

УДК 519.25

*А.П. Сарычев<sup>1</sup>, Л.В. Сарычева<sup>2</sup>*<sup>1</sup>Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины,  
г. Днепропетровск, Украина<sup>2</sup>Национальный горный университет, г. Днепропетровск, Украина  
Sarychev@prognoz.dp.ua, Sarycheval@nmu.org.ua

## Оценивание качества дискриминантных функций на основе скользящего экзамена

Рассмотрена задача поиска дискриминантной функции оптимальной сложности в условиях неопределенности по составу признаков. Исследован способ скользящего экзамена для сравнения дискриминантных функций, построенных на различных множествах признаков. Получено условие редукции дискриминантной функции оптимальной сложности.

Решение задачи дискриминантного анализа в условиях структурной неопределенности по составу признаков предполагает принятие какого-либо способа сравнения дискриминантных функций (ДФ), построенных на различных множествах признаков. Два способа сравнения популярны в приложениях. Первый способ основан на разбиении наблюдений на обучающие и проверочные подвыборки. В этом способе обучающие подвыборки используются для оценивания коэффициентов ДФ, а проверочные подвыборки – для оценивания ее качества классификации. Второй способ – способ скользящего экзамена, в котором в качестве проверочных выступают наблюдения, поочередно исключаемые из обучающей выборки. В литературе эти способы традиционно трактуются как эвристические приемы, хотя факт существования в них оптимального множества признаков неоднократно подтверждался методом статистических испытаний. В рамках метода группового учета аргументов проведено аналитическое исследование этих двух способов сравнения ДФ [1-4]. Для решения задачи дискриминантного анализа в условиях структурной неопределенности кроме способа сравнения ДФ требуется указать алгоритм генерации различных сочетаний признаков, включаемых в ДФ. Предполагается, что в качестве такового принят полный перебор всех возможных сочетаний признаков.

### Способ сравнения дискриминантных функций на основе скользящего экзамена

Пусть на этапе с номером  $s$  ( $s = 1, 2, \dots, m$ ) алгоритма полного перебора сочетаний признаков в ДФ может быть включено только  $s$  компонент из множества  $X$ , составляющих текущее анализируемое множество  $V$ . Пусть  $V$  соответствуют: 1)  $\mathbf{V}_I$  и  $\mathbf{V}_{II}$  –  $(s \times n_I)$ - и  $(s \times n_{II})$ -матрицы наблюдений из генеральных совокупностей  $P_I$  и  $P_{II}$ ; 2)  $\mathbf{v}_I$  и  $\mathbf{v}_{II}$  –  $(s \times 1)$ -векторы математических ожиданий для наблюдений из  $P_I$  и  $P_{II}$ ; 3)  $\Sigma_V$  – ковариационная  $(s \times s)$ -матрица.

Традиционный способ скользящего экзамена состоит в следующем: а) одно из наблюдений исключается из обучающей выборки; б) это наблюдение классифицируется на основе дискриминантной функции, построенной на выборке обучения без учета ис-

ключенного наблюдения; в) наблюдение возвращается в выборку. Процедура с исключением повторяется для второго наблюдения, третьего и так далее до тех пор, пока все наблюдения будут классифицированы таким способом. Обычно в приложениях оценивается вероятность ошибочной классификации, т.е. подсчитывается число ошибочно классифицированных наблюдений. В отличие от этого традиционного способа в предлагаемом способе вычисляется расстояние

