УДК 651.3:518.5

П.І. ФЕДОРУК

ТЕХНОЛОГІЯ РОЗРОБКИ НАВЧАЛЬНОГО МОДУЛЯ В АДАПТИВНІЙ СИСТЕМІ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ ТА КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

Abstract: *The article reveals the question of making the adaptive system of distance education and knowledge control. The technology of creation of the learning block of the system is proposed. The technology under study let us provide automatic division of the learning material into blocks by the way, which creates the most favorable conditions of the material digestion, as well as creation of such blocks of the learning course depending on individual peculiarities, efficiency and abilities of students.*
Key words: *adaptive system, knowledge block.*

Анотація: *У статті розглядається питання створення адаптивної системи дистанційного навчання та контролю знань. Запропонована технологія розробки навчального блоку системи. Дана технологія дозволяє забезпечити не тільки автоматичне розбиття навчального матеріалу на блоки способом, який створює найбільш сприятливі умови його засвоєння студентами, але й побудову з таких блоків навчального курсу в залежності від індивідуальних особливостей, навичок і здібностей студентів.*
Ключові слова: *адаптивні системи, кванти знань.*

Аннотация: *В статье рассматривается вопрос создания адаптивной системы дистанционного образования и контроля знаний. Предложено технологию разработки обучающего блока системы. Данная технология позволяет обеспечить не только автоматическое разбитие учебного материала на блоки способом, который создаёт наиболее благоприятные условия его усвоения студентами, но и построение из таких блоков учебного курса в зависимости от индивидуальных особенностей, умений и способностей студентов.*
Ключевые слова: *адаптивные системы, кванты знаний.*

1. Вступ

Аналіз проблем становлення і розвитку інноваційних напрямків в освіті показує, що в Україні та за її межами в останні десятиліття все більше уваги приділяється дистанційному навчанню. Починаючи з середини 90-х років, у педагогічній теорії і практиці дистанційне навчання визначається як один із найперспективніших напрямків розвитку. Однак без аналізу процесу навчання й особливостей освітніх технологій при створенні навчальних систем даний напрямок не приносить очікуваних результатів. Більшість таких навчальних систем на сьогодні є просто бібліотекою статистичних гіпертекстових підручників і тестових завдань, що є недостатнім для повноцінної й ефективної організації навчального процесу. Останнім часом сформувався і розвивається напрямок у дослідженнях — штучний інтелект у навчанні, під яким розуміється нова методологія психологічних, дидактичних і педагогічних досліджень з моделювання поводження людини у процесі навчання, що базується на методах інженерії знань. У зв'язку з цим перспективними є розробки інтелектуальних навчальних систем (ІОС), що поєднують у собі методи штучного інтелекту (ШІ) і Інтернет-технології. ІОС повинні забезпечувати інтерактивний діалог із студентами, здійснювати контроль і підтримку в режимі реального часу, удосконалювати стратегію навчання і тестування на основі визначеного рівня індивідуальних знань, навичок і здібностей того, кого навчають. Необхідно використовувати сучасні системи навігації, обробки і каталогізації даних для забезпечення більш ефективного використання величезних інформаційних ресурсів Інтернет, електронних бібліотек, баз даних і знань [1]. При цьому система повинна мати інтуїтивно зрозумілий інструментарій, що дозволяє викладачу створювати, додавати, змінювати навчальний матеріал, курси, методи тестування й оцінки того, кого навчають, аналізувати результати навчання і т.п. На даний момент розроблено велику кількість систем дистанційного навчання, але систему, яка б могла динамічно адаптовуватись під впливом взаємодії із студентом, враховуючи його індивідуальні особливості, на сьогодні не створено. Тому дана проблема є актуальною і важливою.

2. Адаптивна система дистанційного навчання і контролю знань

В ідеалі ми прагнемо отримати динамічну адаптивну систему дистанційного навчання, яка б мала вигляд моделі “студент-індивідуалізований” і “автоматизований викладач”. Такий викладач будується за принципами роботи „живої” людини-викладача. Дана побудова передбачає як складні взаємодії в середині самої системи, так і складну будову кожного із її компонентів.

