УДК 004.31, 538.945, 530 145

А.К. БЕЛЯЕВ, В.П. КЛИМЕНКО

О ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ АБСТРАКТНОГО РЕГИСТРА

Анотація. *Розглядаються властивості фізичної моделі опису кристалічних структур та системи перетворень абстрактного регістра. Показано можливість проведення геометричної класифікації системи перетворень на основі груп симетрії кристалічних ґраток.*
Ключові слова: *нанотехнології, кристалічна гратка, абстрактна модель обчислень, метрична геометрія, геометрична класифікація.*

Аннотация. *Рассматриваются свойства физической модели описания кристаллических структур и системы преобразований абстрактного регистра. Показывается возможность проведения геометрической классификации системы преобразований на основе групп симметрии кристаллических решеток.*
Ключевые слова: *нанотехнологии, кристаллическая решетка, абстрактная модель вычислений, метрическая геометрия, геометрическая классификация.*

Abstract. *The properties of physical describing crystalline structure models and transformations abstract-register systems are considered. The possibility to provide the geometric classifications of the transformations system based on the crystal lattices symmetry groups is shown.*
Keywords: *nanotechnology, crystal lattice, abstract computational model, metrical geometry, geometry classification.*

1. Введение

В настоящее время нанотехнологии занимают все более широкие области технических приложений, в том числе и в области создания вычислительных средств на наноразмерном и атомном уровнях строения вещества.

Физические модели образования наноструктур разрабатываются в разделах физики твердого тела [1] и касаются как геометрических форм, так и структурной организации нанообъектов. Физическое описание кристаллических нанообъектов строится по некоторой идеализированной схеме (модели) образования кристаллических структур: “кристаллическая структура = кристаллическая решетка + базис”.

Для кристаллических структур разработана геометрическая классификация на основе анализа симметрии кристаллов для различного типа кристаллических решеток в плоскости и пространстве. Кристаллическая решетка описывает геометрию наноструктуры, тогда как базис образует некоторую функциональную часть в виде совокупности атомов кристаллического вещества.

В области вычислений также известен ряд абстрактных моделей, например, модели Тьюринга, фон Неймана и др., которые, однако, не связываются с физическими моделями и поэтому не могут быть адекватны физической модели – образования и взаимодействия наноструктур. Отсутствие такой связи затрудняет реализацию известных абстрактных моделей в наноструктурах.

В качестве абстрактной модели для описания вычислений в наноструктурах может быть предложена система преобразований абстрактного регистра [2], в которой возможна как геометрическая [3], так и логическая интерпретация вычислений [4, 5]. Это позволяет описывать общие свойства физической и предложенной абстрактной моделей в терминах вычислений.

В данной работе предлагается некоторый подход к геометрической классификации системы обратимых преобразований абстрактного регистра на основе построения и анализа плоских решеток, представленных средствами метрической геометрии [6]. Построения проводятся в симметрической группе преобразований [7].

2. Построение геометрической модели

В работе [3] разрабатывается методика построения конечных групповых плоскостей метрической геометрии путем анализа цепей инвариантных групп в системе преобразований абстрактного регистра. В рассматриваемой геометрии первичные объекты (прямые и точки) представляются инволютивными элементами, которые являются образующими геометрических групп. Возможность проведения геометрической классификации преобразований покажем на примере минимальной групповой плоскости, описанной в [3, 6].

Минимальная групповая плоскость образуется некоторой подгруппой G1 симметрической группы G0 перестановок степени 6. Система образующих группы G1, в соответствии с предложенной методикой [3], может быть представлена в виде *C={(0,2,1), (3,5,4), (0,1) (3, 4), (0, 3) (1,4) (2 ,5), (0,1)}*. Порядок группы G1 равен 72, размерность минимальной плоскости определяют 9 точек и 12 прямых.

Таблица 1. Таблица соединимости

p_i \ ℓ_j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	•		•				•			•		
2		•			•		•				•	
3				•		•	•					•
4		•		•				•		•		
5	•					•		•			•	
6			•		•			•				•
7					•	•			•	•		
8			•	•					•		•	
9	•	•							•			•

Инволютивные элементы группы G1, представляющие множество точек и прямых минимальной групповой плоскости, имеют вид

P1= (0,1) (3,4), P2=(0,1) (3,5), P3=(0,1) (4,5), P4=(0,2) (3,4), P5=(0,2) (3,5), P6=(0,2) (4,5), P7=(1,2) (3,4), P8=(1,2) (3,5), P9=(1,2) (4,5), L1=(0,3) (1,4) (2,5), L2=(0,3) (1,5) (2,4), L3=(0,4) (1,3) (2,5), L4=(0,4) (1,5) (2,3), L5=(0,4) (1,3) (2,4), L6=(0,5) (1,4) (2,3), L7=(0,1), L8=(0,2), L9=(1,2), L10=(3,4), L11=(3,5), L12=(4,5).