$$D_S^2(V) = \frac{1}{2}(D_{SI}^2(V) + D_{SII}^2(V)), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} D_{SI}^2(V) &= (n_I)^{-1} \sum_{i=1}^{n_I} \frac{\mathbf{d}_{(I,i)}^T (\mathbf{v}_{Ii} - \tilde{\mathbf{v}}_{II})(\mathbf{v}_{Ii} - \tilde{\mathbf{v}}_{II})^T \mathbf{d}_{(I,i)}}{\mathbf{d}_{(I,i)}^T \mathbf{S}_{(I,i)} \mathbf{d}_{(I,i)}} = \\ &= (n_I)^{-1} \sum_{i=1}^{n_I} (\mathbf{v}_{Ii} - \tilde{\mathbf{v}}_{II})^T \mathbf{W}_{(I,i)} (\mathbf{v}_{Ii} - \tilde{\mathbf{v}}_{II}), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} D_{SII}^2(V) &= (n_{II})^{-1} \sum_{j=1}^{n_{II}} \frac{\mathbf{d}_{(II,j)}^T (\tilde{\mathbf{v}}_{I} - \mathbf{v}_{IIj})(\tilde{\mathbf{v}}_{I} - \mathbf{v}_{IIj})^T \mathbf{d}_{(II,j)}}{\mathbf{d}_{(II,j)}^T \mathbf{S}_{(II,j)} \mathbf{d}_{(II,j)}} = \\ &= (n_{II})^{-1} \sum_{j=1}^{n_{II}} (\tilde{\mathbf{v}}_{I} - \mathbf{v}_{IIj})^T \mathbf{W}_{(II,j)} (\tilde{\mathbf{v}}_{I} - \mathbf{v}_{IIj}), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\mathbf{W}_{(I,i)} = \frac{\mathbf{d}_{(I,i)} \mathbf{d}_{(I,i)}^T}{\mathbf{d}_{(I,i)}^T \mathbf{S}_{(I,i)} \mathbf{d}_{(I,i)}}; \quad \mathbf{W}_{(II,j)} = \frac{\mathbf{d}_{(II,j)} \mathbf{d}_{(II,j)}^T}{\mathbf{d}_{(II,j)}^T \mathbf{S}_{(II,j)} \mathbf{d}_{(II,j)}}. \quad (4)$$

В формуле (2) вектор  $\mathbf{d}_{(I,i)}$  представляет собой оценку коэффициентов фишеровской ДФ, рассчитанную без наблюдения с номером  $i$  из первой группы

$$\mathbf{d}_{(I,i)} = \mathbf{S}_{(I,i)}^{-1} (\tilde{\mathbf{v}}_{I(i)} - \tilde{\mathbf{v}}_{II}), \quad (5)$$

где вектор  $\tilde{\mathbf{v}}_{I(i)}$  – оценка математического ожидания  $\mathbf{v}_I$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{I(i)} = (n_I - 1)^{-1} \left( \sum_{h=1}^{n_I} \mathbf{v}_{Ih} - \mathbf{v}_{Ii} \right); \quad (6)$$

вектор  $\tilde{\mathbf{v}}_{II}$  – оценка математического ожидания  $\mathbf{v}_{II}$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{II} = (n_{II})^{-1} \sum_{h=1}^{n_{II}} \mathbf{v}_{IIh}; \quad (7)$$

матрица  $\mathbf{S}_{(I,i)}$  – несмещенная оценка ковариационной матрицы  $\Sigma_V$

$$\mathbf{S}_{(I,i)} = (n_I + n_{II} - 3)^{-1} \left[ \sum_{\substack{h=1 \\ (h \neq i)}}^{n_I} \tilde{\mathbf{v}}_{Ih(i)} \tilde{\mathbf{v}}_{Ih(i)}^T + \sum_{q=1}^{n_{II}} \tilde{\mathbf{v}}_{IIq} \tilde{\mathbf{v}}_{IIq}^T \right], \quad (8)$$

где  $\tilde{\mathbf{v}}_{Ih(i)}$  – наблюдение с номером  $h$  из первой группы, центрированное относительно оценки  $\tilde{\mathbf{v}}_{I(i)}$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{Ih(i)} = \mathbf{v}_{Ih} - \tilde{\mathbf{v}}_{I(i)}, \quad h = 1, 2, \dots, n_I \quad (h \neq i); \quad (9)$$