Запропонована нами інтелектуальна навчальна система передбачає наявність п’яти компонентів (рис. 1):

Рис.1. Структура інтелектуальної навчальної системи

1. Студент взаємодіє із навчальною системою через **інтерактивний модуль.** Це передбачає можливість спілкування з системою за допомогою природної мови та інтуїтивно зрозумілих команд.

2. У процесі взаємодії студента із системою **студентська модель** змінюється, перетворюючись у більш досконалу, яка більш точно відповідає можливостям і потребам студента і максимально точно відображає картину засвоєних знань і набутих навичок. Модель студента дозволяє спрогнозувати поведінку студента і його мотивацію до навчання.

3. **Домен-експерт** дозволяє навчальній системі функціонувати в режимі експерта (тобто здійснювати контроль за навчанням). На нього покладається функція всебічної оцінки процесу навчання, якості знань, прогресу тощо.

4. **Модуль навчання системи** відповідає за процес зміни самого **навчального модуля.** Цей процес відбувається виключно під впливом взаємодії з студентом (тобто індивідуально для кожного студента), тісно взаємодіючи з доменом-експертом.

У даній статті ми будемо розглядати і досліджувати саме навчальну систему.

Представимо **навчальний модуль** у вигляді орієнтованого графа, вершини і сторони якого володіють певними властивостями:

1. Кожна вершина однозначно представляє мінімально можливу самостійну одиницю навчального матеріалу (урок).

2. Кожна вершина характеризується:

а) типом – обов'язкова для вивчення або така, що вивчається за вибором студента. Всього студентові пропонується для вивчення за вибором обмежена кількість уроків (курсів), сумарна кількість яких однакова для всіх студентів;

б) вагою – унікальна числова величина, яка визначає складність уроку та задає послідовність вивчення матеріалу;

в) номерами навчальних блоків, з яких складається урок, із вказанням їх ваг;

г) відсотком новизни знань (новий матеріал, який подається впродовж даного уроку);

д) множиною ключових слів;

е) множиною запитань для самоперевірки.

Вершині, що позначає урок більшої ваги, відповідає ланцюг (що з'єднує її з першою вершиною) більшої довжини.

Кожна вершина, яка є коренем деякого дерева, – це урок, обов'язковий для вивчення. Вершини одного ієрархічного рівня – це множина уроків однакової ваги, що пропонуються студентові для вивчення за вибором. Висота такого дерева залежить від кількості послідовних уроків, що складають окремий курс.

3. Ребра графа задають відношення між одиницями навчального матеріалу – уроками.

Між кожними двома вершинами графа можливий один з трьох типів відношень:

1) ієрархічний (предок – нащадок);

2) оглядова послідовність (вперед – назад);

3) семантичні відношення (гіперпосилання), що пов'язують уроки, зміст яких володіє смисловою кореляцією.

Кожен i – тий урок ($i = 1,2,...,I$) складається з k ($k = 1,2,...,K_i$) навчальних блоків (кожен з яких може відповідати практичним вправам, завданням, тестам, блоку нового матеріалу в лекційному викладі тощо). Кожен з них передбачає розв'язання певної навчальної задачі, яка характеризується набором операцій y_j ($y_l \in Y, j = 1,2,...,J$). Під типовою операцією будемо розуміти завершену смислову операцію, яка передбачає виконання елементарних дій над квантами (первісними поняттями, ключовими словами, аксіомами, означеннями тощо).

Взаємозв'язок операцій і квантів відображає відношення $E \subseteq Y \times X$, де Y – множина операцій, а X – множина квантів [2]. Це відношення задається матрицею $\|e_{jt}\|$, рядки якої відповідають операціям $y_1, y_2, ..., y_J$, а стовпчики – квантам $x_1, x_2, ..., x_T$. Елементи матриці визначаються таким чином:

$$e_{jt}=\begin{cases}1, \text{ якщо операція } y_j \text{ використовує квант } x_t;\\ 0-\text{в іншому випадку.}\end{cases}$$

В кожному $k-$му навчальному блоці рівень засвоєння студентом кожного кванта, що використовується в операції y_j, не може бути нижчим, ніж рівень засвоєння даної операції в цілому у блоці, тобто $w_t(k)\geq P_j(k)$, де $w_t(k)$ – оцінка рівня засвоєння кванта x_t; $P_j(k)$ – ймовірність правильного застосування операції $j-$го типу.

