствует полюсу в модели Дебая;
- 3) если  $c_m = jB_m$  и  $\alpha_m = A_m + j\Omega_m$ , то комплексный полюс соответствует полюсу в модели Лоренца;
- 4) полюс модели Друде представляет собой сумму вкладов полюса модели Дебая и “полюса проводимости” с одинаковыми амплитудами, т. е.  $\frac{\omega_p^2}{j\omega(j\omega+\alpha)} = \frac{A}{j\omega} - \frac{A}{(j\omega+\alpha)}$ , где  $\omega_p$  – плазменная частота.

Покажем на примере отдельного комплексного полюса применение метода дополнительного дифференциального уравнения. Пусть  $\epsilon(\omega) = \epsilon_0 \left( \epsilon_\infty + \frac{c_1}{j\omega + \alpha_1} + \frac{c_1^*}{j\omega + \alpha_1^*} \right)$ , тогда уравнение Максвелла для магнитного поля в частотной области примет вид:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \epsilon_0 \left( \epsilon_\infty + \frac{c_1}{j\omega + \alpha_1} + \frac{c_1^*}{j\omega + \alpha_1^*} \right) j\omega \vec{E}.$$

Вводя токи поляризации  $(j\omega + \alpha_1) \vec{I}_{1+} = j\omega \vec{E}$  и  $(j\omega + \alpha_1^*) \vec{I}_{1-} = j\omega \vec{E}$ , получаем уравнения в частотной области:

$$\frac{1}{\epsilon_0} \operatorname{rot} \vec{H} = j\omega \epsilon_0 \vec{E} + c_1 \vec{I}_{1+} + c_1^* \vec{I}_{1-},$$

$$(j\omega + \alpha_1) \vec{I}_{1+} = j\omega \vec{E},$$

$$(j\omega + \alpha_1^*) \vec{I}_{1-} = j\omega \vec{E}.$$

После перехода во временную область получаем уравнения в виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\epsilon_0} \operatorname{rot} \vec{H} &= \epsilon_\infty \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + c_1 \vec{I}_{1+} + c_1^* \vec{I}_{1-}, \\ \frac{\partial \vec{I}_{1+}}{\partial t} + \alpha_1 \vec{I}_{1+} &= \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\ \frac{\partial \vec{I}_{1-}}{\partial t} + \alpha_1^* \vec{I}_{1-} &= \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \end{aligned}$$

Применение конечно-разностной схемы во времени определяет формулы обновления для напряженности электрического поля и токов поляризации:

$$\begin{aligned} \vec{E}^{n+1} &= \vec{E}^n + \frac{2\Delta t}{2\epsilon_\infty + \Delta t (c_1 B_+ + c_1^* B_-)} \times \\ &\times \left\{ \operatorname{rot} \vec{H}^{n+1/2} - \left( c_1 \frac{A_+ + 1}{2} \vec{I}_{1+}^n + c_1^* \frac{A_- + 1}{2} \vec{I}_{1-}^n \right) \right\}; \\ \vec{I}_{\pm}^{n+1} &= A_{\pm} \vec{I}_{\pm}^n + B_{\pm} (\vec{E}^{n+1} - \vec{E}^n). \end{aligned}$$

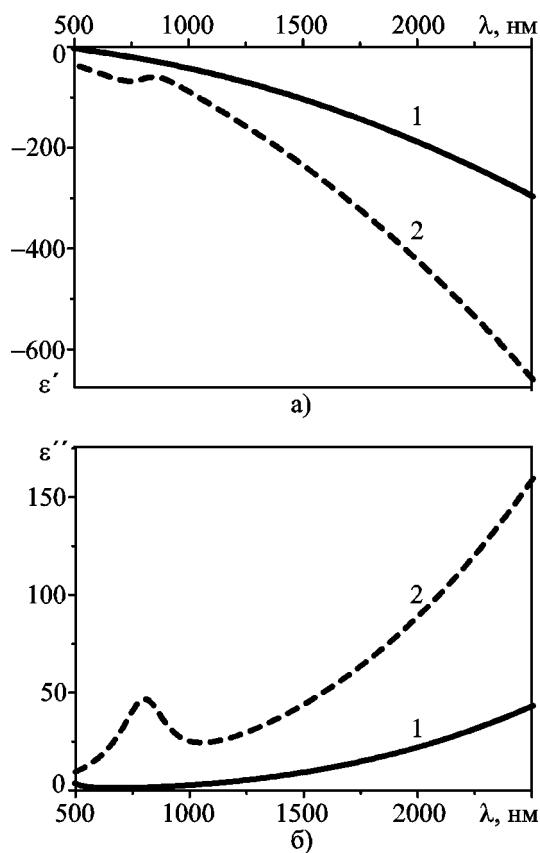
Здесь  $A_+ = (2 - \alpha_1 \Delta t) / (2 + \alpha_1 \Delta t)$ ,  $B_+ = 2 / (2 + \alpha_1 \Delta t)$ , а  $A_- = A_+^*$  и  $B_- = B_+^*$ . Поскольку поле – это вещественная величина, а все коэффициенты в формулах обновления токов комплексно сопряженные, то  $\vec{I}_+ = (\vec{I}_-)^*$ . Это дает возможность для описания влияния комплексного полюса ограничиться только одним комплексным током  $\vec{I}_+$ . Аналогичным образом можно получить формулы обновления в случае использования моделей дисперсии с полюсами Друде и проводимости. В последнем случае можно обойтись без введения дополнительных токов, а просто изменить коэффициенты в формуле обновления для электрического поля.

