

УДК 004.93'1; 004.932; 528.85/.87(15)

*Л.А. Белозерский, Н.И. Мурашко*

Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, г. Минск  
blzrsk@newman.bas-net.by, mni@newman.bas-net.by

## Закономерности поведения оценок точности полиномиального преобразования геометрической коррекции изображений космической съемки

На основе анализа основных соотношений полиномиального преобразования изображений космической съемки наземных объектов, используемого в процессе их топографической привязки, показана возможность оценок ее точности. Предложена методология соответствующих расчетов и моделирования, позволяющая как выполнять расчеты в конкретных задачах, так и вскрывать пути снижения ошибок, а также получить потенциальные характеристики точности, сняв имеющие место ограничения в распространении достигнутых результатов на любой практически возможный случай.

### Введение

Тематическое использование изображений космической съемки, как правило, имеет целью выяснение положений тех или иных природных или антропогенных образований на поверхности Земли. Для каждого из таких применений допустимые отклонения соответствующих координат от истинных значений могут существенно отличаться. При этом очевидно, что существует целый ряд специфических областей использования результатов дистанционного зондирования Земли, где востребованы наиболее высокие точности знания топографического положения объекта. К ним, например, могут быть отнесены задачи предотвращения или устранения последствий чрезвычайных ситуаций, практика так называемого «точного земледелия», а также такие наиболее критичные к ошибкам топопривязки проблемы, как сопоставление изображений разновременной съемки.

В целом возникновение ошибок привязки изображений спутниковой съемки может быть обусловлено:

- особенностями применяемой аппаратуры съемки земной поверхности;
- способом устранения отличий в пропорциях изображения дистанционной съемки и соответствующего участка земной поверхности.

Ограничения здесь связаны с невозможностью безошибочных знаний параметров внешнего и внутреннего ориентирования аппаратуры в момент съемки. В то же время моделирование полета носителя этой аппаратуры (космического аппарата) и условий съемки с некоторым объемом сопутствующих измерений дает возможность получать координаты привязки с достаточно низкими ошибками [1].

Согласно имеющимся упоминаниям [2-5] «минимальные уровни обработки» космических снимков (например, Ikonos Pro и QuickBird Orthorectified), предлагаемые компаниями-поставщиками, предполагают достижение среднеквадратической ошибки (СКО) их привязки не хуже 5 – 7 м. Однако пользователю придется заплатить за такие снимки цену, превышающую стоимость «сырых» изображений в 2 – 3 раза. Если же вести речь

о снимках, имеющих СКО привязки до 2 – 4 м (уровни обработки Precision, Precision stereo), то соответствующее увеличение достигает уже 6 раз. Причем в ряде случаев для обеспечения указанных точностей ортотрансформированного изображения компанией-поставщиком от пользователя требуется предварительное предоставление реперных (опорных) точек, что наряду с высокой стоимостью еще и существенно удлинит сроки получения материалов съемки [3].

Поэтому рассмотренные особенности позволяют считать [3], что пользователи могут заказать изображения первого уровня (в 5,5 раза дешевле продукта Precision), а дальнейшую обработку произвести самостоятельно. При этом наиболее распространенным в тематической обработке изображений космической съемки является применение полиномиальной геометрической коррекции. Возможности ее достаточно широки в выборе параметров осуществления, что в конечном итоге отражается на степени повышения интересующей точности плоского геометрического сведения сопоставляемых изображений.

В то же время, приступая к такому виду обработки, исполнитель должен иметь не просто представления о характере зависимости ошибок привязки изображений космической съемки от тех или иных факторов, а знания и реализуемые возможности оценок и контроля точностей пространственного преобразования, достигаемых в процессе выполнения этого этапа геометрической коррекции. На создание соответствующих условий и ориентирована настоящая статья.

## 1 Аналитические возможности оценки ошибок полиномиальной геометрической коррекции

В основе полиномиальной геометрической коррекции лежит очевидное преобразование растровых координат изображения в плоскую прямоугольную систему топографических координат:

$$\begin{aligned}\tilde{x}_T &= \tilde{\mathbf{Q}}^T \cdot \mathbf{v}; \\ \tilde{y}_T &= \tilde{\mathbf{W}}^T \cdot \mathbf{v},\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\mathbf{v} = \|1 \ x_p \ y_p \ x_p^2 \ y_p^2 \ x_p \cdot y_p \ x_p^3 \ y_p^3 \ x_p^2 \cdot y_p \ x_p \cdot y_p^2 \dots\|^T$  – вектор, построенный на растровых координатах пикселя изображения, пересчет которых в топографические координаты указанным способом осуществляется (зависит от порядка регрессии);

$x_p, y_p$  – растровые координаты пикселя, топографические координаты которого  $\tilde{x}_T, \tilde{y}_T$  являются конечной целью преобразования;

$\tilde{\mathbf{Q}} = \|\tilde{q}_0 \ \tilde{q}_1 \dots \tilde{q}_{n-1}\|^T$ ;  $\tilde{\mathbf{W}} = \|\tilde{w}_0 \ \tilde{w}_1 \dots \tilde{w}_{n-1}\|^T$  – статистические (в общем случае) оценки коэффициентов полиномиального преобразования.

Следует сразу обратить внимание, что компоненты векторов  $\mathbf{v}$  представляют собой детерминированные значения. В то же время оценки векторов преобразований  $\tilde{\mathbf{Q}}, \tilde{\mathbf{W}}$ , в основе определения которых лежат регрессионные зависимости между растровыми и топографическими координатами реперных точек, определенных на местности с ошибками, являются случайными величинами. Следствие этого – ошибки оценок прямоугольных координат каждого из пикселей изображения  $\tilde{x}_T, \tilde{y}_T$ .

