

ЕНЕРГЕТИКА

УДК 621.318.001.2

© 2008

Член-корреспондент НАН Украины А.Е. Божко

Об особой формуле среднего значения тока в электроцепи с управляемыми диодами и индуктивной нагрузкой

A new formula for the mean value of current in the electric circuit with controlled diods and an inductive load is deduced with the use of a singular expansion of a jump-like function.

Во многих электротехнических цепях постоянного и переменного токов с индуктивной нагрузкой применяются управляемые диоды (тиристоры, симисторы) [1–3]. Включаются эти диоды устройствами управления по углу открывания диодов, закрывание осуществляется либо уменьшением тока в полуволне его протекания до нуля, либо изменением полярности напряжения цепи. Графическое изображение управляемого тока в цепи с тиристорами представлено на рис. 1, где a — напряжение на нагрузке в цепи переменного тока; δ — напряжение на нагрузке в цепи постоянного тока с двухполупериодным выпрямлением; φ — угол открывания тиристора.

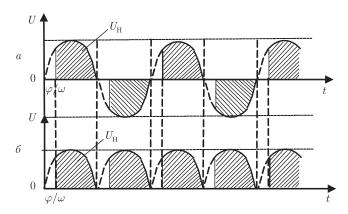


Рис. 1

Среднее значение тока, соответствующего формату тока, изображенного на рис. 1, при активном сопротивлении нагрузки R_H определяется выражением [4]

$$I_{\text{cp}\varphi} = \frac{2}{T} \int_{\varphi/\omega}^{T/2} I_m \sin(\omega t \pm \varphi) dt = \frac{-2I_m}{T\omega} [\cos(\omega t \pm \varphi)]_{\varphi/\omega}^{T/2} =$$

$$= \frac{-2I_m}{T\omega} [\cos\omega t \cos(-\varphi) \mp \sin\omega t \sin(-\varphi)]_{-\varphi/\omega}^{T/2} = \frac{I_m}{\pi} (1 + \cos\varphi), \tag{1}$$

где I_m — амплитуда тока; ω — круговая частота ($\omega=2\pi f,\,f$ — частота, Γ ц; $T=2\pi/\omega=1/f$ — период изменения тока i(t).

Как видно из рис. 1, ток i(t) в цепи появляется в виде импульсов (это при активной нагрузке R_H резистора), при индуктивной нагрузке (L), особенно, если постоянная времени цепи $\tau = L/R$ мала. После каждого такого импульса в цепи происходит переходный процесс, и в этом случае мгновенное и среднее значения тока i(t), $I_{\rm cp}$ изменяются по сравнению с i(t) при активной нагрузке (1). Следует отметить, что при открывании тиристоров к нагрузке цепи (z_H) прикладывается напряжение U(t) такого же вида, как показано на рис. 1. Передний фронт каждого импульса напряжения есть скачкообразная функция $1(t)U_m(\pm \sin\varphi)$ — для цепи переменного тока и $1(t)U_m\sin\varphi$ — для цепи выпрямленного переменного тока. Согласно работам [5, 6], скачкообразные функции 1(t) могут быть представлены в виде особых (сингуларисных) разложений вида

$$E1(t) = E(1 - \ell^{-\alpha t}) + \ell^{-\alpha t} E \sum_{k=1}^{n} U_{mk} \cos \omega_k t,$$
(2)

$$U(t)1(t) = 1(t)U_m\sin(\omega t \pm \varphi) = U_m\ell^{-\alpha t}\sin(\pm \varphi) + U_m(1-\ell^{-\alpha t})\sin(\omega t \pm \varphi) + U_m(1-\ell^{-\alpha t})\cos(\omega t \pm \varphi) + U_m(1-\ell^{-\alpha t})\cos(\omega t \pm \varphi) + U_m(1-\ell^{-\alpha t})\cos(\omega t \pm \varphi) + U_m(1$$

$$+ |U_m|\ell^{-\alpha t} \sum_{k=1}^n U_{mk} \sin \omega_k t, \tag{3}$$

где
$$\sum_{k=1}^{n} U_{mk} = 1; U_{m1} = 1/\pi; U_{mk} = U_{m1}/k; k = \omega_k/\omega_1; \alpha$$
 — коэффициент затухания.

