УДК 622.232.76

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕДАХ

Ходырев Е. Д.
(УкрНИМИ НАНУ, г. Донецк, Украина)

Розглянуто особливості прояву процесів перенесення рідини і газу у розроблюваному вуглепородному масиві. За допомогою прийнятого феноменологічного підходу, з використанням теорії наслідку Больцмана-Вольтерра, розроблено математичну модель фільтрації у тріщинувато-пористих гетерогенних середовищах.

Features related to liquid and gas transfer in coal-rock mass being mined are considered. With the help of accepted phenomenal approach using Boltzmann-Volterra theory mathematical model of seepage in fractured-porous heterogeneous media is developed.

В разрабатываемом углепородном массиве особенность происходящих процессов переноса жидкости и газа в ряде важных для практики случаев обусловливается сетью крупных транспортных каналов (трещин, контактных слоев), окружающих структурные блоки среды, в которых также происходит движение флюидов. Поэтому блоки играют роль источников (стоков). Порометрические исследования показывают, что лишь малая доля (5-10 %) общей пористости приходится на сообщающиеся трещины (транспортные каналы). Вследствие этого структурные элементы среды зачастую играют решающую роль в аккумуляции фильтрующихся веществ.

Своеобразие таких аккумуляторов состоит в том, что движение между наружной поверхностью блоков и их внутренними частями развивается во времени, создавая запаздывание реакции блоков на изменения в окружающих трещинах. Это существенно осложняет изучение задач, так как приходится рассматривать процессы массопереноса флюидов, как в крупных каналах, так и внутри блоков. Для упрощения задач в настоящее время используются две модели: модель вложенных сред и модель с типовым блоком [1]. Обе они применимы лишь для линейных задач и в случаях, когда напор фильтрации в крупных трещинах репрезентативного объема среды, содержащей множество структурных блоков, можно считать одинаковым.

При сильной фильтрационной неоднородности исследуемой среды (подработанных горных пород) это исходное ограничение препятствует получению более или менее достоверной информации при долгосрочных прогнозах крупномасштабных процессов фильтрации в горном массиве при изменении водного баланса шахт при их закрытии.

Предлагается феноменологический подход [2, 3], состоящий в использовании теории последействия Больцмана-Вольтерра в описании деформации твердых тел. Этот подход, плодотворный в задачах механики твердого деформируемого тела, в применении к задачам переноса оказывается достаточно прост в экспериментальном отношении и согласуется с результатами опытов для весьма сложных нелинейных процессов сорбции в ископаемых углях и породах, аналогичных им по свойствам. Это имеет строгое математическое доказательство для задач, в которых перенос в блоках описывается линейными соотношениями.

Кроме того, появившаяся в рамках такого подхода возможность принятия к учету нетривиальных версий взаимодействия фильтрующихся веществ и горных пород существенно повышает качество интерпретации результатов режимных наблюдений, что позволит осуществлять непрерывный мониторинг состояния такого сложного гидрогеологического объекта как закрывающаяся шахта.

Главную трудность при изучении процессов поглощения или отдачи вещества структурными элементами массива представляет описание движения флюидов внутри пористых блоков, т. к. содержащиеся в них поры существенно отличаются между собой как по размерам, так и по форме. В силу этого процессы поглощения развиваются одновременно по разным законам, включая вязкое течение Пуазейля, молекулярную диффузию Кнудсена и процессы абсорбции.

Детального описания сложных процессов, происходящих внутри пористых блоков, можно избежать, отражая их интегрально и задавая приток в единицах объема из блоков в крупные трещины с помощью временного оператора «А» наследственного типа. Оператор может быть линейным или нелинейным относительно давления, включать мгновенную или запаздывающую реакцию блоков на изменения давления в окружающих трещинах, учитывать старение блоков. Для нестареющих блоков ядро соответствующего интеграла зависит лишь от разности $t-\tau$ между текущим моментом времени и переменным временем интегрирования. Для нахождения оператора «А» достаточно провести достаточно простые опыты по измерению общего количества поступающего в блоки флюида при мгновенном приложении постоянного давления. По основным парам флюид - порода необходимая информация опубликована в соответствующих справочниках или может быть получена теоретическим путем.