Для аппроксимации дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости алюминия [15] была построена модель, которая включает полюс, соответствующий проводимости, два полюса Дебая и три комплексных полюса. Для описания диэлектрической проницаемости золота выбрана модель, которая включает полюс Друде и два комплексных полюса. Ее хорошая точность и эффективность были показаны в [16] на примере решения

задачи дифракции света на сфере из золота радиусом 80 нм. На рис. 4 приведены зависимости комплексных диэлектрических проницаемостей золота и алюминия от длины волны.

### Анализ численных результатов

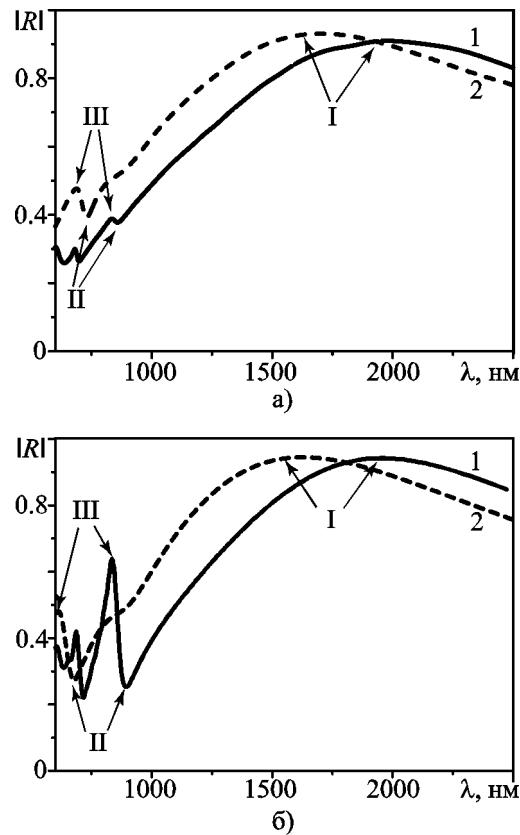
Для простоты будем рассматривать структуру на полубесконечной подложке. Это позволит исключить интерференционный резонанс внутри нее. Резонансы отражения и пропускания решетки будут связаны с резонансами распространяющихся вдоль поверхности металлических элементов плазмон-поляритонов. На рис. 5 представлены зависимости от длины волны коэффициентов отражения перио-



**Рис. 4.** Зависимости от длины волны вещественных (а) и мнимых (б) частей комплексных диэлектрических проницаемостей золота (линия 1) и алюминия (линия 2)

дических структур с элементами из алюминия и из золота в виде отдельного кольца с радиусом средней линии 200 нм (см. рис. 5, а) и замкнутого квадратного элемента с внешней стороной 400 нм и внутренней – 300 нм (см. рис. 5, б). Отметим, что эти элементы являются исходными для построения элементов решетки, изображенных на рис. 2 и рис. 3. Так, например, замкнутый квадратный элемент является частным случаем элемента, изображенного на рис. 3, при условии  $y_1 = y_2 = 200$  нм.

Отметим, что резонансы решетки из золотых элементов (линии 1 на рис. 5) сдвинуты в длинноволновую область по отношению к соответствующим резонансам решетки из



**Рис. 5.** Зависимости от длины волны коэффициентов отражения решеток с элементами в виде кольца с радиусом средней линии 200 нм (а) и с замкнутыми квадратными элементами, у которых длина внешней стороны равна 400 нм, а внутренней – 300 нм (б). Линия 1 соответствует решетке из золота, линия 2 – решетке из алюминия