Разложение (2) относится к цепям с постоянным входным напряжением, а разложение (3) — к входным напряжениям цепей переменного тока при обязательном условии, что $|\pm\varphi|>0$. При $\varphi=0$ $U(t)=U_m\sin\omega t$ и указанное разложение (3) отсутствует.

Заметим, что в нашем случае как для цепи выпрямленного переменного тока, так и для цепи переменного тока, применимо разложение (3). Вследствие того, что при каждом импульсе напряжения на нагрузке (z_H) начинается переходный процесс в цепи, можно считать, что момент открывания тиристора (угол φ) является начальным для переходного процесса тока (t=0). Тогда график одного импульса напряжения $U_{\text{нагр}}$ представим на рис. 2, откуда видно, что при t=0 $U=U_m\sin\varphi$.

К таким импульсам напряжения на нагрузке в электроцепи переменного тока применимо сингуларисное разложение вида (3). Проверим правильность такого разложения. При t=0 $U(0)=U_m\sin\varphi$, при $t=\infty$ $U(t)=U_m\sin(\omega t+\varphi)$, при $\alpha=\infty$ (исключение 1(t)) $U(t)=U_m\sin(\omega t+\varphi)$. То есть представленное разложение при данных условиях соответствует классическому представлению $U(t)=U_m\sin(\omega t+\varphi)$. Для дальнейшего вывода

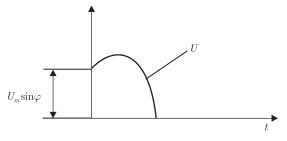


Рис. 2

формулы среднего значения тока i(t) будем считать, что цепь с последовательным соединением резистора R и индуктивности L является линейной. Методика вывода формулы $I_{\rm cp}$ следующая: вначале определяется i(t) с учетом переходных процессов, а затем

$$I_{\rm cp} = \frac{2}{T} \int_{\varphi/\omega}^{T/2} i(t) \, dt. \tag{4}$$

Дифференциальное уравнение рассматриваемой электроцепи с учетом (3) имеет вид

$$U_m \ell^{-\alpha t} \sin \varphi + U_m (1 - \ell^{-\alpha t}) \sin(\omega t + \varphi) + |U_m| \ell^{-\alpha t} \sum_{k=1}^n U_{mk} \sin \omega_k t = Ri + L \frac{di}{dt}.$$
 (5)

Применяя далее к линейной цепи RL принцип суперпозиции [4], получим выражение тока i(t) в виде

$$i = i_0 + i_1 + \sum_{k=2}^{n} i_k. (6)$$

В соответствии с (6) уравнение (5) представим суммой уравнений

$$U_m \ell^{-\alpha t} \sin \varphi = Ri_0 + L \frac{di_0}{dt},\tag{7}$$

$$U_m(1 - \ell^{-\alpha t})\sin(\omega t + \varphi) = Ri_1 + L\frac{di_1}{dt},\tag{8}$$

$$|U_m|\ell^{-\alpha t}\sin\varphi\sum_{k=1}^n U_{mk}\sin\omega_k t = \sum_{k=2}^n \left(Ri_k + L\frac{di_k}{dt}\right). \tag{9}$$

Уравнения (7)–(9) решаем операторным методом с помощью преобразований Карсона [7], т. е. точно так, как представлено в работе [6]. Отличием является формула для тока $i_1(t)$. Поэтому на основании [6] запишем здесь оригиналы токов $i_0(t)$, $i_k(t)$, $k = \overline{2, n}$, в виде

$$i_0(t) = \frac{U_m \sin \varphi}{L} \frac{(e^{-\delta t} - e^{-\alpha t})}{\alpha - \delta},\tag{10}$$