За основу феноменологического описания кинетических процессов в пористых блоках, как и в случаях с однородными энергетическими поверхностями, принимается уравнение типа Лэнгмюра, имеющее вид:

$$\nu_t = \nu_p(1-e^{-kt}), \tag{1}$$

где ν_t – количество вещества, поглощенное горными породами к моменту времени t;

ν_p – предельное равновесное количество вещества, которое может быть поглощено единицей массы горных пород при данном давлении – p (определяется по изотермам сорбции или насыщения);

k – кинетический показатель, зависящий от свойств фильтрующихся веществ и горных пород.

Таким образом, в формуле (1) мы имеем закон, соответствующий получаемым на практике данным о кинетике поглощаемого вещества горными породами в условиях скачкообразного изменения давления. Однако слагающие горную породу пористые блоки с заключенным в них поглощенным веществом находятся в иных условиях. Эти условия характеризуются плавным изменением давления фильтрующегося вещества в транспортных каналах, окружающих пористые блоки. Если в рассматриваемой точке в фильтрующих трещинах в конечный интервал времени $\tau - \tau + \mathrm{d}\tau$ (где $\tau \le t - \mathrm{d}\tau$), произошло понижение давления фильтрующегося вещества с величины $p(\tau)$ до величины $p(\tau + \mathrm{d}\tau)$, то при давлении $p(\tau)$ равновесное флюидосодержание в пористых блоках, определяемое изотермой сорбции, составит:

$$v_{p1} = v_p(\tau), \tag{2}$$

а при давлении $p(\tau + \mathrm{d}\tau)$ равновесное количество поглощаемого вещества будет равно:

$$v_{p\,2} = v_p(\tau + \mathrm{d}\tau). \tag{3}$$

Тогда поглощающий блок перейдет в новое равновесное состояние, когда выровняется образовавшееся избыточное количество флюида, равное разности между поглощающей емкостью блоков при давлении вещества в момент времени τ и установившимся давлением в момент $(\tau + \mathrm{d}\tau)$. Это количество будет равно:

$$\Delta v = -(v_{p\,2} - v_{p\,1}) = v_p'(\tau)\mathrm{d}\tau. \tag{4}$$

К моменту времени τ, согласно (1), от этого избыточного количества флюида остается:

$$Q_{s\tau} = v_p'(\tau)\mathrm{d}\tau\left[1 - e^{-k(t-\tau)}\right], \tag{5}$$

где $Q_{s\tau}$ – количество поглощаемого к моменту времени t вещества, обусловленное изменением давления в момент времени τ, м^3/кг.

В показателе экспоненты стоит, в отличие от (1), время $t - \tau$, поскольку с момента τ до рассматриваемого момента t прошло $t - \tau$ времени.

Итак, формула (5) позволяет определить количество поглощаемого к моменту времени t вещества при скачкообразном понижении давления в момент времени τ. Чтобы получить общее количество поглощаемого флюида, необходимо просуммировать $Q_{s\tau}$ при всех $\tau \le (t_0, t)$, где t_0 – момент первого изменения давления фильтрующегося вещества вокруг блока.

Суммируя и переходя к пределу при $d\tau \to 0$, получаем интегральное представление количества поглощаемого флюида при произвольном изменении давления вокруг блока:

$$Q_s = \int_{t_0}^{t} v_p'(\tau)\left[1 - e^{-k(t-\tau)}\right]d\tau. \qquad (6)$$

Таким образом, в формуле (6) получено аналитическое выражение, описывающее взаимодействие поглощаемой и фильтрующейся фазы. Вид этого взаимодействия носит линейно-наследственный характер и отвечает физическим процессам массопереноса при фильтрации флюида в средах, представленных такими сложными по строению и свойствам трещиновато-пористыми горными породами. Достоверность полученного соотношения обеспечивается его соответствием экспериментальным данным о кинетике поглощаемости вещества горными породами, являющимися частными случаями общего фазово-химического взаимодействия, описываемого формулой (6).

Полученное соотношение (6) может служить основой для разработки наиболее точной и принципиально новой математической модели нестационарной фильтрации вещества в горных породах.