Отсюда согласно (1) дисперсия возникающих ошибок для координаты  $\tilde{x}_T$  (для координаты  $\tilde{y}_T$  аналогична) может быть определена так:

$$D(\tilde{x}_T) = M\left(\left(\Delta\tilde{\mathbf{Q}}^T \cdot \mathbf{v}\right)^T \left(\Delta\tilde{\mathbf{Q}}^T \cdot \mathbf{v}\right)\right) = M\left(\mathbf{v}^T \cdot \Delta\tilde{\mathbf{Q}} \cdot \Delta\tilde{\mathbf{Q}}^T \cdot \mathbf{v}\right) = \mathbf{v}^T \cdot M\left(\Delta\tilde{\mathbf{Q}} \cdot \Delta\tilde{\mathbf{Q}}^T\right) \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v}^T \cdot \|\mathbf{K}\| \cdot \mathbf{v}, \quad (2)$$

где  $\Delta\tilde{\mathbf{Q}}$  – означает разность случайной величины вектора преобразования  $\tilde{\mathbf{Q}}$  и его математического ожидания (центрированный вектор значений);

$\|\mathbf{K}\|$  – ковариационная матрица коэффициентов полиномиального преобразования.

Присутствующая здесь (2) ковариационная матрица полиномиального преобразования согласно [6], [7] выражается следующей зависимостью:

$$\|\mathbf{K}\| = \sigma_{PT}^2 \cdot \|\mathbf{C}\|^{-1}. \quad (3)$$

Здесь  $\sigma_{PT}$  – среднеквадратический разброс ошибок (СКО) прямоугольных координат привязки реперных точек в топографической системе;

При этом сама матрица  $\|\mathbf{C}\|$  в данной задаче строится на основе использовании матрицы предикторных переменных  $\|\mathbf{V}\|$ , представляемой аргументами полиномиального преобразования:

$$\|\mathbf{C}\| = \|\mathbf{V}\|^T \cdot \|\mathbf{V}\|, \quad (4)$$

где  $\|\mathbf{V}\| = \|\mathbf{v}_{p1}^T \quad \mathbf{v}_{p2}^T \quad \mathbf{v}_{p3}^T \quad \dots \quad \mathbf{v}_{pm}^T\|_{m \times n}^T$ ;

$\mathbf{v}_{pi} = \|1 \quad x_{ppi} \quad y_{ppi} \quad x_{ppi}^2 \quad y_{ppi}^2 \quad x_{ppi} \cdot y_{ppi} \quad x_{ppi}^3 \quad y_{ppi}^3 \quad x_{ppi}^2 \cdot y_{ppi} \quad x_{ppi} \cdot y_{ppi}^2 \dots\|^T$  – компонента вектора, построенная на полиномиально представленных предикторах растровых координат  $i$ -й реперной точки ( $i = \overline{1, m}$ ).

В итоге, с учетом (3), дисперсия координат любого пикселя преобразуемого изображения (2) принимает окончательную запись:

$$D(\tilde{x}_T) = \sigma_{PT}^2 \mathbf{v}^T \|\mathbf{C}\|^{-1} \mathbf{v}. \quad (5)$$

Таким образом, последнее выражение позволяет уже более конкретно судить о том, что дисперсии оценок ошибок топопривязки координат геометрически преобразованного изображения  $D(\tilde{x}_T), D(\tilde{y}_T)$  зависят явно от дисперсии реперных точек ( $\sigma_{PT}^2$ )<sup>1</sup> и неявно

– от порядка полиномиального преобразования, соответствующего степени искажений изображения при съемке (через растровые координаты расставленных реперных точек);

– от числа реперных точек, формирующих матрицу предикторных переменных  $\|\mathbf{V}\|$  и через нее – матрицу  $\|\mathbf{C}\|$ ;

– от значений растровых координат, определяющих матрицу  $\|\mathbf{C}\|$ , а следовательно, от расстановки реперных точек.

Отсюда очевидна возможность получения соответствующих количественных данных при любых сочетаниях параметров явных и неявных связей.

## 2 Представления о системе исходных данных, действиях, моделировании и решаемых задачах

Создание представлений о величинах ошибок и определяющих их факторах обеспечивает построение системы задания данных, взаимосвязанных расчетов и моделирования, основанное на варьировании условий и параметров реализации выражения (5). Структурная схема такой системы может быть представлена, как показано на рис. 1.

<sup>1</sup> Здесь без ущерба для общности считаем  $\sigma_{PT}^2 = \sigma_{xPT}^2 = \sigma_{yPT}^2$ .