где $\delta = R/L$ — коэффициент затухания RL цепи;

$$i_k(t) = \frac{|U_m|U_{mk}\omega_k}{L[(\alpha - \delta)^2 + \omega_k^2]} \left\{ \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega_k} [(\delta - \alpha)\sin\omega_k t - \omega_k\cos\omega_k t] \right\}.$$
(11)

ISSN 1025-6415 Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2008, № 8

Заметим, что при t=0 и $t=\infty$ $i_0=i_k=0$. При $\alpha=\infty$ $i_0=i_k=0$. Уравнение (8) в изображениях Карсона имеет вид

$$U_m \left[\frac{p^2 \sin \varphi + \omega_p \cos \varphi}{p^2 + \omega^2} - \frac{p(p+\alpha) \sin \varphi + \omega_p \cos \varphi}{(p+\alpha)^2 + \omega^2} \right] = i_1(p)L(\delta + p),$$

откуда

$$i_1(p) = \frac{U_m}{L} \left\{ \frac{p^2 \sin \varphi + \omega_p \cos \varphi}{(\delta + p)(p^2 + \omega^2)} - \frac{p(p + \alpha) \sin \varphi + \omega_p \cos \varphi}{(\delta + p)[(p + \alpha)^2 + \omega^2]} \right\}.$$
(12)

Из (12) видно, что $i_1(p)$ имеет четыре составляющих:

$$i_{11}(p) = \frac{U_m}{L} \left[\frac{p^2 \sin \varphi}{(\delta + p)(p^2 + \omega^2)} \right], \qquad i_{12}(p) = \frac{U_m}{L} \left[\frac{\omega_p \cos \varphi}{(\delta + p)(p^2 + \omega^2)} \right],$$

$$i_{13}(p) = -\frac{U_m}{L} \left\{ \frac{p(p + \alpha) \sin \varphi}{(\delta + p)[(p + \alpha)^2 + \omega^2]} \right\}, \qquad i_{14}(p) = -\frac{U_m}{L} \left\{ \frac{\omega_p \cos \varphi}{(\delta + p)[(p + \alpha)^2 + \omega^2]} \right\}.$$

Определим оригиналы этих изображений по таблицам [7]

$$i_{11}(t) = \frac{U_m}{L} \sin \varphi \left[\frac{1}{\delta^2 + \omega^2} (\delta \cos \omega t + \omega \sin \omega t - \delta \ell^{-\delta t}) \right], \tag{13}$$

$$i_{12}(t) = \frac{U_m \omega \cos \varphi}{L} \left[\frac{1}{\delta^2 + \omega^2} \left(\ell^{-\delta t} + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t - \cos \omega t \right) \right], \tag{14}$$

$$i_{13}(t) = -\frac{U_m \cos \varphi}{L} \left\langle \frac{1}{(\alpha - \delta)^2 + \omega^2} \left\{ -\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right\} + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] \right\} + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha \delta \sin \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega t + (\omega^2 + \alpha \delta \cos \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega \delta + (\omega \delta \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega \delta + (\omega \delta \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega \delta \omega \delta + (\omega \delta \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega \delta \omega \delta + (\omega \delta \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega \delta \omega \delta + (\omega \delta \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[-\delta \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [\omega \delta \cos \omega \delta \delta \omega \delta + (\omega \delta \omega)] \right] + \frac{1}{2} \left[$$

$$+\frac{\alpha}{(\alpha-\delta)^2\omega^2}\bigg\{\ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega}[-\omega\cos\omega t + (\delta-\alpha)\sin\omega t]\bigg\}\bigg\},\tag{15}$$

$$i_{14}(p) = -\frac{U_m \omega \cos \varphi}{L} \frac{1}{(\alpha - \delta)^2 + \omega^2} \left\{ \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} [-\omega \cos \omega t + (\delta - \alpha) \sin \omega t] \right\}.$$
 (16)