Оскільки при розв'язанні задачі в $k-$му навчальному блоці один і той же квант може використовуватись в різних операціях, то для обчислення інтегрованої оцінки рівня засвоєння кванта x_t необхідно врахувати рівень засвоєння відповідних операцій. Таким чином, інтегрована оцінка рівня засвоєння $w_t(k)$ кванта x_t за результатами виконання навчальної задачі в $k-$му навчальному блоці обчислюється за формулою

$$w_t(k)=\frac{\sum\limits_j e_{jt}\cdot P_j(k)}{\alpha_t},$$

де $\alpha_t=\sum\limits_j e_{jt}\left(t=\overline{1,T}\right)$ –кількість операцій із всієї множини операцій Y, в яких використовуються x_t.

Аналогічно відношення $F\subseteq L\times X$, де L – множина уроків, задає взаємозв'язок між уроками і квантами, описаними в цих уроках. Відношення F задається матрицею $\|f_{it}\|$, рядки якої відповідають урокам $l_1,l_2,...,l_I$, а стовпчики – квантам $x_1,x_2,...,x_T$. Елементи цієї таблиці визначаються схожим чином:

$$f_{it}=\begin{cases}1, \text{ якщо операція } l_i \text{ використовує квант } x_t;\\ 0-\text{в іншому випадку.}\end{cases}$$

Оцінка незасвоєння $\beta_i(k)$ студентом знань в $k-$му навчальному блоці $i-$го уроку l_i обчислюється за формулою

$$\beta_i(k)=\frac{\sum\limits_t f_{it}(1-w_t(k))}{\sum\limits_t f_{it}}.$$

Обчисливши всі $\beta_i(k)$ для $k=1,2,...,K_i$, визначимо рівень незасвоєння знань студентом $i-$го уроку в цілому:

$$\beta_i(k)=\frac{\sum\limits_K \beta_i(k)v_i(k)}{\sum\limits_K k},$$

де $v_i(k)$ – вага $k-$го навчального блоку, $0\leq v_i(k)\leq 1$.

Чим ближче значення $\beta_i(k)$ до 1, тим гірше засвоїв студент даний навчальний матеріал. Після завершення навчання навчальні блоки сортуються в порядку спадання значень $\beta_i(k)$ і студентові пропонується повернутись до вивчення того матеріалу, який ним засвоєно найгірше.

Оскільки ефективність навчання безпосередньо залежить від того, як побудований урок, розглянемо **задачу розбиття уроку на блоки**.

Кожен блок уроку містить певну кількість квантів, над якими треба виконувати операції певного типу. Розглянемо один такий блок. Нехай над квантами цього блоку треба виконати m операцій (тобто m типів операцій) за таким принципом: над одним квантом виконується одна операція. Перш, ніж виконати операцію, студент повинен витратити певний час на його опрацювання (вивчення, осмислення і т.д). Як тільки цей квант буде опрацьований, він «вимагає» виконання над ним операції. Тому спочатку необхідно дослідити потік опрацьованих квантів. Найпростішим потоком називається такий потік, коли проміжок часу τ, відведений на вивчення одного кванта (а всі вони опрацьовуються послідовно), є випадковою величиною, розподіленою в інтервалі $(0,\infty)$ зі щільністю розподілу, що відповідає експоненціальному закону Пуассона:

$$F(x) = \lambda e^{-\lambda x}.$$

Із даного закону легко вирахувати математичне сподівання:

$$M\tau = \int_0^\infty xF(x)dx = \int_0^\infty x\lambda e^{-\lambda x}dx = \frac{1}{\lambda}.$$

В теорії масового обслуговування параметр λ називається щільністю потоку заявок. У нашому випадку цей параметр визначає кількість квантів, що опрацьовуються за одиницю часу. Обернена величина $\frac{1}{\lambda}$ є середнім часом (математичним сподіванням) опрацювання одного кванта.