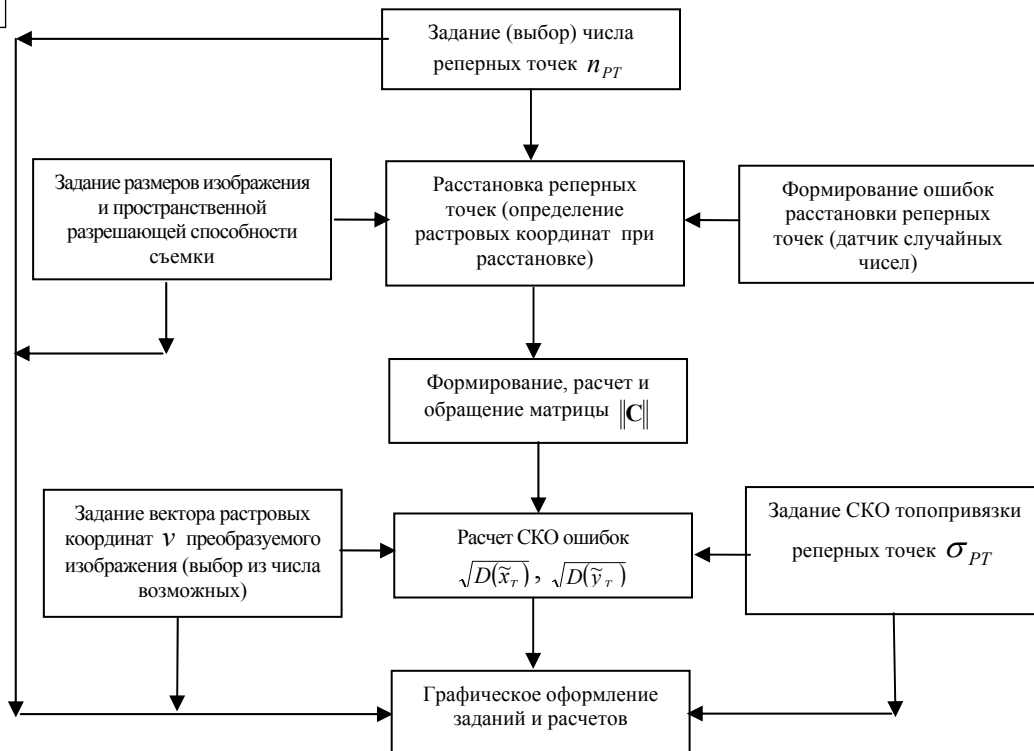


Рисунок 1 – Структурная схема системы задания, расчетов и моделирования в оценке ошибок топопривязки пространственно преобразованного изображения

Рассмотренная структурная схема определяет полный перечень исходных данных в комбинации с взаимосвязанными действиями, обеспечивающими оценку точности привязки любой точки реального изображения космической съемки. Получаемые здесь ошибки – это результат полиномиальной пространственного преобразования для заданной расстановки реперных (опорных) точек, их числа и точностей топопривязки. Причем, располагая точно известными характеристиками перечисленных данных, модель оказывается полностью идентифицированной для достижения указанной цели. Соответствие натуре при этом обеспечивает, как использование одних и тех же данных непосредственно для геометрической коррекции и ее моделирования, так и применение единой для них аналитической основы в преобразованиях координат и в определении ошибок. Естественно, что указанное соответствие (в том числе и при статистическом задании ошибок) сохраняется в случаях необходимости решения задач не только конкретного расчета, но и определения путей улучшения результата и поиска закономерностей при изменении:

- размеров изображения;
- пространственной разрешающей способности съемки;
- растровых координат расстановки реперных точек;
- точностных характеристик топографического позиционирования реперных точек;
- случайных ошибок расстановки реперных точек при их интерактивном размещении на изображении относительно мест точного положения на местности.

То есть, изменяя в интересующих пределах перечисленные параметры, можно оценивать реакцию на них ошибок привязки геометрически корректируемого изображения космической съемки во всем факторном пространстве внешних воздействий, определяемых вышеприведенным перечнем. Остается понять, насколько индивидуальны получаемые реакции в каждой конкретной комбинации приведенных параметров, что и позволяют выполнить имитационное моделирование любой практически имеющей место ситуации согласно приведенной схеме (рис. 1).

### 3 Расчет параметров, его ограничения и общие закономерности

Оценка ошибок геометрической коррекции изображения космической съемки требует некоторой начальной определенности параметров. Для конкретизации последующего анализа поведения определяемых характеристик используем следующий пример:

- размеры изображения  $N_G \times N_H = 2000 \times 2000$  пикселей;
- пространственная разрешающая способность съемки 5 м;
- расстановка реперных точек – геометрически равномерная;
- ошибки расстановки отсутствуют;
- порядок регрессии топографических координат по предикторам растровых координат.

На рис. 2 в условиях указанных ограничений приведено семейство зависимостей СКО ( $\sigma_{x_{00}} = \sqrt{D(\tilde{x}_T)}$  или  $\sigma_{y_{00}} = \sqrt{D(\tilde{y}_T)}$ ) топографической привязки северо-западного угла геометрически откорректированного изображения  $X_{00}, Y_{00}$  для первого и второго порядков регрессии. При этом количественно отличающиеся наборы реперных точек ( $n_{РТ} = 5, 10, 15, 20, 25, 30$ ) и среднеквадратические точности позиционирования каждой из них (1, 2 и 5 м) выбраны произвольно<sup>1</sup>.

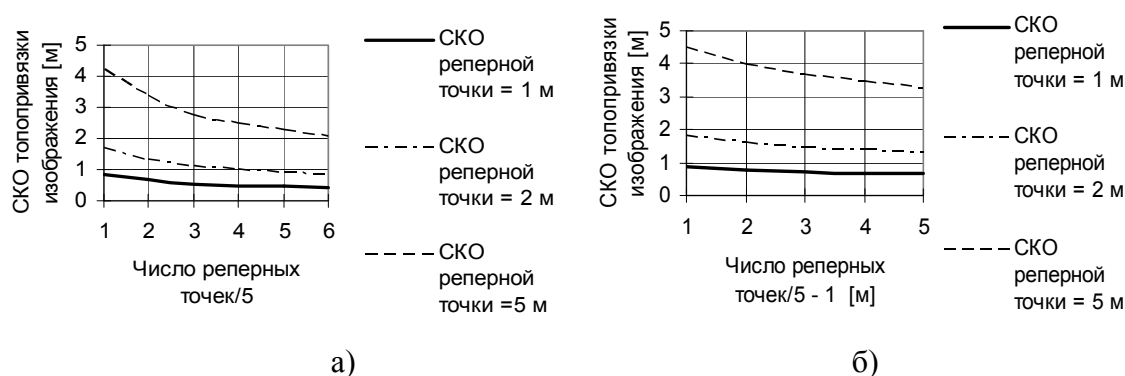


Рисунок 2 – СКО топопривязки преобразованного изображения для отличающегося числа и точностей определения координат реперных точек: а) для линейной регрессии, б) для квадратичной регрессии