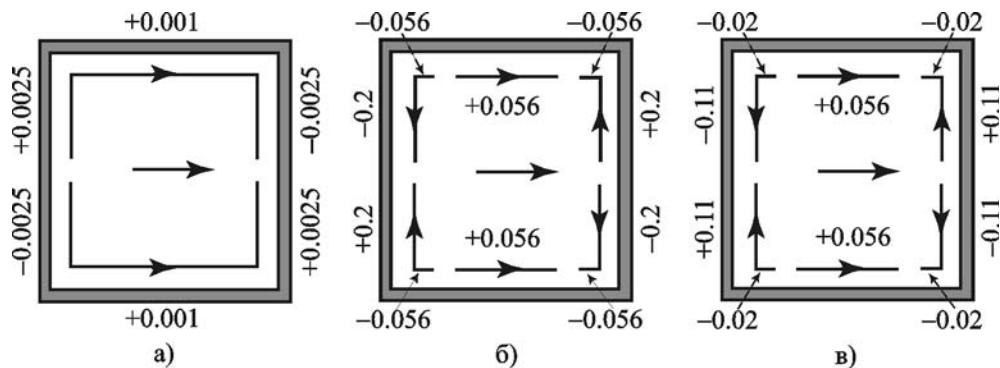
алюминиевых элементов (линии 2 на рис. 5). Это связано с тем, что длина волны плазмон-поляритона на поверхности золота меньше, чем на поверхности алюминия. На рис. 5 можно видеть резонансы запирания (они отмечены цифрой I) на длинах волн, приближенно соответствующих условию  $H = \lambda_p$ , где  $H$  – эффективная длина проводника элемента решетки, а  $\lambda_p$  – длина волны плазмон-поляритона. Это основной наиболее длинноволновый резонанс в системе из таких элементов. Большая ширина резонансного отклика обусловлена сильной электродинамической связью тока с полем в свободном пространстве. Распределение тока вдоль элемента в этом резонансном режиме схематически показано на рис. 6, а.

Второй резонанс приближенно соответствует условию  $H = 3\lambda_p$ . Легко видеть, что он содержит пару: резонанс пропускания (II) и резонанс запирания (III). Распределения тока в режимах пропускания (II) и запирания (III), показанных на рис. 5, б, схематически изображены на рис. 6, б и рис. 6, в соответственно. Из этих распределений следует, что ток содержит составляющие, которые непосредственно не связаны с падающим полем и с распространяющейся нулевой пространственной гармоникой в свободном пространстве и в диэлектрике. Эти составляющие соответствуют токам, протекающим по плечам квадратного элемента, параллельным оси  $Oy$ , и затекающим на плечи, параллельные оси  $Ox$ . Компоненты этих токов,

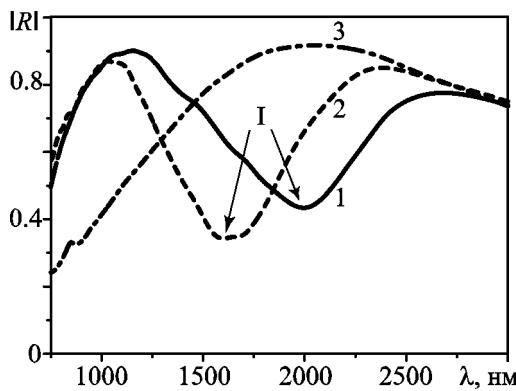
параллельные оси  $Ox$ , обеспечивают их электродинамическую связь с падающим полем. Из распределений тока на рис. 6, б и рис. 6, в видно, что амплитуды компонент токов, протекающих по плечам, параллельным оси  $Oy$ , больше, чем амплитуды ортогональных компонент. Последние “согласованы” с падающим полем и способны излучать в свободное пространство. Отметим также, что в режиме пропускания (II на рис. 5, б) и запирания (III на рис. 5, б) эти компоненты остаются почти постоянными.

Рис. 7 и рис. 8 показывают формирование резонанса прохождения на запертой моде тока в решетке с элементами в виде двух концентрических колец. Отметим, что в случае появления второго кольца режим запирания, который соответствует условию  $H = \lambda_p$  для отдельного кольца с радиусом средней линии 200 нм (см. на рис. 5, а кривую 1), разбивается на две части режимом пропускания (отмечен цифрой I).

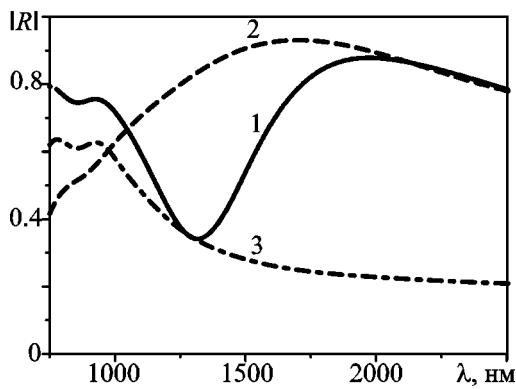
Рис. 8 иллюстрирует на примере решетки из алюминиевых колец природу этого режима. Как легко видеть, формируется резонанс на запертой моде на длинах волн между резонансами  $H = \lambda_p$  решеток соответствующих отдельных колец (штрих-пунктирная и штриховая линии на рис. 8), а значит, на кольцах наводятся резонансные токи в противофазе. Такие токи слабо излучают в свободное пространство (излучение возможно только за счет различной ампли-



**Рис. 6.** Распределения токов на замкнутом квадратном элементе решетки из золота, соответствующие резонансным режимам I ( $\lambda = 1957$  нм) (а), II ( $\lambda = 895$  нм) (б) и III ( $\lambda = 835$  нм) (в), указанным на рис. 5, б. Стрелка в центре элемента показывает направление электрического поля падающей волны