Итак,

$$i_1(t) = (13) + (14) + (15) + (16).$$
 (17)

При t=0 $i_{11}=i_{12}=i_{13}=i_{14}=0$, при $\alpha=\infty$ $i_{13}=i_{14}=0$, при $t=\infty$ $i_{1}(t)=I_{a}\sin(\omega t+\Psi)$, где $I_{a}=(U_{m}/(L(\delta^{2}+\omega^{2})))\sqrt{A^{2}+B^{2}}$, $A=\omega\sin\varphi+\delta\cos\varphi$, $B=\omega\cos\varphi-\delta\sin\varphi$, $\Psi=\mathrm{arctg}\,B/A$ [8].

Перейдем к определению средних значений токов i_0 , i_1 , $\sum_{k=2}^n i_k$ по формуле (4) с учетом (10), (11), (17)

$$I_{\rm cp0} = \frac{2}{T} \int_{\varphi/\omega}^{T/2} i_0(t)dt = \frac{U_m \omega \sin \varphi}{\pi} \left[\frac{1}{\delta} (\ell^{-\delta\varphi/\omega} - \ell^{-\delta\pi/\omega}) + \frac{1}{\alpha} (\ell^{-\alpha\varphi/\omega} - \ell^{-\alpha\pi/\omega}) \right],\tag{18}$$

ISSN 1025-6415 — Доповіді Національної академії наук України, 2008, № 8

$$I_{\text{cp11}} = \frac{2}{T} \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \frac{U_m \sin \varphi}{L} \left[\frac{1}{\delta^2 + \omega^2} (\delta \cos \omega t + \omega \sin \omega t - \delta \ell^{-\delta t}) \right] dt =$$

$$= \frac{U_m \omega s \sin \varphi}{\pi L (\delta^2 + \omega^2)} \left(1 - \frac{\delta}{\omega} \sin \frac{\varphi}{\omega} + \cos \frac{\varphi}{\omega} + \ell^{-\delta \pi/\omega} - \ell^{-\delta \varphi/\omega} \right), \tag{19}$$

$$I_{\text{cp12}} = \frac{2}{T} \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \frac{U_m \omega \sin \varphi}{L(\delta^2 + \omega^2)} \left(\ell^{-\delta t} + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t - \cos \omega t \right) dt =$$

$$= \frac{U_m \omega s^2 \sin \varphi}{\pi L(\delta^2 + \omega^2)} \left\{ \delta \left[\ell^{-\delta \varphi/\omega} - \ell^{-\delta \pi/\omega} + \frac{1}{\omega^2} \left(1 + \cos \frac{\varphi}{\omega} \right) - \frac{1}{\omega} \sin \frac{\varphi}{\omega} \right] \right\},\tag{20}$$

$$I_{\text{cp13}} = -\frac{2U_m \sin \varphi}{TL[(\alpha - \delta)^2 + \omega^2]} \left[(\alpha - \delta) \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \ell^{-\delta t} dt - \omega \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \ell^{-\alpha t} \sin \omega t dt + \omega \right]$$

$$+ (\alpha - \delta) \int_{+\omega/\omega}^{T/2} \ell^{-\alpha t} \cos \omega t dt \bigg]. \tag{21}$$

Для сокращения записи (21) представим в виде

$$I_{\text{cp13}} = a \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \ell^{-\delta t} dt + b \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \ell^{-\alpha t} \sin \omega t dt + c \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \ell^{-\alpha t} \cos \omega t dt,$$
 (22)

где a, b, c — соответственно коэффициенты при интегралах в (21),

$$I_{\text{cp13}} = a \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \ell^{-\delta t} dt = -\frac{a}{\delta} \ell^{-\delta t} \Big|_{+\varphi/\omega}^{T/2} = \frac{a}{\delta} (\ell^{-\varphi\delta/\omega} - \ell^{-\delta T/2}). \tag{23}$$