Приведенные результаты, прежде всего, демонстрируют, что для линейной регрессии среднеквадратический разброс рассматриваемой ошибки снижается практически вдвое в принятом диапазоне изменений числа реперных точек при любой из точностей их топографического позиционирования. В то же время для регрессии второго порядка такого влияния числа реперных точек на ошибку привязки изображения не наблюдается при более высоком ее относительном уровне.

На первый взгляд, полученные оценки кажутся ограниченными, характерными, прежде всего, для приведенного случая в силу единственности размера изображения, заданного для моделирования.

<sup>1</sup> Произвольный характер выбора объема первоначальных оценок обусловливался необходимостью наблюдения имеющих место закономерностей при всегда имеющей здесь место возможности дополнить состав реперных точек и задать интересующие дополнительно ошибки их топопривязки на местности.

Однако вопреки этому, повторяя расчеты, но при увеличении изображения (с соответствующим изменением координат реперных точек), например, в 10 раз (то есть до  $20000 \times 20000$  пикселей), достаточно просто обнаружить, что точности привязки остаются теми же, что и приведены на рис. 2. Причем к такому же результату приходим и с уменьшением изображения. Одновременно с равным успехом к нему же ведут отличающиеся изменения размеров его по каждой из координат.

Объяснение получаемого результата следует из пропорциональности определителя ( $D$ ) матрицы  $\|C\|$  (4) и ее алгебраического дополнения  $A_{11}$  размеру изображения. В результате компонента обращенной матрицы  $\|C\|$  не изменяет своего значения:  $c_{11}^{-1} = A_{11} / D = const$ .

При этом вектор растровых координат точки привязки изображения (северо-западный угол изображения) выглядит для линейной и квадратичной регрессии достаточно просто:

$$\mathbf{v} = \|1 \ 0 \ 0\|^T \quad \text{и} \quad \mathbf{v} = \|1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0\|^T.$$

Соответственно среднеквадратическая ошибка топопривязки согласно (5) окажется одинаковой для любого увеличения изображения и равной:

$$\sigma_{x_{00}} = \sigma_{PT} \sqrt{\mathbf{v}^T \|C\|^{-1} \mathbf{v}} = \sigma_{PT} \sqrt{C_{11}}.$$

Наряду с установленной особенностью преобразования координат легко убедиться, что увеличение или уменьшение пространственной разрешающей способности съемки при постоянном размере изображения не оказывает никакого влияния на относительное расположение расставленных реперных точек, а значит, и на проведенные оценки. Эти изменения в анализируемом преобразовании оказываются равносильны изменениям размеров изображения.

В результате можно считать, что первое и второе из введенных начальных ограничений моделирования, связанные с выбором геометрических параметров изображения и разрешающей способности, могут быть сняты, а полученные зависимости точностей привязки пространственно преобразуемого изображения (рис. 2) следует относить к неизменным характеристикам, потенциально достигаемым (оценка снизу) для любого по размерам изображения, для любой разрешающей способности. Пропорционально увеличивая или уменьшая изображение (до реально полученных размеров в космической съемке), в любом практически имеющем место случае заданных величин<sup>1</sup>  $\sigma_{PT}$  при соответствующем изменении координат идеально расставленных реперных точек приходим к тем же зависимостям потенциальной точности привязки.

Несмотря на такие преимущества, рассмотренные характеристики все-таки касаются оценки только нижней границы ошибок. Само появление приведенного выше определения «потенциальная точность» обусловлено здесь тем, что «чистая» равномерность расстановки реперных точек может быть обеспечена только при моделировании. Практическое достижение такого же качества подготовки геометрической коррекции реальных изображений космической съемки оказывается невозможным. Здесь при стремлении к желаемой равномерности начинает играть роль сложность выбора достаточного числа характерных мест расстановки реперных точек, не говоря уже о невозможности топопривязки их в каждом из заранее выбранных мест.

<sup>1</sup> В силу незначительности принятого здесь для моделирования диапазона изменений СКО топопривязки реперных точек возможно также ошибочное отнесение результатов, полученных на рис. 2, к трудностям пространства их на любой практически имеющий место случай противоречит выражению (5). Пропорционально увеличивая или уменьшая приведенные значения  $\sigma_{x_{00}} = \sqrt{D(\tilde{x}_r)}$  в число раз, в которое отличается реально интересующее значение  $\sigma_{PT}$  от моделируемых, легко удовлетворить любые потребности.

Являясь ориентиром при организации обработки реальных изображений космической съемки и пределом в их привязке, потенциальная точность не исключает оценку реально достигаемых значений ошибок. Для практически имеющих место расстановок реперных точек ничто не препятствует их определению на основе использования той же, уже рассмотренной методологии.

Таким образом, сняв предшествующие ограничения, пока остается необходимым считаться с очередным из перечисленных в начале раздела ограничений: моделирование выполнялось в предположении, что ошибки расстановки реперных точек отсутствуют.