**Рис. 7.** Зависимость от длины волны коэффициентов отражения решетки из концентрических колец (см. рис. 2) и из элементов в виде концентрических кольца и диска из золота при  $r_2 = 200$  нм: линия 1 –  $r_1 = 120$  нм; линия 2 –  $r_1 = 100$  нм; линия 3 –  $r_1 = 25$  нм (диск)



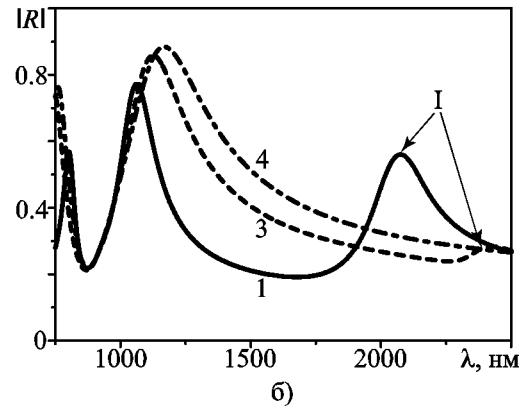
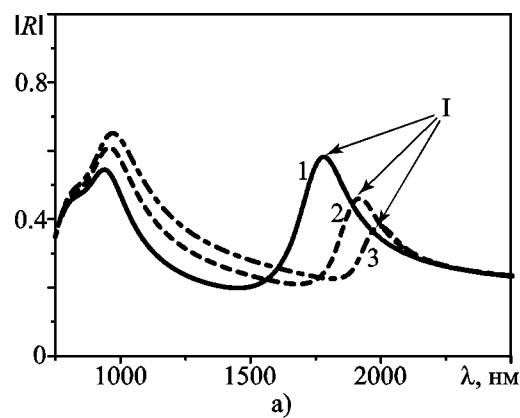
**Рис. 8.** Зависимость от длины волны коэффициентов отражения решетки из элементов в виде колец из алюминия (рис. 2): линия 1 – концентрические кольца,  $r_1 = 100$  нм,  $r_2 = 200$  нм; линии 2 и 3 – отдельные кольца с радиусами средних линий  $r = 100$  нм и  $r = 200$  нм соответственно

туды токов). Отметим, что в данном случае свойства структуры сохраняются вне зависимости от поляризации волны.

Вырождение внутреннего кольца в сплошной диск (рис. 7, линия 3) приводит к исчезновению резонанса на запертой моде, что, по-видимому, связано с невозможностью наведения на диске кольцевых токов.

Структура с элементами, изображенными на рис. 3, а, имеет характерный резонанс на

запертой моде вблизи резонанса запирания отдельного элемента, который соответствует условию  $H = \lambda_p/2$ , – режим запирания, обозначенный цифрой I на рис. 9. Отметим также, что в данном случае, как и в случае решетки из колец, амплитуда резонанса на запертой моде и его добротность растут с ростом степени асимметрии структуры (разницы между пле-чами С-элементов вдоль оси  $Oy$ ). Такое пове-дение соответствует описанному ранее в работе [9] резонансу на запертой моде в микроволновой планарной структуре при наличии дисси-пативных потерь в подложке. В нашем случае потери в металле приводят к разрушению вы-сокодобротных резонансов, которые должны



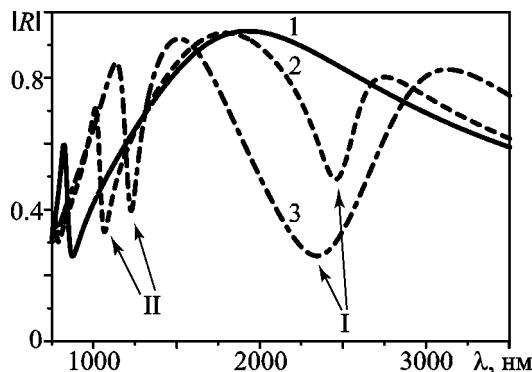
**Рис. 9.** Зависимость от длины волны коэффициентов отражения решеток с алюминиевыми (а) и золотыми (б) элементами, изображенными на рис. 3, а, для падающей у-поляризованной волны,  $y_1 = 175$  нм: линия 1 –  $y_2 = 50$  нм, линия 2 –  $y_2 = 100$  нм, линия 3 –  $y_2 = 150$  нм и линия 4 –  $y_2 = 175$  нм

были бы формироваться в структуре со слабо асимметричными элементами. Действительно, такие резонансы связаны с большими токами на поверхности металлических элементов, а следовательно, сопровождаются значительными потерями в металле. Малая амплитуда коэффициентов отражения в режиме запирания структуры объясняется малой величиной плеч металлических элементов вдоль оси  $Oy$ , т. е. вдоль направления электрического поля падающей волны. В случае падения на структуру  $x$ -поляризованной волны никакие запертые колебания в ней не возбуждаются, так как структура симметрична относительно оси  $Ox$ .