а  $\tilde{\mathbf{v}}_{IIq}$  – наблюдение с номером  $q$  из второй группы наблюдений, центрированное относительно оценки  $\tilde{\mathbf{v}}_{II}$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{IIq} = \mathbf{v}_{Iq} - \tilde{\mathbf{v}}_{II}, \quad q = 1, 2, \dots, n_{II}. \quad (10)$$

В формуле (3) вектор  $\mathbf{d}_{(I,j)}$  представляет собой оценку коэффициентов фишеровской ДФ, рассчитанную без наблюдения с номером  $j$  из второй группы

$$\mathbf{d}_{(II,j)} = \mathbf{S}_{(II,j)}^{-1} (\tilde{\mathbf{v}}_I - \tilde{\mathbf{v}}_{II(j)}), \quad (11)$$

где вектор  $\tilde{\mathbf{v}}_I$  – оценка математического ожидания  $\mathbf{v}_I$ , вычисляемая аналогично (7); вектор  $\tilde{\mathbf{v}}_{II(j)}$  – оценка  $\mathbf{v}_{II}$ , вычисляемая аналогично (6); матрица  $\mathbf{S}_{(II,j)}$  – несмещенная оценка ковариационной матрицы  $\Sigma_V$ , вычисляемая аналогично (8).

Из формул (1) – (11) следует, что статистика  $D_{SI}^2(V)$  есть не что иное, как взвешенная сумма парных расстояний между наблюдениями первой группы и оценкой математического ожидания  $\mathbf{v}_{II}$  второй группы, а статистика  $D_{SII}^2(V)$  – взвешенная сумма парных расстояний между наблюдениями второй группы и оценкой математического ожидания  $\mathbf{v}_I$  первой группы.

Используя (5) и (11), получаем:

$$D_{SI}^2(V) = (n_I)^{-1} \sum_{i=1}^{n_I} \frac{[(\mathbf{v}_{Ii} - \tilde{\mathbf{v}}_{II})^T \mathbf{S}_{(I,i)}^{-1} (\tilde{\mathbf{v}}_{I(i)} - \tilde{\mathbf{v}}_{II})]^2}{(\tilde{\mathbf{v}}_{I(i)} - \tilde{\mathbf{v}}_{II})^T \mathbf{S}_{(I,i)}^{-1} (\tilde{\mathbf{v}}_{I(i)} - \tilde{\mathbf{v}}_{II})}, \quad (12)$$

$$D_{SII}^2(V) = (n_{II})^{-1} \sum_{j=1}^{n_{II}} \frac{[(\tilde{\mathbf{v}}_I - \mathbf{v}_{IIj})^T \mathbf{S}_{(II,j)}^{-1} (\tilde{\mathbf{v}}_I - \tilde{\mathbf{v}}_{II(j)})]^2}{(\tilde{\mathbf{v}}_I - \tilde{\mathbf{v}}_{II(j)})^T \mathbf{S}_{(II,j)}^{-1} (\tilde{\mathbf{v}}_I - \tilde{\mathbf{v}}_{II(j)})}. \quad (13)$$

Для упрощения дальнейшего анализа будем полагать:  $n_I = n_{II} = n$ . Вычислим математическое ожидание случайной величины  $D_S^2(V)$ .

**Теорема.** Для случайной величины  $D_S^2(V)$  выполняется

$$E\{D_S^2(V)\} = \left( \tau_V^2 - \frac{\tau_V^2 [s - (r-1)/(r-s)] c^{-1}}{(\tau_V^2 + s c^{-1})} - \frac{(n+1)(r-1)}{n(r-s)} \right) \frac{r}{r-s-3}, \quad (14)$$

где  $\tau_V^2 = (\mathbf{v}_I - \mathbf{v}_{II})^T \Sigma_V^{-1} (\mathbf{v}_I - \mathbf{v}_{II})$  – расстояние Махаланобиса для множества  $V$ ;  $r = n_I + n_{II} - 3 = 2n - 3$ ,  $c^{-1} = n^{-1} + (n-1)^{-1}$ .