При решении задач, связанных с изучением закономерностей движения фильтрующегося вещества, необходимо привлекать уравнение сохранение массы в единице объема, которое для трещиновато-пористых сред имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}(Q_f + Q_s) = -\mathrm{div}(\rho\overline{\upsilon}), \qquad (7)$$

где Q_f – количество свободного вещества, находящегося в единице объема материала, кг/м^3;

Q_s – количество вещества, связанного поверхностно активными силами кг/м^3;

ρ – плотность вещества при давлении p, кг/м^3;

υ – скорость движения вещества, м/с.

Согласно существующим представлениям о соотношении свободного и связанного поверхностными силами вещества, областью преимущественного проявления поверхностно активных сил являются наиболее мелкие поры, соизмеримые по размерам с молекулами твердого вещества и флюидов. Поэтому объемом свободного вещества в них можно пренебречь.

Поры размером от 10^{-6} см до 10^{-1} см образуют сложную систему сообщающихся между собой фильтрующих пор, в которых сорбционные и подобные им процессы не играют существенной роли. Поэтому объем этих пор и определяет общее количество свободного вещества. Тогда, если обозначить через m - суммарный объем фильтрующих пор, заключенных в единице объема (иногда эту величину называют трещинной пористостью), количество фильтрующегося вещества в единице объема среды выразится соотношением:

$$Q_f = \rho m. \tag{8}$$

Формула (6) позволяет определить объем поглощенного и приведенного к нормальным условиям вещества.

Пересчитывая это количество флюида на единицу объема горных пород, получим:

$$v_{So\delta} = \int_{\infty}^{t} v'_p(t) jk e^{-k(t-\tau)} \mathrm{d}t, \tag{9}$$

где j – удельный вес горных пород, кг/м^3.

Тогда количество поглощенного в единице объема вещества будет равно:

$$Q_s = \rho_0 v_{o\delta}, \tag{10}$$

где ρ_0 – плотность вещества при нормальных условиях, кг/м^3.

Подставляя (10) и (9) в (8), получим:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho m + k\rho_0 \int_{-\infty}^{t} v'_p(t) e^{-k(t-\tau)} \mathrm{d}\tau) = -\mathrm{div}(\rho\overline{\upsilon}), \tag{11}$$

Объединив полученное соотношение (11) с уравнением состояния флюида $\rho = \rho(P, T)$ и законом, связывающим вектор скорости фильтрации υ_1 с вектором градиента давления $\mathrm{d}p/\mathrm{d}x_i$, который в общем случае в прямоугольных декартовых координатах имеет вид:

$$\upsilon_i = \frac{1}{\mu(k_{ij})} \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x_j}, \tag{12}$$

где μ – динамический коэффициент вязкости флюидов (Па·с), приходим к полной системе уравнений относительно P, $\overline{\upsilon}$ и ρ.

Выводы

Разработанные аналитические соотношения (1) – (12), полученные по результатам ранее проведенных натурных исследований процессов фильтрации жидкости и газа в разрабатываемом углепородном массиве, количественно учитывают связь проницаемости угольного пласта и вмещающих горных пород с их структурными особенностями в зависимости от различной степени деформирования. С помощью разработанного феноменологического подхода, с использованием теории последействия Больцмана – Вольтерра, разработана математическая модель фильтрации в трещиновато-пористых гетерогенных средах. Она может быть использована при решении вопросов дегазации угольных пластов, промышленной добычи газа и повышения безопасности ведения горных работ на шахтах, разрабатывающих газоносные угольные пласты.

СПИСОК ССЫЛОК

1. Г. И. Баренблатт, Ю. П. Желтов. Об основных уравнениях фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. ДАН СССР, 1960. т. 123. С. 545 – 548.
2. Линьков А. М., Ходырев Е. Д. Об источниках наследственного типа в задачах переноса. ДАН СССР. Механика.1988. т. 302 № 2. С. 280 – 283.
3. Линьков А. М., Ходырев Е. Д. Модель фильтрации с источниками наследственного типа. Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1989. № 3. С. 174 – 178.