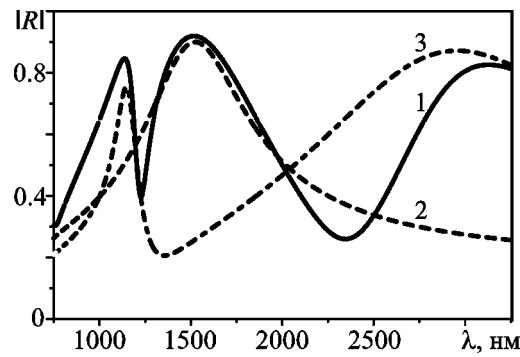
Структура с элементами, изображенными на рис. 3, б, имеет резонансы на запертой моде не только вблизи резонанса запирания  $H = \lambda_p$  (I на рис. 10, а), но и вблизи  $H = 3\lambda_p$  (II на рис. 10, а). На рис. 10, а линия 1 соответствует решетке из симметрично разрезанных квадратных элементов,  $y_1 = y_2 = 175$  нм. Эта зависимость коэффициента отражения от длины волны отличается от зависимости для замкнутого элемента (см. рис. 5, б, линия 1) лишь слабым смещением в коротковолновую область за счет уменьшения эффективной длины проводящих элементов. Очевидно, что структура протекающих по элементу токов не может в данном случае измениться, так как решетка сохраняет

симметрию. Это было подтверждено численным исследованием распределения тока вблизи резонансов в такой структуре, оно качественно полностью совпадает с распределениями, представленными на рис. 6.

В случае несимметричности элементов решетки следует ожидать формирования двух дополнительных резонансов на запертой моде вблизи режимов запирания, соответствующих условиям  $H = \lambda_p/2$  и  $H = 3\lambda_p/2$  для отдельных металлических С-образных элементов. Именно это мы и наблюдаем на зависимостях коэффициента отражения от длины волны, представленных на рис. 10 (цифрой II отмечены соответствующие резонансы прозрачности). Однако возникает вопрос, почему резонансы вблизи  $H = \lambda_p/2$  с ростом асимметрии С-элементов смещаются в коротковолновую область, а вблизи  $H = 3\lambda_p/2$  – в длинноволновую. Это можно объяснить, если рассмотреть, при каких условиях формируются данные резонансы (см. рис. 11). Отметим, что структура содержит большой С-элемент и дипольный (прямолинейный) элемент. Из рис. 11 видно, что первый резонанс формируется между резонансами запирания, соответствующими условию  $H = \lambda_p/2$  для обоих



**Рис. 10.** Зависимость от длины волны коэффициентов отражения  $x$ -поляризованной волны для решетки с золотыми элементами, геометрия которых показана на рис. 3, б: линия 1 –  $y_1 = 175$  нм,  $y_2 = 175$  нм; линия 2 –  $y_1 = 225$  нм,  $y_2 = 125$  нм; линия 3 –  $y_1 = 300$  нм,  $y_2 = 50$  нм

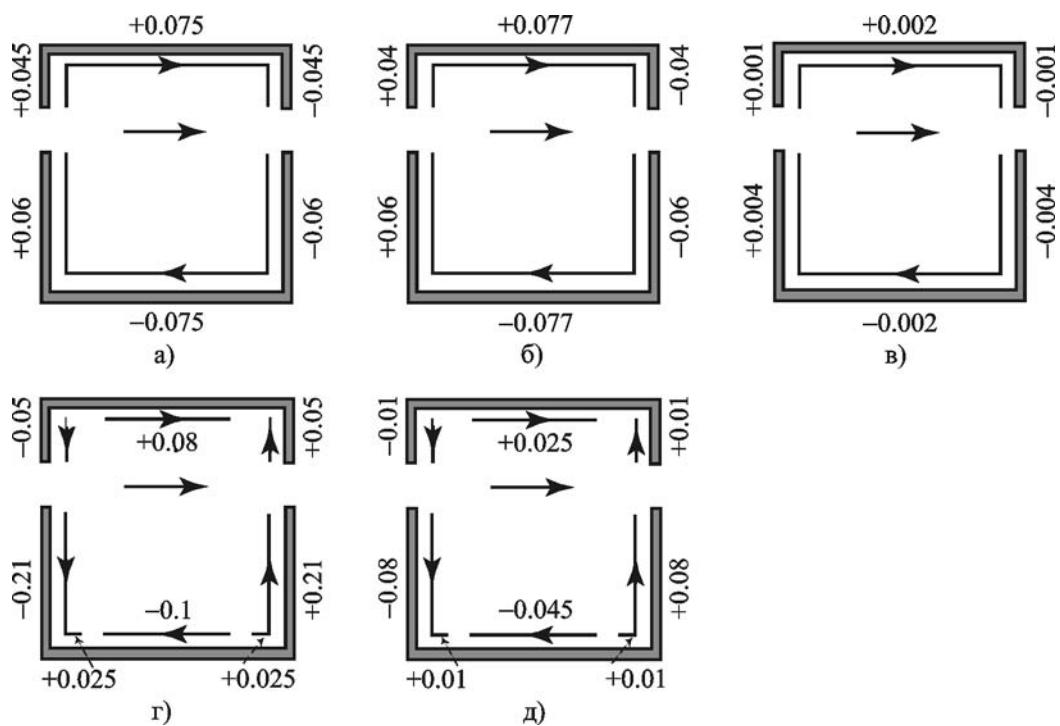


**Рис. 11.** Зависимость от длины волны коэффициентов отражения при  $x$ -поляризации для решетки с алюминиевыми элементами, изображенными на рис. 3, б, (линия 1 –  $y_1 = 300$  нм,  $y_2 = 50$  нм) и для решеток, составленных из отдельных частей следующих элементов: из диполей (линия 2 –  $y_2 = 50$  нм); из С-образных элементов (линия 3 –  $y_1 = 300$  нм)