В (22) второй и третий интегралы вычислим методом по частям [8]. В результате получаем

$$b \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \ell^{-\delta t} \sin \omega t dt = \frac{b\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \left[\ell^{-\alpha\pi/\omega} - \ell^{-\alpha\varphi/\omega} \left(\cos \frac{\varphi}{\omega} - \frac{\alpha}{\omega^2} \sin \frac{\varphi}{\omega} \right) \right], \tag{24}$$

$$c\int_{+\omega/\omega}^{T/2} \ell^{-\delta\alpha t} \cos\omega t dt = \frac{c\omega}{\omega^2 + \alpha^2} \left[\ell^{-\alpha\varphi/\omega} \sin\frac{\varphi}{\omega} + \alpha \left(\ell^{-\alpha\pi/\omega} + \ell^{-\alpha\varphi/\omega} \cos\frac{\varphi}{\omega} \right) \right]. \tag{25}$$

Таким образом, I_{cp13} , выраженное через (23) с учетом (23)–(25), запишем в виде

$$-I_{\text{cp13}} = \frac{a}{\delta} (\ell^{-\varphi\delta/\omega} + \ell^{-\delta\pi/\omega}) + \frac{b\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \left\{ \ell^{-\alpha\pi/\omega} + \ell^{-\alpha\varphi/\omega} \left(\cos \frac{\varphi}{\omega} + \frac{\alpha}{\omega^2} \sin \frac{\varphi}{\omega} \right) + \frac{c\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \left[-\ell^{-\alpha\varphi/\omega} \sin \frac{\varphi}{\omega} + \alpha \left(\ell^{-\alpha\pi/\omega} + \ell^{-\alpha\varphi/\omega} \cos \frac{\varphi}{\omega} \right) \right] =$$

$$= \frac{a}{\delta} (\ell^{-\varphi\delta/\omega} + \ell^{-\delta\pi/\omega}) + \frac{\omega\ell^{-\alpha\pi/\omega}}{\alpha^2 + \omega^2} (b + c\alpha) + \frac{\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \ell^{-\alpha\varphi/\omega} (b + c\alpha) -$$

$$- \frac{\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \ell^{-\alpha\varphi/\omega} \left(\sin \frac{\varphi}{\omega} \right) (c - b\alpha) \right\}.$$

$$(26)$$

$$I_{\text{cp14}} = -\frac{2U_m \omega \cos \varphi}{TL} \frac{1}{[(\alpha - \delta)^2 + \omega^2]} \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \left\{ \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega} \left[-\omega \cos \omega t + (\delta - \alpha) \sin \omega t \right] dt \right\} =$$

$$= -\frac{2U_m \omega \cos \varphi}{TL} \frac{1}{[(\alpha - \delta)^2 + \omega^2]} \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \ell^{-\delta t} dt + \frac{2U_m \omega \cos \varphi}{TL} \frac{1}{[(\alpha - \delta)^2 + \omega^2]} \times$$

$$\times \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \ell^{-\alpha t} \cos \omega t dt - \frac{2U_m \cos \varphi (\delta - \alpha)}{T\alpha [(\alpha - \delta)^2 + \omega^2]} \int_{+\varphi/\omega}^{T/2} \ell^{-\alpha t} \sin \omega t dt =$$

$$= d \int_{+\varphi\omega}^{T/2} \ell^{-\delta t} dt + g \int_{+\varphi\omega}^{T/2} \ell^{-\alpha t} \cos \omega t dt + f \int_{+\varphi\omega}^{T/2} \ell^{-\alpha t} \sin \omega t dt,$$

$$(27)$$

где d, g, f — соответственно коэффициенты при интегралах (27). Эти интегралы равны интегралам в (23), (24), (25). При этом в (27) вместо a из (23) необходимо подставить d, вместо b из (25) — g и вместо c из (25) — f. Тогда