В табл. 1 представлена соединимость (коммутативность) точек Pi и прямых LJ минимальной групповой плоскости, представленной подгруппой G1.

Выделим фрагмент минимальной групповой плоскости, образованный группами прямых: прямыми L7, L9, L8 и прямыми L1, L4, L5. Пересечение этих прямых образует некоторую косоугольную решетку, изображенную на чертеже рис. 1, действительно.

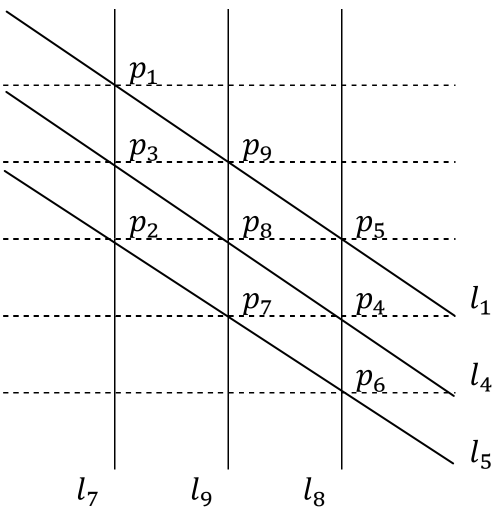

Рис. 1. Косоугольная решетка

1. Прямые L7, L9, L8 – параллельны, соответственно, параллельны и прямые L1, L4, L5, так как отсутствуют пересечения этих соответствующих прямых в табл. 1.

2. Условие перпендикулярности прямых линий L1, L7 не выполняется: L1 L7 не равно L7 L1 [6].

3. Фигура, образованная точками P1,P3,P8, P9, – параллелограмм: P1P3 равно P9P8 [6]. Условие параллелограмма выполняется для каждой ячейки косоугольной решетки соответственно.

Рассмотрим симметрию косоугольной решетки. Элементарная ячейка, например, образованная точками P1,P3,P8,P9, обладает центральной симметрией или осью второго порядка. Центральная симметрия является инволютивным преобразованием, равным (0,2) (4,5), совпадающим с P6.

Действительно, трансформации элементом P6 имеют вид P6P1P6=P8, P6P3P6=P9, P6L1P6=L2, P6L7P6=L8. Аналогичной симметрией обладают и другие ячейки приведенной решетки при соответствующем определении элементов центральной симметрии. С другой стороны, точки групповой плоскости образуют в группе G1 подгруппу G2 порядка 18. В составе G2 также находится некоторая подгруппа G3 порядка 9 с образующими в виде циклических перестановок третьего порядка. Элементы подгруппы G3 выполняют функции группы трансляций конечной косоугольной решетки.

Группы трансляций кристаллических решеток физической модели описывают регулярное строение наноструктур и связаны с типами симметрии решеток. Элементы симметрии косоугольной решетки, которые описываются метрической геометрией [6], также образуют определенный класс регулярности в системе преобразований абстрактного регистра и, таким образом, могут служить элементами классификации преобразований по типам соответствующих решеток. Методика формирования классов регулярности преобразований рассматривается в [8].

3. Выводы

Предлагаемый подход к геометрической классификации преобразований может быть полезен для функционального анализа и моделирования наноструктур, а также для постановки и решения задач логического синтеза наноструктур в соответствии с предложенной абстрактной моделью вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ашкрофт Н. Физика твердого тела: в 2 т. / Н. Ашкрофт, Н. Мермин. – М.: Мир, 1979. – Т. 1. – 399 с.

2. Глушков В.М. Кибернетика, вычислительная техника, информатика: избр. тр. в 3 т. / Глушков В.М. – Киев: Наукова думка, 1990. – Т. 1. – С. 179 – 191.

3. Беляев А.К. Об одной интерпретации системы преобразований на абстрактном регистре / А.К. Беляев // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – № 6. – С. 43 – 50.

4. Беляев А.К. Базовая система микроопераций и ее применение / А.К. Беляев // Кибернетика. – 1972. – № 2. – С. 71 – 76.

5. Беляев А.К. Анализ модели квантовых вычислений / А.К. Беляев, В.П. Клименко // Математичні машини і системи. – 2009. – № 2. – С. 45 – 52.

6. Бахман Ф. Построение геометрии на основе понятия симметрии / Бахман Ф. – М.: Наука, 1969. – 379 с.

7. Холл М. Теория групп / Холл М. – М.: Иностранная литература, 1962. – 468 с.

8. Беляев А.К. О регулярности преобразований на абстрактном регистре / А.К. Беляев // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – № 4. – С. 184 – 187.

Стаття надійшла до редакції 22.12.2011