элементов, а второй – между резонансами запирания, соответствующими условию  $H = \lambda_p/2$  для дипольного элемента и  $H = 3\lambda_p/2$  для С-элемента. В этом случае можно говорить о переходе исходного резонанса  $H = 3\lambda_p$  в замкнутом квадратном элементе в резонанс  $H = 2\lambda_p$  асимметричной структуры, который, естественно, является более длинноволновым, чем исходный. Отметим, что резонанс  $H = 2\lambda_p$  в симметричной структуре возбуждаться не может, в силу того что токи на параллельных плечах металлических элементов в этом случае будут противофазными. Более того, с ростом асимметрии металлических элементов структура токов будет все ближе и ближе к той, которая соответствует условию  $H = \lambda_p/2$  для короткого и  $H = 3\lambda_p/2$  для более длинного металлического элемента.

Рис. 12 схематически иллюстрирует распределения токов, вычисленные на различных резонансных длинах волн для асиммет-

ричной структуры с золотыми элементами ( $y_1 = 225$  нм,  $y_2 = 125$  нм). Зависимость коэффициента отражения данной структуры от длины волны представлена на рис. 10 (линия 2.) Отметим, что режимы запирания и прохождения, соответствующие первому резонансу на запертой моде (рис. 12, а и рис. 12, б), сопровождаются формированием противофазных токов на плечах, параллельных оси  $Ox$ , что приводит к невозможности излучения этих токов в свободное пространство. Режим запирания (см. рис. 12, в) имеет такую же структуру тока, как и предыдущие режимы на запертой моде, однако амплитуда тока очень мала. Два следующих режима (рис. 12, г и рис. 12, д) очевидно связаны с высшим резонансом на запертой моде. Как уже упоминалось, эти режимы формируются в области между резонансами, соответствующими условиям  $H = \lambda_p/2$  для меньшего и  $H = 3\lambda_p/2$  для большего С-элемента. Это объясняет и струк-



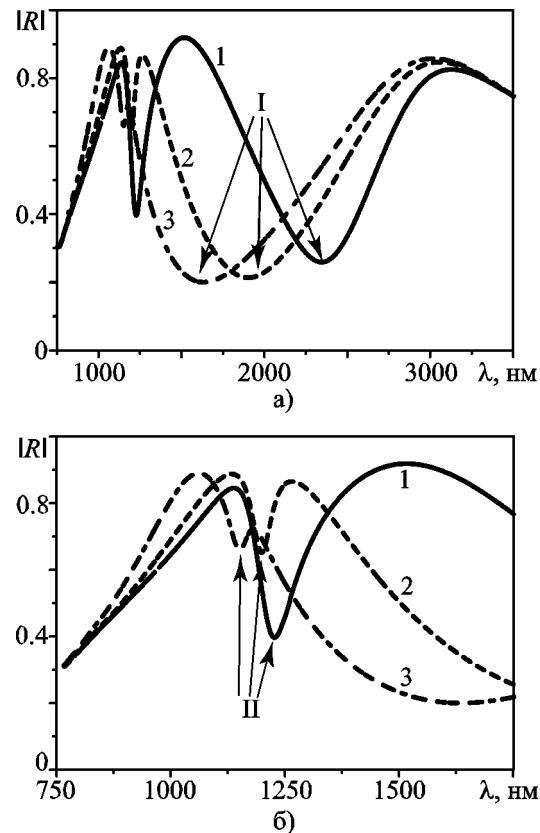
**Рис. 12.** Схематические распределения токов в асимметричных элементах решетки (см. рис. 3, б;  $y_1 = 225$  нм,  $y_2 = 125$  нм) из золота для следующих резонансных длин волн: 2750 нм (а); 2457 нм (б); 1797 нм (в); 1067 нм (г) и 1012 нм (д). Зависимость коэффициента отражения этой структуры от длины волны приведена на рис. 10 (линия 2)

туру тока в данных резонансных режимах. Теперь ток на различных плечах, параллельных оси  $Ox$ , отличается не только фазой, но и амплитудой. Максимальные амплитуды токов в большем С-элементе расположены на плечах, параллельных оси  $Oy$ , а в меньшем – на плече, параллельном оси  $Ox$ . Такое отличие объясняется различными условиями резонансов на отдельных элементах. Отметим, что в этом случае в режиме запирания наблюдается значительное ослабление токов на плечах, параллельных оси  $Oy$ , и, более того, уменьшаются амплитуды токов на плечах, параллельных оси  $Ox$ .