Будемо вважати, що інтенсивність потоку опрацьованих квантів дорівнює λ. Тривалість виконання операції також являє собою випадкову величину з розподілом ймовірностей $F(x)$. Вважається, що при $x \geq 0$

$$F(x) = 1 - e^{-\mu x}, \tag{1}$$

де $\mu > 0$ - стала.

Позначимо через η час виконання операції. Тоді середня тривалість виконання операції дорівнює

$$M\eta = \int_0^\infty x dF(x) = \mu \int_0^\infty x e^{-\mu x}dx = \frac{1}{\mu}.$$

Ця рівність дає нам спосіб оцінки параметра μ, виходячи з експериментальних даних. Зрозуміло, що дисперсія тривалості виконання операції дорівнює

$$D\mu = M\eta^2 - (M\eta)^2 = \frac{1}{\mu^2}.$$

Описаний процес є дискретним Марковським процесом [3].

Система може перебувати в одному з $\{0,1,...,N\}$ станів (система перебуває в стані k, якщо вже правильно виконано k операцій із ймовірностями $P_k(t), k = 0,1,...N)$. Одне з рівнянь

$$\sum_{k=0}^{N} P_k(t) = 1 \tag{2}$$

для довільного $t \geq 0$.

Знайдемо спочатку ймовірність того, що на момент $t+h$ не виконувалося жодної операції. Це може бути в одному з випадків [4]:

1) на момент t не виконувалося жодної операції і за час h не було опрацьовано жодного кванта;

2) на момент t виконувалась одна операція, але протягом часу h виконання операції було завершене і нових спроб до дій ще не було.

Ймовірність першої події дорівнює

$$P_0(t)e^{-\lambda h} = P_0(t)(1 - \lambda h + o(h)).$$

Ймовірність другої

$$P_1(t)e^{-\lambda h}(1 - e^{-\lambda h}) = P_1(t)\mu h + o(h).$$

Таким чином,

$$P_0(t+h) = P_0(t)(1-\lambda h) + \mu h P_1(t) + o(h).$$

Звідси приходимо до рівняння

$$P_0'(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t). \tag{3}$$

Тепер перейдемо до складання рівнянь для $P_k(t)$ при $k \geq 1$. Розглянемо окремо два різні випадки: $1 \leq k < m$ і $k \geq m$. Нехай спочатку $1 \leq k < m$. Перерахуємо тільки ті «суттєві стани», з яких можна перейти в стан E_k в момент $t+h$. Це такі стани:

1. На момент t система знаходилась у стані E_k, за час h ніякий новий квант не був опрацьований і жодна операція не була виконана. Ймовірність цієї події дорівнює

$$P_k(t)e^{-\lambda h}(e^{-\mu h})^k = P_k(t)(1 - \lambda h - k\mu h + o(h)).$$

2. На момент t система знаходилася в стані E_{k-1}, за час h поступив новий запит на виконання операції, але жодна із усіх попередніх операцій ще не була виконана. Ймовірність цієї події

$$P_{k-1}(t)(1 - e^{-\lambda h})(e^{-\mu h})^{k-1} = \lambda h P_{k-1}(t) + o(h)).$$

3. На момент t система знаходилась у стані E_{k+1}, за час h нових запитів не надійшло, але один запит був опрацьований. Ймовірність цієї події

$$P_{k+1}(t)e^{-\lambda h}C_{k+1}^1(e^{-\mu h})^k(1 - e^{-\mu h}) = P_{k+1}(t)(k+1)\mu h + o(h)).$$

Всі решту можливості переходу в стан $\mathrm{E_k}$ за проміжок часу h мають ймовірність, що дорівнює $0(h)$.