$$I_{\text{cp14}} = \frac{d}{\delta} (\ell^{-\delta\varphi/\omega} - \ell^{-\delta\pi/\omega}) + \frac{\varphi\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \left[\ell^{-\alpha\pi/\omega} + \ell^{-\alpha\varphi/\omega} \left(\cos\frac{\varphi}{\omega} + \frac{\alpha}{\omega^2} \sin\frac{\varphi}{\omega} \right) \right] + \frac{f\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \left[-\ell^{-\alpha\varphi/\omega} \sin\frac{\varphi}{\omega} + \alpha \left(\ell^{-\alpha\pi/\omega} + \ell^{-\alpha\varphi/\omega} \cos\frac{\varphi}{\omega} \right) \right].$$
 (28)

Далее найдем среднее значение суммы затухающих токов $i_k(t)$, $k=\overline{2,n}$. Пределы интегрирования возьмем $0\div T_k/2$. Тогда

$$I_{\text{cp}k} = \frac{2|U_m|}{m_k T_k L} \int_0^{m_k T_k/2} U_{mk} \omega_k \left\{ \ell^{-\delta t} + \frac{\ell^{-\alpha t}}{\omega_k} [(\delta - \alpha) \sin \omega_k t - \omega_k \cos \omega_k t] \right\} =$$

$$= \frac{2|U_m|U_{mk} \omega_k}{m_k T_k L [(\alpha - \delta)^2 + \omega_k^2]} \int_0^{m_k T_k/2} \ell^{-\delta t} dt + \frac{2|U_m|U_{mk}(\delta - \alpha)}{m_k T_k L [(\alpha - \delta)^2 + \omega_k^2]} \int_0^{m_k T_k/2} \ell^{-\alpha t} \sin \omega_k t dt -$$

$$-\frac{2|U_m|U_{mk}\omega_k}{m_k T_k L[(\alpha - \delta)^2 + \omega_k^2]} \int_0^{m_k T_k/2} \ell^{-\alpha t} \cos \omega_k t dt =$$

$$= h \int_0^{m_k T_k/2} \ell^{-\delta t} dt + n \int_0^{m_k T_k/2} \ell^{-\alpha t} \sin \omega_k t dt + r \int_0^{m_k T_k/2} \ell^{-\alpha t} \cos \omega_k t dt, \qquad m_k = \frac{T}{T_k}, \qquad (29)$$

где h, n, r — соответственно коэффициенты при интегралах в (29),

$$h \int_{0}^{m_k T_k/2} \ell^{-\delta t} dt = \frac{h}{\delta} (1 - \ell^{-\delta \pi/\omega_k}), \tag{30}$$

$$n \int_{0}^{m_k T_k/2} \ell^{-\alpha t} \sin \omega_k t dt = \frac{n\omega_k}{(\alpha^2 + \omega_k^2)} (1 + \ell^{-\alpha \pi m_k/\omega_k}), \tag{31}$$

$$r \int_{0}^{m_k T_k/2} \ell^{-\alpha t} \cos \omega_k t dt = \frac{r\alpha}{(\alpha^2 + \omega_k^2)} (1 + \ell^{-\alpha \pi m_k/\omega_k}). \tag{32}$$

Итак,

$$I_{cpk} = \sum_{k=2}^{n} (30) + (31) + (32) =$$

$$= \sum_{k=2}^{n} \frac{h}{\delta} (1 - \ell^{-\delta \pi m_k/\omega_k}) + (n\omega_k + r\alpha) \frac{1}{\alpha^2 + \omega_k^2} (1 + \ell^{-\alpha \pi m_k/\omega_k}), \tag{33}$$