Справедливость теоремы следует из того, что: 1) наблюдение  $\mathbf{v}_{Ii}$ ,  $\tilde{\mathbf{v}}_I$  – оценка математического ожидания (7) и  $\mathbf{S}_{(I,i)}$  – оценка ковариационной матрицы (8) независимы; 2) наблюдение  $\mathbf{v}_{IIj}$ ,  $\tilde{\mathbf{v}}_{II}$  – оценка математического ожидания и  $\mathbf{S}_{(II,j)}$  независимы; 3)  $\mathbf{S}_{(I,i)}$  и  $\mathbf{S}_{(II,j)}$  – случайные  $(s \times s)$ -матрицы, имеют распределение Уишарта с  $r$  степенями свободы.

**Определение 1.** Оптимальным множеством компонент (признаков) называется множество  $V_{OPT}$ :

$$V_{OPT} = \arg \max_{V \subseteq X} E\{D_S^2(V)\}. \quad (15)$$

**Определение 2.** Оптимальной по количеству и составу компонент называется фишеровская дискриминантная функция, построенная на множестве  $V_{OPT}$ .

Доказано существование оптимального множества признаков в способе скользящего экзамена и сформулированы условия, при выполнении которых оптимальная ДФ упрощается по числу входящих в нее компонент.

С этой целью исследована зависимость  $E\{D_S^2(V)\}$  от состава множества  $V$ . Множество компонент  $X$  может быть разбито на непересекающиеся подмножества

$X = \overset{\circ}{X} \cup \overset{\circ}{R} \cup \overset{\circ}{\tilde{R}} = \overset{\circ}{V} \cup \overset{\circ}{\tilde{R}}$ : 1)  $\overset{\circ}{X} \neq \emptyset$  ( $\emptyset$  – пустое множество) – множество компонент ( $m$  – их число), для математических ожиданий которых выполнено  $\overset{\circ}{\chi}_{Ih} \neq \overset{\circ}{\chi}_{IIh}, h = 1, 2, \dots, m$ ;

2)  $\overset{\circ}{R}$  – множество компонент, для математических ожиданий которых выполнено  $\overset{\circ}{\rho}_{Ih} = \overset{\circ}{\rho}_{IIh}, h = 1, 2, \dots, l$ , где  $l$  – их число, и каждая компонента из множества  $\overset{\circ}{R}$  статистически зависит хотя бы от одной компоненты из множества  $\overset{\circ}{X}$  (множество  $\overset{\circ}{R}$  может быть пустым); 3)  $\overset{\circ}{\tilde{R}}$  – множество компонент, для математических ожиданий которых выполнено  $\overset{\circ}{\tilde{\rho}}_{Ih} = \overset{\circ}{\tilde{\rho}}_{IIh}, h = 1, 2, \dots, \tilde{l}$ , где  $\tilde{l}$  – их число, и каждая компонента из множества

$\overset{\circ}{\tilde{R}}$  статистически не зависит от любой из компонент множества  $\overset{\circ}{X}$  (множество  $\overset{\circ}{\tilde{R}}$  может быть пустым). Сформулированы в виде лемм соотношения между расстоянием Махаланобиса для множества компонент  $\overset{\circ}{V} = \overset{\circ}{X} \cup \overset{\circ}{R}$  и расстоянием Махаланобиса для произвольного текущего анализируемого множества компонент  $V \subseteq X$  [1-4]. Для случая известных параметров генеральных совокупностей из сформулированных лемм следует:

1) любая компонента из множества  $\overset{\circ}{X}$  необходима в том смысле, что ее включение в текущее множество компонент  $V$  увеличивает расстояние Махаланобиса  $\tau_V^2$ ; 2) любая

компонента из множества  $\overset{\circ}{R}$  необходима в том смысле, что ее включение во множество  $V$  увеличивает расстояние Махаланобиса  $\tau_V^2$ ; 3) любая компонента из множества  $\overset{\circ}{\tilde{R}}$  избыточна в том смысле, что ее включение в текущее множество  $V$  не увеличивает расстояния Махаланобиса  $\tau_V^2$ .