Зібравши всі знайдені ймовірності, отримаємо таку рівність:

$$P_k(t+h) = P_k(t)(1-\lambda h - k\mu h) + \lambda h P_{k-1}(t) + (k+1)\mu h P_{k+1}(t) + o(h)).$$

Виконавши деякі перетворення, отримаємо для $1 \le \mathrm{k} < \mathrm{m}$:

$$P_k'(t) = -(\lambda + k\mu)P_k(t) + \lambda P_{k-1}(t) + (k+1)\mu P_{k+1}(t). \tag{4}$$

Аналогічні міркування для $k \ge m$ приведуть до рівняння

$$P_k'(t) = -(\lambda + k\mu)P_k(t) + \lambda P_{k-1}(t) + (k+1)\mu P_{k+1}(t). \tag{5}$$

Отже, ми отримали систему диференціальних рівнянь (2)-(5) для визначення ймовірностей $\mathrm{P_k(t)}$.

3. Визначення стаціонарного розв`язку

В задачі, що розглядається, граничні (або стаціонарні) ймовірності існують. Введемо для них P_k. Зауважимо, що $P_k'(t) \to 0$ при $t \to \infty$.

Із сказаного вище випливає, що (3), (4) і (5) для стаціонарних ймовірностей приймають вигляд

$$-\lambda P_0 + \mu P_1 = 0, \tag{6}$$

при $1 \le \mathrm{k} < \mathrm{m}$

$$\lambda P_{k-1} - (\lambda + k\mu)P_k + (k+1)\mu P_{k+1} = 0, \tag{7}$$

при $k \ge m$

$$\lambda P_{k-1} - (\lambda + m\mu)P_k + m\mu P_{k+1} = 0. \tag{8}$$

Окрім того,

$$\sum_{k=0}^{T} P_k = 1. \tag{9}$$

Для розв`язання отриманої алгебраїчної системи введемо такі позначення:

при $1 \le k < m$

$$z_k = \lambda P_{k-1} - k\mu P_k,$$

при $k \ge m$

$$z_k = \lambda P_{k-1} - m\mu P_k.$$

Система рівнянь (6)-(8) в цих позначеннях набуває вигляду

$$z_1 = 0,\ z_k - z_{k+1} = 0 \text{ при } k \ge 1.$$

Звідси випливає, що при $k \ge 1$ $z_k = 0$, тобто при $1 \le k < m$

$$k\mu P_k = \lambda P_{k-1} \tag{10}$$

і при $k \ge m$

$$m\mu P_k = \lambda P_{k-1}. \tag{11}$$

Введемо для зручності позначення $\rho = \lambda / \mu$.

З рівняння (10) отримаємо, що при $1 \le k < m$

$$P_k = \frac{\rho^k}{k!} P_0. \tag{12}$$

При $k \ge m$ з рівняння (11) отримаємо, що

$$P_k = \left(\frac{\rho}{m}\right)^{k-m} P_m.$$

Тоді при $k \ge m$

$$P_k = \frac{\rho^k}{m! m^{k-m}} P_0. \tag{13}$$

Щоб знайти P_0 в (9), підставляємо вираз P_k з (12) і (13). В результаті отримаємо

$$P_0 \left[\sum_{k=0}^{m} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{m^m}{m!} \sum_{k=m+1}^{\infty} \left(\frac{\rho}{m}\right)^k \right] = 1.$$

Тоді нескінченна сума, що міститься в дужках, буде знайдена лише при

$$\rho < m. \tag{14}$$

Тому отримаємо рівність

$$P_0^{-1} = \sum_{k=0}^{m} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{m+1}}{m!(m-\rho)}. \tag{15}$$

Якщо умова (14) не виконується, тобто, якщо $\rho \ge m$, то ряд, що міститься в дужках, розбіжний, а P_0 дорівнює 0. Але при цьому, враховуючи (12) і (13), при всіх $k \ge 1$ $P_k = 0$.

4. Тривалість очікування

Зрозуміло, що після того, як квант буде опрацьований, він стає в чергу для виконання над ним операції. Проте, якщо операції над попередніми квантами здійснюються надто довго, то він змушений "очікувати". Таке очікування не бажане з двох причин: по-перше, збільшуються втрати часу на вивчення уроку в цілому, а, по-друге, підвищується ймовірність допущення помилки при виконанні операції над даним квантом внаслідок його "забування".

Тривалість очікування квантів є випадковою величиною, яку позначимо через γ.