Насколько серьезно такое допущение, позволяет установить теперь уже статистическое моделирование, предусмотренное согласно структурной схеме рис. 1. Для этого достаточно задействовать датчик случайной расстановки реперных точек оператором. Причем в качестве закона распределения соответствующих ошибок оператора можно принять равномерное распределение в диапазоне его способностей. Выбирая для исследований два крайне возможных диапазона этих ошибок ( $\pm 100$  пикселей – недостаточно внимательный оператор и  $\pm 3$  пикселя – аккуратный оператор), удастся проследить интересные закономерности.

Согласно изложенным условиям на рис. 3 приведена статистически полученная выборка среднеквадратических ошибок (СКО) привязки изображения космической съемки при расстановке 10 реперных точек с точностью знания их положения на местности  $\sigma_{PT} = 1\text{ м}$ .

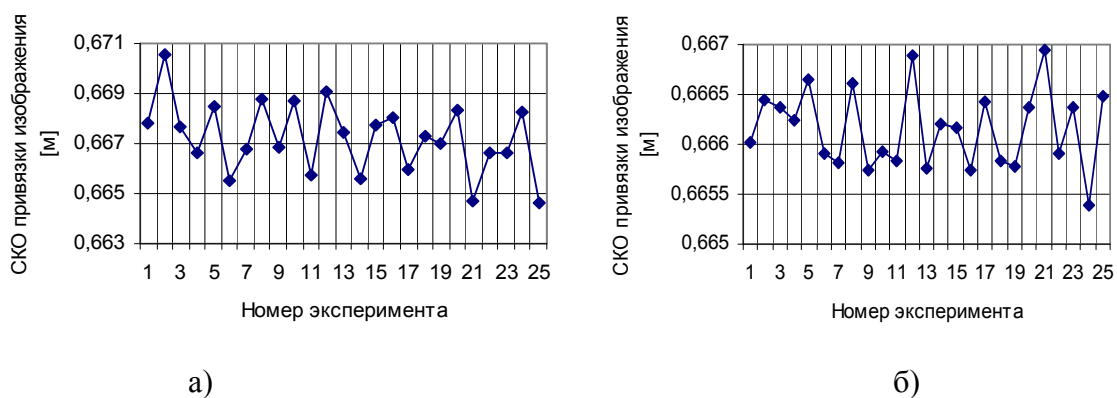


Рисунок 3 – Реализации СКО привязки изображения при растровой расстановке 10 реперных точек с ошибками: а)  $\pm 100$  пикселей; б)  $\pm 3$  пикселя)

Качественно оценивая один и другой результат, можно отметить, что относительно ошибки привязки изображения 0,667, достигаемой при точной расстановке 10 реперных точек с  $\sigma_{PT} = 1\text{ м}$  (рис. 2а), разброс, обуславливаемый неточностями операторов в их практической работе по ручной расстановке, незначителен.

В табл. 1 для тех же исходных данных по разрешающей способности и точности топографического позиционирования реперных точек сведены статистические оценки привязки геометрически преобразованного изображения в диапазонах ошибок расстановки, более приемлемых для практики.

Как можно увидеть по приведенным данным (рис. 2, табл. 1), неточность растровой расстановки заданного числа реперных точек с ростом ошибок оператора растет не существенно. Отклонения от математического ожидания при возрастании диапазона ошибок расстановки от  $\pm 3$  до  $\pm 30$  пикселей составляют 0,2% – 2%.

Таблица 1

Диапазон ошибок расстановки реперных точек [пикселей]	Математическое ожидание СКО привязки [м]	Среднеквадратический разброс СКО привязки [м]	Интервал практически возможных значений точности привязки (по выборке) [м]
- 30 ÷ +30	0,667	0,0044	0,656 ÷ 0,675
- 20 ÷ +20	0,667	0,0028	0,661 ÷ 0,672
- 10 ÷ +10	0,667	0,0013	0,663 ÷ 0,668
- 3 ÷ +3	0,667	0,0004	0,665 ÷ 0,667

Здесь же следует обратить внимание на то, что, как показывает моделирование, изменения разрешающей способности для того же диапазона операторских ошибок расстановки реперных точек не сказывается на ошибках топопривязки изображения космической съемки.

Таким образом, и начальное ограничение в рассмотренном моделировании, состоящее в отказе от учета ошибок расстановки реперных точек, оказывается допустимым, если не предполагать их необоснованно большими. Например, имея дело со случаем, когда ширина проезжей части пересекающихся дорог составляет 8 м, при желании установить реперную точку в центре их перекрестка, хорошо отображаемого космическим снимком с пространственной разрешающей способностью 1 м, ошибка установки практически никогда не превысит 2 – 3 пикселя. Но даже необоснованно выставляя эту точку на краю одной из дорог, хотя и в районе пересечения вместо естественного стремления к центру, придется иметь дело с максимально возможной ошибкой всего в 4 пикселя. При равной тщательности расстановки других реперных точек это не приведет к ухудшению ошибки привязки геометрически скорректированного изображения (рис. 2) более, чем на 0,2%.

Аналогично обстоит дело и при ухудшении разрешающей способности. Если в отличие от предшествующего случая интересующее пересечение дорог выглядит всего лишь как пересечение линий, то в качестве места установки реперной точки не может быть принят другой пиксель, кроме того, в пределы которого это пересечение попадает.

## 4 Точность геометрической коррекции и степень равномерности расстановки реперных точек

Возвращаясь к вопросу равномерности расстановки реперных точек, придется подчеркнуть, что в качестве действий по преодолению ограниченности моделирования в соответствующем случае предлагалось выполнение отдельного расчета согласно рассмотренной модели для реально имеющих место условий геометрической коррекции. При этом, как следует из рис. 2, точность топографической привязки изображений может быть повышена увеличением числа реперных точек и снижением ошибок определения их положений на местности. Такой путь, как можно было понять, часто более сложен, чем стремление к равномерной расстановке.