а среднее значение $\sum\limits_{k=2}^{n}I_{\mathrm{cp}k}$ с учетом (30)–(33) определяется так:

$$\sum_{k=2}^{n} I_{\text{cp}k} = \sum_{k=2}^{n} \frac{h}{\delta} (1 - \ell^{-\delta \pi m_k/\omega_k}) + (n\omega_k + r\alpha) \frac{1}{\alpha^2 + \omega_k^2} (1 + \ell^{-\alpha \pi m_k/\omega_k}).$$
(34)

Таким образом, в результате проведенного исследования получена формула среднего значения тока в электроцепи с управляемыми диодами и с индуктивной нагрузкой. Для краткости запишем эту формулу в виде

$$I_{\rm cp} = I_{\rm cp0} + \sum_{l=1}^{4} I_{\rm cp1}l + \sum_{k=2}^{n} I_{\rm cpk} = (18) + (19) + (20) + (26) + (28) + (34). \tag{35}$$

Формула (35), несмотря на свою громоздкость, более точно отражает процессы, происходящие в электроцепи. Заметим, что при каждом импульсе напряжения на индуктивной нагрузке ток i(t) в начальном участке изменяется медленно из-за наличия гармоник $i_k(t)$, $k=\overline{2,n}$, обусловливающих эффект автоматической реструктуризации цепи [9]. В связи

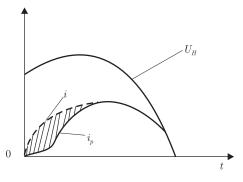


Рис. 3

с затуханием этих гармоник в каждом переходном процессе $I_{\rm cp}$ цепи уменьшается по сравнению с (1). Пояснением к этому может быть график переходных процессов, изображенных на рис. 3, где U_H — импульс напряжения на индуктивной нагрузке; i — ток в цепи, рассчитанный обычным методом [4, 7]; i_p — ток, рассчитанный с учетом сингуларисного разложения (3) напряжения U_H .

Как видно из рис. 3, ток i(t) нарастает в начальном участке быстрее тока $i_p(t)$. В последнем, как было отмечено, из-за наличия гармоник $|U_m|\ell^{-\alpha t}\sin\varphi\sum_{k=2}^n U_{mk}\sin\omega_k t$ в напряжении $U_H(t)$ при использовании разложения (3) и автоматической реструктуризации RL цепи [9] происходит медленное нарастание тока i_p . Разница между i(t) и $i_p(t)$ обозначена на рис. 3 заштрихованным участком. Эта разница обусловливает уменьшение $I_{\rm cp}(t,i_p)$ по сравнению с $I_{\rm cp}(t,i)$, что необходимо учитывать в расчетах на практике.

- 1. *Брухман С. С.*, *Трофимов Н. А.* Тиристорные переключатели переменного тока. Москва: Энергия, 1969.-64 с.
- 2. *Евсеев Ю. А., Крылов С. С.* Симисторы и их применение в бытовой электроаппаратуре. Москва: Энергоатомиздат, 1999. 120 с.
- 3. *Энергетическая* электроника: Справочное пособие / Под ред. В. А. Лабунцова. Москва: Энергоатомиздат, 1987. 461 с.
- 4. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Москва: Высш. шк., 1978. 528 с.
- 5. *Божко А. Е.* Новая интерпретация переходных процессов в электрических цепях // Доп. НАН України. 2004. № 9. С. 83–87.
- 6. *Божко А. Е.* О новой трактовке переходных процессов в электрических цепях переменного тока // Там само. -2005. N 4. С. 81–86.
- 7. Γ инзбург C. Γ . Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. Москва: Сов. радио, 1959. 404 с.
- 8. Бронштейн И. Н, Семендяев К. А. Справочник по математике. Москва: ГИТТЛ, 1956. 608 с.
- 9. *Боэнско А. Е.* Об автоматической реструктуризации электрических цепей с реактивными элементами при полигармонических входных сигналах // Доп. НАН України. 2002. № 11. С. 101–103.

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков Поступило в редакцию 20.07.2007