компонента из множества  $\overset{\circ}{R}$  необходима в том смысле, что ее включение во множество  $V$  увеличивает расстояние Махаланобиса  $\tau_V^2$ ; 3) любая компонента из множества  $\overset{\circ}{\tilde{R}}$  избыточна в том смысле, что ее включение в текущее множество  $V$  не увеличивает расстояния Махаланобиса  $\tau_V^2$ .

компонента из множества  $\overset{\circ}{R}$  необходима в том смысле, что ее включение во множество  $V$  увеличивает расстояние Махаланобиса  $\tau_V^2$ ; 3) любая компонента из множества  $\overset{\circ}{\tilde{R}}$  избыточна в том смысле, что ее включение в текущее множество  $V$  не увеличивает расстояния Махаланобиса  $\tau_V^2$ .

## Условие редукции (упрощения) оптимальной дискриминантной функции

В практических приложениях параметры генеральных совокупностей, как правило, неизвестны, но могут быть получены как статистические оценки по обучающим выборкам наблюдений ограниченного объема. Известно, что если применить построенное правило классификации к обучающей выборке, то оценка качества распознавания будет завышена по математическому ожиданию по сравнению с той же оценкой на независи-

мых от обучения данных. Способ скользящего экзамена дает незавышенные оценки качества распознавания. Опыт практических применений и тестовые исследования на основе метода статистических испытаний показывают, что в этом способе: 1) с увеличением объема выборок увеличивается количество компонент во множестве, на котором достигается наилучшее качество распознавания, а с уменьшением объема выборок количество компонент в таком множестве уменьшается; 2) с увеличением расстояния Махаланобиса  $\tau_X^2$  между генеральными совокупностями (из которых получены выборки наблюдений) увеличивается количество компонент во множестве, на котором достигается наилучшее качество распознавания, а с уменьшением  $\tau_X^2$  оно уменьшается. Проведенные аналитические исследования объясняют эти эмпирически установленные закономерности.

Сформулируем условие редукции (упрощения) оптимальной ДФ для частного случая независимого признака. Пусть множество  $V$  таково, что выполняется  $\overset{\circ}{X} = V \cup \overset{\circ}{x}$ , где  $\overset{\circ}{x} \in \overset{\circ}{X}$  (в ДФ пропущен один признак). Учитывая (14), получаем

$$\begin{aligned} \Delta(V) &= E\{D_S^2(\overset{\circ}{X})\} - E\{D_S^2(V)\} = \\ &= \left( \tau_{\overset{\circ}{X}}^2 - \frac{\tau_{\overset{\circ}{x}}^2 [m - (r-1)/(r-\overset{\circ}{m})] c^{-1}}{\tau_{\overset{\circ}{x}}^2 + \overset{\circ}{m} c^{-1}} - \frac{(n+1)(r-1)}{n(r-\overset{\circ}{m})} \right) \frac{r}{r-\overset{\circ}{m}-3} - \\ &- \left( \tau_V^2 - \frac{\tau_V^2 [(m-1) - (r-1)/(r-\overset{\circ}{m}+1)] c^{-1}}{\tau_V^2 + (m-1)c^{-1}} - \frac{(n+1)(r-1)}{n(r-\overset{\circ}{m}+1)} \right) \frac{r}{r-\overset{\circ}{m}-2}. \end{aligned} \quad (16)$$