Здесь приходится обратить внимание, что рассмотренная методология подготовки данных, расчетов и моделирования наряду с перечисленными способами приближения к желаемой точности геометрической коррекции открывает одновременно и возмож-



ности для изменения расстановки реперных точек. К открытию ее приводят попытки варьирования расположением реперных точек в пределах изображения, а соответственно на отображаемой части земной поверхности, с оценками точности линейной регрессии.

В процессе исследования различных вариантов моделирования может оказаться, что и реально неравномерное расположение реперных точек в некоторых случаях обеспечивает ту же потенциальную точность привязки северо-западного угла изображения. В частности этому соответствует сосредоточение реперных точек в непосредственной близости от указанного угла, в то время как в остальной части изображения они вообще не расставлялись. То есть графики зависимостей  $\sigma_{x_{00}}(\sigma_{PT}, n_{PT})$  в таком случае остаются теми же, что и приведены на рис. 2.

Для расширения представлений о таких ситуациях следует не ограничивать интересы оценки точности топографической привязки единственной рассмотренной точкой изображения  $(X_{00}, Y_{00})$ , играющей важную роль в его применении, а распространить расчет на все пространство изображения. В результате можно обнаружить закономерные изменения точностей привязки изображения космической съемки по всей его площади. Так, на рис. 4 приведены ошибки топографической привязки сетки пикселей изображения, полученные моделированием линейной регрессии для 10 равномерно расставленных реперных точек и  $\sigma_{PT} = 1\text{ м}$ .

Получаемая поверхность ошибок в физической аналогии представляет собой «платок, подвешенный закреплением его на равных высотах за четыре угла». Причем вертикально вниз от каждой точки закрепления располагаются углы рассматриваемого изображения, занимающего горизонтальную часть рисунка.

Здесь можно увидеть, что максимальная точность привязки, обеспечиваемая геометрической коррекцией, достигается в точке максимального провисания «платка», совпадающей с центром изображения (0,33 м), в то время как значение 0,67 м, приведенное на рис. 2 для одного указанного выше угла, характерно и для всех его угловых положений («высоты закрепления»).

Причем, увеличивая число реперных точек, принимающих участие в такой оценке, придется увидеть, что представленная на рис. 4 поверхность перемещается вниз по оси Z (уменьшаются высоты точек закрепления «платка» и точки его максимального провисания, соответствующие ошибкам топопривязки).

Тем самым отражается повышение точностей для каждого из угловых положений изображения и, в частности, центра его.

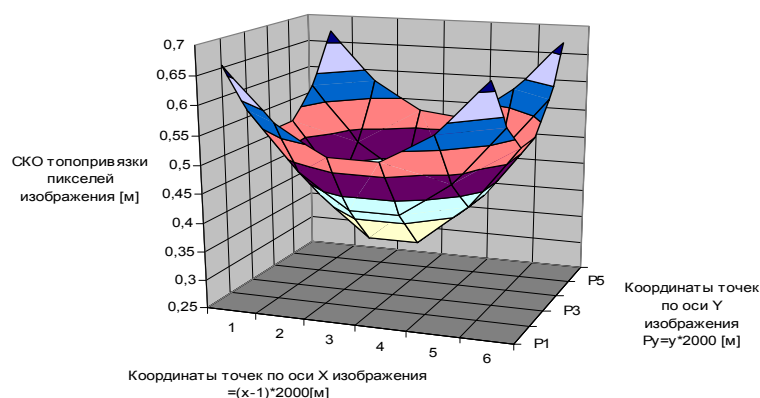


Рисунок 4 – Среднеквадратические ошибки топопривязки сетки пикселей изображения при равномерной расстановке 10 реперных точек ( $\sigma_{PT} = 1\text{ м}$ )

Закономерность такого поведения оценок на сетке пикселей легко проверяется теоретически, если попытаться определить экстремум среднеквадратической ошибки топографических координат как функции растровых координат, представляемой выражениями (2) или (4), в плоскости изображения:

$$\frac{\partial}{\partial x_p} D(\tilde{x}_T) = 0; \quad \frac{\partial}{\partial y_p} D(\tilde{x}_T) = 0.$$

Тогда с учетом особенностей обращенных матриц  $\|C\|$  для первого порядка регрессии в соответствии с приведенными экспериментальными данными получим, что экстремум соответствует минимуму СКО и достигается в точке с растровыми координатами, определяемыми через коэффициенты корреляции, как составляющие ковариационной матрицы  $\|K\|$  (2):

$$x_p^{\min} = \arg \min_{x_p} D(\tilde{x}_T) = -\frac{K_{12}}{K_{22}}; \quad y_p^{\min} = \arg \min_{y_p} D(\tilde{x}_T) = \frac{K_{13}}{K_{33}}.$$

При конкретных значениях коэффициентов корреляции линейной регрессии, получаемых в процессе моделирования, и равномерной расстановке реперных точек используемого изображения  $10000 \times 10000$  м получим:

$$x_p^{\min} = -5000 \text{ м}; \quad y_p^{\min} = 5000 \text{ м}.$$

Теперь можно воспользоваться моделированием для объяснения упомянутой выше ситуации сохранения потенциальной точности  $\sigma_{X_{00}}$ ,  $\sigma_{Y_{00}}$  при группировании реперных точек в пределах некоторой части изображения, примыкающей к северо-западному углу его. В частности, для этого при моделировании достаточно уменьшить, например, в 2 раза значения заданных координат реперных точек (равномерного размещения) при сохранении размеров моделируемого изображения.