Розглянемо задачу визначення розподілу ймовірностей тривалості очікування. Позначимо через $P\{\gamma > t\}$ ймовірність того, що тривалість очікування буде більшою за t, і через $P_k\{\gamma > t\}$ ймовірність аналогічної нерівності при умові, що в той момент, коли поступив запит на виконання операції, в черзі знаходилося вже k квантів. Використовуючи формулу повної імовірності, отримаємо рівність

$$P\{\gamma > t\} = \sum_{k=m}^{\infty} P_k P_k \{\gamma > t\}. \tag{16}$$

Далі знайдемо для випадків $m=1$ і $m=2$ прості формули для P_0. За допомогою нескладних перетворень отримуємо:

при $m=1$

$$P_0 = 1-\rho, \tag{17}$$

а при $m=2$

$$P_0 = \frac{2-\rho}{2+\rho}. \tag{18}$$

Знайдемо ймовірність того, що в довільно взятий момент будуть виконуватись всі операції (операції всіх типів):

$$\pi = \sum_{k=m}^{\infty} P_k = \frac{m^m}{m!}\sum_{k=m}^{\infty}\left(\frac{\rho}{m}\right)^k P_0 = \frac{\rho^m P_0}{(m-1)!(m-\rho)}. \tag{19}$$

Для $m=1$ рівняння матиме вигляд

$$\pi = \rho, \tag{20}$$

а при $m=2$

$$\pi = \frac{\rho^2}{2+\rho}. \tag{21}$$

Зауважимо, что в формулі (19) ρ може приймати довільне значення від 0 до m (включно). Так, в формулі (20) $\rho<1$, а в (21) – $\rho<2$.

5. Визначення функції розподілу тривалості очікування

Якщо в момент появи "нового" кванта в черзі вже знаходилися $k-m$ квантів, то, оскільки виконання операцій відбувається послідовно, новий квант повинен "зачекати", поки будуть здійснені операції над $k-m+1$ квантами. Нехай $q_s(t)$ означає ймовірність того, що за проміжок часу t після надходження запиту завершилося виконання s операції. Для $k \ge m$ має місце рівність

$$P_k\{\ \gamma > t\ \} = \sum_{s=0}^{k-m} q_s(t).$$

Так як розподіл тривалості виконання операцій не залежить ні від того, скільки було опрацьовано квантів, ні від тривалості виконання операцій над іншими квантами, то ймовірність, що за час t не буде завершено жодної операції, дорівнює

$$q_0(t) = e^{-m\mu t}.$$

Ймовірність того, що за проміжок часу t виконано s (типів операцій) операцій дорівнює

$$q_s(t) = e^{-m\mu t}\frac{(m\mu)^s}{s!}.$$

Отже,

$$P_k\{\gamma > t\} = \sum_{s=0}^{k-m} e^{-m\mu t}\frac{(m\mu)^s}{s!}.$$

Звідки

$$P\{\ \gamma > t\ \} = P_m e^{-m\mu t} \sum_{k=m}^{\infty} \left(\frac{\rho}{m}\right)^{k-m} \sum_{s=0}^{k-m} e^{-m\mu t} \frac{(m\mu)^s}{s!}.$$

Але ймовірності P_k відомі

$$P_k = \left(\frac{\rho}{m}\right)^{k-m} P_m,$$

тому

$$P\{\ \gamma > t\ \} = P_m e^{-m\mu} \sum_{k=m}^{\infty} \left(\frac{\rho}{m}\right)^{k-m} \sum_{s=0}^{k-m} e^{-m\mu t} \frac{(m\mu)^s}{s!}.$$

Далі

$$P\{\ \gamma > t\ \} = P_m e^{-m\mu t} \sum_{k=m+s}^{\infty} \left(\frac{\rho}{m}\right)^{k-m} \sum_{s=0}^{\infty} e^{-m\mu t} \frac{(m\mu)^s}{s!} =$$

$$= P_m e^{-m\mu t} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(m\lambda t)^s}{m^s s!} \sum_{k=m+s}^{\infty} \left(\frac{\rho}{m}\right)^{k-m-s} = \frac{P_m}{1-\dfrac{\rho}{m}} e^{-m\mu t} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^s}{s!} = \frac{P_m}{1-\dfrac{\rho}{m}} e^{-(m\mu-\lambda)t}$$

З (13) і (19) випливає, що

$$P_m = \pi\left(1-\frac{\rho}{m}\right),$$

тому при $t > 0$

$$P\{\ \gamma > t\ \} = \pi e^{-(m\mu-\lambda)t}. \tag{22}$$

Зрозуміло, що при $t < 0$ $P\{\ \gamma > t\ \} = 1$.