В соответствии с вышеупомянутыми леммами для расстояний Махаланобиса множеств  $V$  и  $\overset{\circ}{X}$  выполняется соотношение:  $\tau_V^2 = \tau_{\overset{\circ}{X}}^2 - \gamma^2$ , где  $\gamma^2 = \sigma_{\overset{\circ}{x}}^2 (\chi_{I} - \chi_{II})^2$  – составляющая расстояния Махаланобиса, обусловленная пропущенным независимым признаком  $\overset{\circ}{x} \in \overset{\circ}{X}$ . С учетом этого, ограничившись точностью  $(1/n)$ , пренебрегая членами порядка  $(1/n^2)$ , получаем

$$\begin{aligned} \Delta(V) &= \frac{r}{r-\overset{\circ}{m}-2} \cdot \frac{1}{\left( \tau_{\overset{\circ}{X}}^2 + \overset{\circ}{m} c^{-1} \right) \left[ \left( \tau_{\overset{\circ}{X}}^2 - \gamma^2 \right) + (m-1)c^{-1} \right]} \cdot \left\{ - \left( \tau_{\overset{\circ}{X}}^2 + \overset{\circ}{m} c^{-1} \right) \cdot (\gamma^2)^2 + \right. \\ &+ \left. \tau_{\overset{\circ}{X}}^2 \cdot \left( \tau_{\overset{\circ}{X}}^2 \cdot \frac{r-\overset{\circ}{m}-4}{r-\overset{\circ}{m}-3} + 2 \overset{\circ}{m} c^{-1} + \frac{2}{r-\overset{\circ}{m}-3} \right) \cdot \gamma^2 - \left( \tau_{\overset{\circ}{X}}^2 \right)^2 \cdot \left( \tau_{\overset{\circ}{X}}^2 \cdot \frac{1}{r-\overset{\circ}{m}-3} + c^{-1} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Величина  $\Delta(V)$  может быть как положительной, так и отрицательной. Если величина  $\Delta(V) > 0$ , то признак  $\overset{\circ}{x}$  необходимо включать в ДФ. Если величина  $\Delta(V) < 0$ , то признак  $\overset{\circ}{x}$  не следует включать в ДФ, поскольку это приведет к уменьшению величины  $D_S^2$ , т.е. добавление признака  $\overset{\circ}{x} \in \overset{\circ}{X}$  не улучшает качество ДФ по рассматриваемому критерию.

Условие  $\Delta(V) < 0$  является условием редукции (упрощения) ДФ, оптимальной по количеству и составу признаков. Это условие представляет собой условие отрицательной определенности квадратичного трехчлена относительно  $\gamma^2$  в фигурных скобках (17). Пороговым значением для  $\gamma^2$ , ниже которого возможна редукция ДФ, является значение:

$$(\gamma^2)_{\text{пор}} = \tau_{\overset{\circ}{X}}^2 \cdot \frac{\left( \frac{\tau_{\overset{\circ}{X}}^2}{\overset{\circ}{X}} + c^{-1} \right)}{\tau_{\overset{\circ}{X}}^2 + m c^{-1}}. \quad (18)$$

На рис. 1 представлены зависимости порогового значения (18) от объема выборки  $n$  для набора расстояний Махаланобиса  $\tau_{\overset{\circ}{X}}^2$  при фиксированном  $m = 6$ .