В результате такого действия область расстановки реперных точек окажется занимающей левую верхнюю часть пространства изображения, составляя четверть его, в пределах которой те же 10 реперных точек размещаются по-прежнему равномерно. Соответственно этому на рис. 5 приведены ошибки топографической привязки сетки пикселей всего изображения.

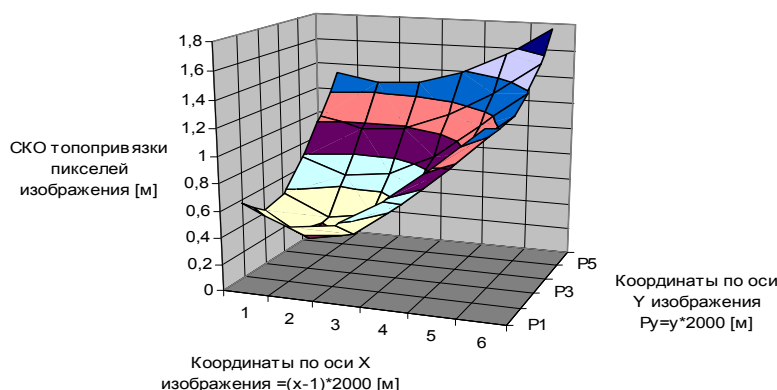


Рисунок 5 – Среднеквадратические ошибки топопривязки сетки пикселей при сосредоточенной равномерной расстановке 10 реперных точек в левой верхней четверти изображения ( $\sigma_{PT} = 1$  м)

Приведенные результаты в отличие от предшествующего случая позволяют обнаружить, что «платок» оказывается подвешенным за углы на отличающихся высотах. То есть – среднеквадратическая ошибка топопривязки северо-западного угла изображения (левый передний угол поверхности на рис. 5) сохранила свое значение ( $\sigma_{x_{00}} = 0,67$  м), соответствующее равномерной расстановке реперных точек в пределах всего изображения (рис. 4);

- среднеквадратические ошибки других угловых положений изображения существенно возросли и отличаются между собой;
- минимальная ошибка топопривязки сохранила свое значение (0,33 м);
- местоположению минимальной ошибки соответствуют растровые координаты изображения  $x_p^{\min} = -2500$  м;  $y_p^{\min} = 2500$  м.

Более тщательное изучение рассматриваемого результата дает возможность увидеть:

- минимальная ошибка топопривязки (0,33 м) соответствует не центру всего изображения, а центру области сосредоточения равномерно распределенных реперных точек ( $5000 \times 5000$  м);
- на углах полученной здесь области сосредоточения реперных точек ошибки топографической привязки пикселей равны между собой и их СКО составляет 0,67 м, как это было для всего изображения при равномерной расстановке реперных точек в его пределах.

На основе полученных результатов придется вспомнить, что полиномиальная аппроксимация зависимости между растровыми и топографическими координатами для регрессии первого порядка строится на данных области расстановки реперных точек. Полиномиальное определение координат каждой точки изображения по восстановленной указанным образом регрессии представляет собой интерполяцию. При ее выполнении достигается минимум ошибки в центре этой области и равные значения в равноудаленных и симметричных относительно центра точках. Чем более удалены такие точки, тем больше СКО их привязки.

Центр, определяемый по минимуму ошибки интерполяции, всегда соответствует центру области равномерной расстановки.

В случае, если область равномерной расстановки реперных точек по занимаемой площади меньше площади изображения, то для определения ошибок привязки точек изображения, лежащих вне указанной области, полиномиальная интерполяция переходит в экстраполяцию с естественным ростом ошибок.

Таким образом, с какой бы расстановкой реперных точек ни пришлось иметь дело, определение соответствующего центра (по минимуму ошибки привязки сетки пикселей изображения) и его смещения относительно истинного центра интересующего изображения для регрессии первого порядка позволяет:

- установить степень равномерности имеющей место расстановки в пределах всего изображения;
- дополнить имеющийся состав реперных точек для достижения большей равномерности;
- сопоставляя ошибки привязки углов изображения с потенциально возможными, определить степень удаления области расстановки от соответствующих углов изображения.

## Заключение

Предпринятый в статье поиск закономерностей поведения ошибок полиномиальной коррекции изображения космической съемки основывался на расчетах и моделировании таких оценок во всем факторном пространстве изменений соответ-

ствующих внешних воздействий. Предложенная методика оценки ошибок полиномиального преобразования координат открыла возможности углубленного анализа причин их возникновения, наглядно и количественно демонстрируя их связи с такими факторами, как

- число реперных точек, участвующих в восстановлении регрессионной зависимости между растровой и топографической системами координат;
- точности привязки координат реперных точек в топографической системе;
- порядок регрессии связи топографических координат точек изображения с их растровыми координатами;
- степень равномерности распределения реперных точек на изображении, соответствующем отображаемому участку земной поверхности.

В процессе исследований, результаты которых приводятся в статье, для каждого порядка регрессии установлена независимость потенциальной точности топографической привязки координат изображений космической съемки от

- размеров изображения;
- разрешающей способности космической съемки;
- ошибок растровой расстановки реперных точек на изображении космической съемки.