Рис. 13 иллюстрирует зависимость положения и амплитуды резонансов на запертой моде для несимметричной структуры, содержащей С-элемент и дипольный элемент. Видно, что в данном случае уменьшением длины диполя можно совместить режим прозрачности структуры на запертой моде с режимом запирания отдельного С-элемента. Это происходит, когда на длине С-элемента укладываются три длины полуволны, а на дипольном элементе – одна полуволна (см. рис. 13, линия 2). Дальнейшее уменьшение дипольного элемента приведет к исчезновению резонанса на запертой моде для условия  $H = \lambda_p/2$  для обоих металлических элементов (кривая 3 на рис. 13, а). Резонанс I совпадает по частоте и амплитуде с резонансом решетки из отдельных С-элементов.

### Заключение

В работе исследованы резонансные свойства оптических планарных периодических структур, квадратная периодическая ячейка которых содержит два одинаковых по форме, но различных по длине металлических элемента. В таких структурах, как и в соответствующих структурах для микроволнового диапазона, выявлены так называемые резонансы на запертой моде. Они формируются в области между двумя резонансными частотами, которые соответствуют резонансам плазмон-поляритонов в отдельных элементах периодической ячейки, и связаны с возбуждением на



**Рис. 13.** Зависимости от длины волны коэффициентов отражения при  $x$ -поляризации для решетки с золотыми элементами, каждый из которых состоит из С-элемента и дипольного элемента длиной 400 нм (линия 1), 300 нм (линия 2) и 250 нм (линия 3). Линия 1 соответствует структуре, изображенной на рис. 3, б, с параметрами  $y_1 = 300$  нм,  $y_2 = 50$  нм, все остальные структуры получены из нее путем уменьшения длины дипольного элемента. На рис. б) – детали резонансных зависимостей, представленных на рисунке а), в окрестности длины волны 1200 нм

металлических элементах противофазных токов. Добротность таких резонансов определяется омическими потерями в металле, которые чрезвычайно велики в оптическом и инфракрасном диапазонах, и потерями на излучение в свободное пространство и подложку. Омические потери растут с уменьшением степени асимметрии структуры, что связано с ростом амплитуды токов на поверхности металлов в этом случае. Потери же на излуче-

ние растут с ростом степени асимметрии структуры. Таким образом, зависимость добротности резонансов на запертой моде от степени асимметрии элементов решетки качественно такая же, как и у соответствующих микроволновых структур с диссипативной подложкой [9]. Отметим также, что резонансы на запертой моде имеют добротность выше, чем обычный резонанс на плазмон-поляритоне.

Впервые показано существование и исследованы свойства высшего резонанса на запертой моде. Этому резонансу в симметричной структуре (например, в решетке из элементов, имеющих форму квадратной рамки) соответствует обычный резонанс плазмон-поляритона при условии, что на длине металлического элемента укладывается три длины волны. Отметим, что этот резонанс в симметричной структуре проявляется в виде пары резонанс-антрезонанс. Это связано со специфическим распределением тока в металлическом элементе, при котором в плечах, перпендикулярных электрическому полю падающей волны, наводятся противофазные токи, не связанные с распространяющейся нулевой пространственной гармоникой в свободном пространстве и в диэлектрике. Высший резонанс на запертой моде проявляется, когда в системе возникает асимметрия (различные длины металлических элементов периодической ячейки структуры). В этом случае на плечах, параллельных электрическому полю падающей волны, также наводятся противофазные токи, что приводит к резкому снижению электродинамической связи решетки со свободным пространством и подложкой. В случае возрастания асимметрии в структуре такой резонанс постепенно вырождается в резонанс, соответствующий условию равенства общей длины металлических элементов двум длиnam волн плазмон-поляритона. Это приводит к тому, что, в отличие от основного резонанса, данный резонанс с ростом асимметрии структуры смещается в длинноволновую область. Отметим, что этот резонанс на запертой моде имеет добротность выше, чем основной резонанс.

Таким образом, наше численное исследование показывает возможность создания двухэлементных планарных периодических струк-

тур для оптического и инфракрасного диапазонов длин волн, резонансное отражение и пропускание которых будет иметь добротность большую, чем резонансный отклик одноэлементных структур.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке по гранту №1-02-а совместного проекта НАН Украины и Российского фонда фундаментальных исследований.