6. Середня тривалість очікування

Формула (22) дозволяє шукати всі числові характеристики тривалості очікування. Зокрема, математичне сподівання цієї тривалості або середня тривалість очікування дорівнює

$$a = M\gamma = -\int_0^{\infty} t dP\{\ \gamma > t\ \} = \int_0^{\infty} t(m\mu-\lambda)e^{-(m\mu-\lambda)t} dt.$$

Зробивши відповідні перетворення, прийдемо до формули

$$a = \frac{\pi}{\mu(m-\rho)}. \tag{23}$$

Дисперсія величини γ дорівнює

$$D\gamma = M\gamma^2 - (M\gamma)^2 = \frac{\pi(2-\pi)}{\mu^2(m-\rho)^2}.$$

Формула (23) дає середню тривалість очікування одного кванта. Зрозуміло, що система буде працювати ефективно в тому випадку, якщо середній час опрацювання одного кванта t_1, середня тривалість виконання однієї операції t_2 і середня тривалість очікування a будуть приймати найменші значення, при умові, що ймовірність правильного виконання операцій всіх m типів π буде найбільшою. Оскільки операції виконуються незалежно одна від одної, то ймовірність того, що будуть виконані k операцій P_k, дорівнює добутку ймовірностей правильного виконання кожної з них. Зауважимо, ці ймовірності залежать від того, яку кількість разів повторюється студентом даний квант; якщо студент вивчав одне і те ж поняття декілька, а не один раз, то ймовірність правильності виконання операції буде більшою. Враховуючи такі зв`язки, можна, знаючи ймовірності P_k, які шукаються з отриманих вище рівнянь, визначати таку кількість квантів, які включаються в один блок, і таку кількість операцій певних типів, виконуваних над ними, щоб середня тривалість опрацювання матеріалу була найменшою, при умові, що рівень засвоєння (оцінка) був якнайвищим. Такий підхід дозволяє розбивати урок на блоки таким чином, щоб забезпечити найбільш сприятливі умови для засвоєння матеріалу.

7. Висновок

Запропонована технологія розробки навчального блоку системи дозволяє забезпечити не тільки автоматичне розбиття навчального матеріалу на блоки способом, який створює найбільш сприятливі умови його засвоєння студентами, але й побудову з таких блоків навчального курсу в залежності від індивідуальних особливостей, навичок і здібностей студентів. Розробка всіх інших структурних складових, описаних вище, дозволить у майбутньому створити адаптивну систему дистанційного навчання та контролю знань.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Brusilovsky P. Student model centered architecture for intelligent learning environments // Proc. of Fourth international conference on User Modeling. – Hyannis, MA, USA. – 1994. – 15–19 August. – P. 31 – 36.
2. Galeev I., Tararina L. and Kolosov O. Adaptation on the basis of the skills overlay model / Kinshuk, Chee-Kit Looi, Erkki Sutinen, Demetrios Sampson, Iganacio Aedo, Lorna Uden and Esko Kahkenen (ed) // Proc. of 4th IEEE International Conf. on Advanced Learning Technologies (ICALT'2004). – Joensuu, Finland. – 2004. – August 30 – September 1. – P. 648 – 650.
3. Горбань І.І. Теорія ймовірності і математична статистика для наукових працівників та інженерів. – К.: Національна академія наук України, Інститут проблем математичних машин і систем, 2003. – 244 с.
4. Дудин А.Н., Медведев Г.А., Меленец Ю.В. Практикум на ЭВМ по теории массового обслуживания: Учебное пособие. – Мн.: Электронная книга БГУ, 2003. –109 с.