На основе исследования результатов моделирования предлагается методология, позволяющая пользователю в процессе тематической обработки данных космической съемки:

- располагать заранее детерминированными графическими или табличными данными для оценки возможного нижнего предела ошибок (потенциальная точность) привязки полиномиально преобразуемого изображения применительно к его параметрам;
- получать оценки ошибок топопривязки геометрически трансформированных изображений космической съемки для реального числа, заданной расстановки реперных точек и знаний ошибок их положений на местности;
- определять требуемые ошибки позиционирования на местности и количество используемых реперных точек при необходимости повышения точности привязки изображений космической съемки;
- оценивать равномерность расстановки реперных точек и при необходимости повышения точности привязки изображения корректировать ее на основе оценки ошибок топографической привязки сетки пикселей изображения в целом.

## Литература

1. Болсуновский М.А. Геометрическая коррекция данных со спутника QUICKBIRD / М.А. Болсуновский // Компания «СОВЗОНД» 2006-03-12 [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.sovzond.ru/dzz/publications/542/3072.html>.
2. Фрейзер К. Перспективы использования данных со спутников IKONOS и QuickBird для создания картографической продукции / К. Фрейзер // Австралия. Университет Мельбурна [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.sovzond.net/articles/article\\_cartog.html](http://www.sovzond.net/articles/article_cartog.html).
3. Бехдиниан Б. Создание ортоисправленных изображений со спутника IKONOS на основе ЦМР со спутника SPOT. (Перевод компании «СОВЗОНД») / Б. Бехдиниан // Иранский центр дистанционного зондирования Земли [Электронный ресурс]. – Режим доступа : [http://www.sovzond.net/articles/article\\_orto.html](http://www.sovzond.net/articles/article_orto.html).
4. Болсуновский М.А. Перспективные направления развития дистанционного зондирования Земли из космоса / М.А. Болсуновский // Компания «СОВЗОНД» 2010-28-12 [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.sovzond.ru/dzz/publications/540/3239.html>.
5. Лавров В.В. Космические съемочные системы сверхвысокого разрешения / В.В. Лавров // ГИА «ИнноТер» [Электронный ресурс]. – Режим доступа : [http://www.innoter.com/articles/imaging\\_systems](http://www.innoter.com/articles/imaging_systems).
6. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений / Ю.В. Линник. – М. : ГИФМЛ, 1962. – 350 с.

7. Дрейпер Норманн Р. Прикладной регрессионный анализ / Н.Р. Дрейпер, Г. Смит ; пер. с англ. – [3-е изд.]. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2007. – 912 с.
8. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс ; [пер. с англ. ; под ред. П.А. Чочиа]. – М. : ТЕХНОСФЕРА, 2006. – 1072 с.
9. Белозерский Л.А. Особенности полиномиальной геометрической коррекции применительно к задачам анализа изображений разновременной космической съемки / Л.А. Белозерский, Н.И. Мурашко, Д.С. Сущеня // Искусственный интеллект. – 2010. – № 3. – С. 299-311.

## Literatura

1. Bolsunovskij M.A. Geometricheskaja korekcija dannyh so sputnika QUICKBIRD. <http://www.sovzond.ru/dzz/publications/542/3072.html>
2. Frejzer K. Perspektivy ispol'zovanija dannyh so sputnikov IKONOS i QuickBird dlja sozdanija kartograficheskoy produkcii. [http://www.sovzond.net/articles/article\\_cartog.html](http://www.sovzond.net/articles/article_cartog.html)
3. Behdinian B. Sozdanie ortoispavlennyh izobrazhenij so sputnika IKONOS na osnove CMR so sputnika SPOT. [http://www.sovzond.net/articles/article\\_orto.html](http://www.sovzond.net/articles/article_orto.html)
4. Bolsunovskij M.A. Perspektivnye napravlenija razvitija distancionnogo zondirovanija Zemli iz kosmosa. <http://www.sovzond.ru/dzz/publications/540/3239.html>
5. Lavrov V.V. Kosmicheskie s"emochnye sistemy sverhвысокoго razreshenija. [http://www.innoter.com/articles/imaging\\_systems](http://www.innoter.com/articles/imaging_systems)
6. Gonsales R. Cifrovaja obrabotka izobrazhenij. M. : TEHNOSFERA. 2006. 1072 s.
7. Belozerskij L.A. Iskusstvennyj intellect. № 3. 2010. S. 299-311.
8. Linnik Ju.V. Metod naimen'shih kvadratov i osnovy teorii obrabotki nabljudenij. M.: GIFML. 1962. 350 s.
9. Drejper N.R. Prikladnoj regressionnyj analiz M.: Izdatel'skij dom "Vil'jams". 2007. 912 s.

*Л.А. Білозерський, М.І. Мурашко*

### **Закономірність поведінки оцінок точності поліноміального перетворення геометричної корекції зображень космічної зйомки**

На основі аналізу основних співвідношень поліноміального перетворення зображень космічної зйомки наземних об'єктів, використовуваних в процесі їх топографічної прив'язки, показана можливість оцінок її точності. Запропонована методологія відповідних розрахунків і моделювання, що дозволяє як виконувати розрахунки в конкретних завданнях, так і розкривати шляхи зниження помилок, а також отримувати потенційні характеристики точності, знявши обмеження, що мають місце, в поширенні досягнутих результатів на будь-який практично можливий випадок.

*L.A. Belozerskij, N.I. Murashko*

### **Regularity of Behavior of Accuracy Estimation at Polynomial Transformation of Image Space Survey Geographic Correlation**

On the basis of analysis of the basic proportion of polynomial transformation of images of space survey of the land objects, which is used during the process of the topographic reference of these objects, possibility of accuracy estimations is shown. The methodology of special calculations and modeling for practical calculation, for error reduction and also for getting potential characteristics of accuracy is offered. Thus the restriction in dissemination of the achieved results in any possible situation is removed.

*Статья поступила в редакцию 31.05.2011.*