## Литература

1. Munk B. A. Frequency selective surfaces: theory and design. – New York: John Wiley and Sons, 2000. – 440 p.
2. Smith D. R., Pendry J. B., Wiltshire M. C. K. Metamaterials and Negative Refractive Index // Science. – 2004. – Vol. 305, No. 5685. – P. 788–792.
3. Fedotov V. A., Mladyonov P. L., Prosvirnin S. L., Rogacheva A. V., Chen Y., and Zheludev N. I. Asymmetric Propagation of Electromagnetic Waves through a Planar Chiral Structure // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 97, No. 16. – P. 167401-1–167401-4.
4. Fedotov V. A., Schwanecke A. S., Zheludev N. I., Khadikov V. V., and Prosvirnin S. L. Asymmetric transmission of light and enantiomerically sensitive plasmon resonance in planar chiral nanostructures // Nano Lett. – 2007. – Vol. 7, No. 7. – P. 1996–1999.
5. Fedotov V. A., Mladyonov P. L., Prosvirnin S. L., and Zheludev N. I. Planar electromagnetic metamaterial with a fish scale structure // Phys. Rev. E. – 2005. – Vol. 72, No. 5. – P. 056613-1–056613-4.
6. Schwanecke A. S., Fedotov V. A., Khadikov V. V., Prosvirnin S. L., Chen Y., and Zheludev N. I. Optical magnetic mirrors // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. – 2007. – Vol. 9. – P. L1-L2.
7. Schurig D., Mock J. J., Justice B. J., Cummer S. A., Pendry J. B., Starr A. F., and Smith. D R. Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies // Science. – 2006. – Vol. 314, No. 5801. – P. 977–980.
8. Prosvirnin S., Zouhdi S. Resonances of closed modes in thin arrays of complex particles // Advances in Electromagnetics of Complex Media and Metamaterials. – Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers. – 2003. – Vol. 89 – P. 281–290.
9. Fedotov V. A., Rose M., Prosvirnin S. L., Papasimakis N. and Zheludev N. I. Sharp trapped-mode resonances in planar metamaterials with a broken structural symmetry // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol. 99, No. 14. – P. 147401-1–147401-4.
10. Zheludev N. I., Prosvirnin S. L., Papasimakis N. and Fedotov V. A. Lasing spacer // Nature Photonics – 2008. – Vol. 2, No. 6. – P. 351–354.

11. Gao X., Mirotnik M. S., Shi S. and Prather D. W. Applying a mapped pseudospectral time-domain method in simulating diffractive optical elements // J. Opt. Soc. Am. A. – 2004. – Vol. 21, No. 5. – P. 777-785.
12. Хардиков В. В., Ярко Е. О., Просвирнин С. Л. Использование матриц передачи и псевдо-спектрального метода во временной области для исследования дифракции света на планарных периодических структурах // Радиофизика и радиоастрономия. – 2008. – Т. 13, №2. – С. 146-158.
13. Taflove A., Hagness S. C. Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method. Third edition. – Boston-London: Artech House, 2005. – 1038 p.
14. Han M., Durron R. W., Fan S. Model dispersive media in Finite-Difference Time-Domain method with complex-conjugate pole-residue pairs // IEEE Microwave Wireless Comp. Lett. – 2006. – Vol. 16, No. 3. – P. 119-121.
15. Smith D. Y., Shiles E. and Inokuti M. The Optical Properties of Aluminum in E. D. Palik (ed.) // Handbook of Optical Constants of Solids. – Orlando: Academic Press, 1985. – P. 369-406.
16. Vial A., Laroche T. Comparison of gold and silver dispersion laws suitable for FDTD Simulations // Appl. Phys. B. – 2008. – Vol. 93, No. 1. – P. 139-143.

**Дослідження резонансів на запертій  
моді з дифракцією світла  
на двoperiodичній планарній структурі  
з асиметричними металевими  
елементами**

**В. В. Хардиков, К. О. Ярко,  
С. Л. Просвірнін**

Чисельно розв'язана задача дифракції плоскої нормально падаючої хвилі на періодичній планарній структурі з двома слабкосиметричними металевими елементами складної форми у квадратній періодичній комірці для оптичного та інфрачервоного діапазонів. Для

розв'язання задачі використовувався псевдо-спектральний метод Фур'є з відображенням разом з методом додаткового диференційного рівняння і полюсною моделлю для опису дисперсії діелектричної проникності металів. Показана можливість формування у структурі резонансу на запертій моді, який є більш добрею ніж резонанс на плазмон-поляритоні у структурах з одним металевим елементом на період. Вперше показано існування вищого резонансу на запертій моді, що має добрею вищу за добрею відповідного основного резонансу.

**Analysis of Trapped-Mode Resonances  
of Light Diffraction by Two-Periodic Planar  
Structure of Asymmetric Metal Elements**

**V. V. Khardikov, E. O. Iarko,  
and S. L. Prosvirnin**

Normally incident wave diffraction by planar periodic structure of two small asymmetrical metal complex-shaped elements has been solved numerically for optical and infra-red ranges. The Fourier mapped pseudospectral time-domain method combined with auxiliary differential equations technique and complex pole model are used for taking into account the dispersion of metal permittivity. The trapped mode resonances forming in structures is shown possible. The Q-factor of this type resonance is higher than that of plasmon-polariton resonance of planar structures of single metal element periodic cell. The existence of higher order trapped mode resonance which Q-factor is greater than the that of corresponding fundamental trapped mode resonance is first shown.