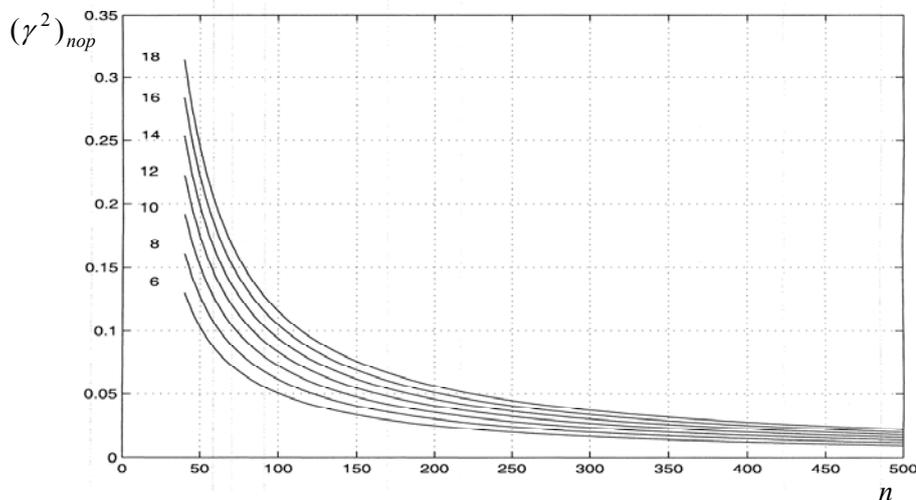


Рисунок 1 – Зависимости порогового значения  $(\gamma^2)_{\text{пор}}$  от объема выборки  $n$

Отметим, что в асимптотике при  $n \rightarrow \infty$  ( $r \rightarrow \infty, c^{-1} \rightarrow 0$ ) условие редукции не выполняется, т.е.  $V_{\text{OPT}} = \overset{\circ}{X}$ .

## Заключение

Обоснован способ скользящего экзамена для сравнения дискриминантных функций в условиях неопределенности по составу признаков. Несмотря на успешное применение этого способа на практике и неоднократное подтверждение его работоспособности методом статистических испытаний, он традиционно считался эвристическим приёмом. Получены условия существования оптимального множества признаков, зависящие от параметров генеральных совокупностей и объемов выборок, и выявлены закономерности упрощения оптимальной дискриминантной функции при уменьшении объемов выборок и при увеличении дисперсий признаков. Показано, что в условиях структурной неопределенности и отсутствия априорных оценок ковариационной матрицы признаков применение этого способа скользящего экзамена позволяет решать задачу поиска дискриминантной функции оптимальной сложности.

## Литература

1. Сарычев А.П. Схема дискриминантного анализа с обучающими и проверочными подвыборками наблюдений / А.П. Сарычев // Автоматика. – 1990. – № 1. – С. 32-41.
2. Мирошниченко Л.В. Схема скользящего экзамена для поиска оптимального множества признаков в задаче дискриминантного анализа / Л.В. Мирошниченко, А.П. Сарычев // Автоматика. – 1992. – № 1. – С. 35-44.
3. Сарычев А.П. Решение задачи дискриминантного анализа в условиях структурной неопределенности на основе метода группового учета аргументов / А.П. Сарычев // Проблемы управления и информатики. – 2008. – № 3. – С. 100-112.
4. Сарычев А.П. Идентификация состояний структурно-неопределенных систем / А.П. Сарычев. – Днепропетровск : Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины, 2008. – 268 с.

## Literatura

1. Sarychev A.P. Avtomatika. № 1. 1990. S. 32-41.
2. Mirosnichenko L.V. Avtomatika. №1. 1992. S. 35-44.
3. Sarychev A. P. Problemy upravlenija i informatiki. № 3. 2008. S. 100-112.
4. Sarychev A.P. Identifikacija sostojanij struktumno-neopredelennyh siste. Dnepropetrovsk : Institut tehniceskoy mehaniki NAN Ukrainy i NKA Ukrainy. 2008. 268 s.

***О.П. Сарычев, Л.В. Сарычева***

### **Оцінювання якості дискримінантних функцій на основі ковзного іспиту**

Розглянуто задачу пошуку дискримінантної функції оптимальної складності в умовах невизначеності за складом ознак. Досліджено спосіб ковзного іспиту для порівняння дискримінантних функцій, що побудовані на різних множинах ознак. Отримано умову редукції дискримінантної функції оптимальної складності.

***A.P. Sarychev, L.V. Sarycheva***

### **Quality of Estimation of Discriminant Functions by Sliding Examination**

The task of search of discriminant function of optimum complexity in conditions of uncertainty on structure of features is considered. The sliding examination for comparison of the discriminant functions constructed on various sets of features is investigated. The condition of a reduction of discriminant function of optimum complexity is received.

*Статья поступила в редакцию 31.05.2011.*