

## РАЗРАБОТКА НОВЫХ СРЕДСТВ И МЕТОДОВ КОНТРОЛЯ МОРСКОЙ СРЕДЫ

УДК 551.465.15

В.А.Иванов, В.З.Дыкман, О.И.Ефремов

*Морской гидрофизический институт НАН Украины, г.Севастополь*

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПРОФИЛЕЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ВЗВЕСЕЙ В ПРИБРЕЖНОЙ ОБЛАСТИ МОРЯ НА ОСНОВЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Выводится интегральная функция распределения частиц взвеси по гидравлической крупности и формируются на ее основе комбинированные вероятностные распределения частиц для широкого диапазона их диаметров. При условии однородности дисперсии турбулентных пульсаций скорости по глубине получено модельное вертикальное распределение массовой концентрации взвесей. По результатам теоретических проработок уточняются требования к составу аппаратуры разрабатываемого измерительного комплекса «Донная станция».

С некоторой долей условности различные подходы к описанию потоков жидкости, содержащей взвешенные твердые частицы, можно разделить на гидродинамические и кинетические. В гидродинамических моделях взвесь рассматривается как непрерывный объект, характеризуемый некоторыми средними по гранулометрическому составу параметрами концентрации и скорости осаждения. Такие модели достаточно развиты и довольно успешно применяются. Вместе с тем выполненное в [1] сравнение существующих гидродинамических моделей вертикального распределения концентрации взвеси с экспериментальными данными показало, что степень согласования расчетов с наблюдениями во многих случаях является неудовлетворительной. Такое положение дел стимулирует разработку кинетических моделей, в которых взвесь рассматривается как совокупность дискретных частиц, характеризуемых определенными функциями распределения по гидравлическим (скорость осаждения в неподвижной воде) и геометрическим размерам. В перспективе этот подход может обеспечить большую детальность и точность изучения характеристик взвеси [2].

Проведенное исследование процессов осаждения и подъема терригенных частиц в прибрежной области моря показало [3], что при некоторых разумных упрощениях удастся получить равновесную функцию распределения взвешенных частиц по гидравлической крупности  $W$ :

$$\varphi(W) = \frac{2^{2-q} \sqrt{\pi} q}{\Gamma(q+0,5) \sigma^{2q}} \left[ \frac{1}{2} - \Phi_0(W/\sigma) \right] W^{2q-1}. \quad (1)$$

Здесь  $\Phi_0(W/\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^W e^{-u^2/2\sigma^2} du$ ,  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение

© В.А.Иванов, В.З.Дыкман, О.И.Ефремов, 2005

ние турбулентных флуктуаций скорости течения,  $q$  – параметр, характеризующий отношение среднеквадратического значения инерционного ускорения в турбулентном потоке  $\alpha$  к ускорению  $g_p$  частицы, имеющей плотность  $\rho_0$ , при ее падении в жидкости с плотностью  $\rho$  ( $g_p = 2(\rho_0 - \rho)g / (2\rho_0 + \rho)$ ),  $g$  – ускорение свободного падения.

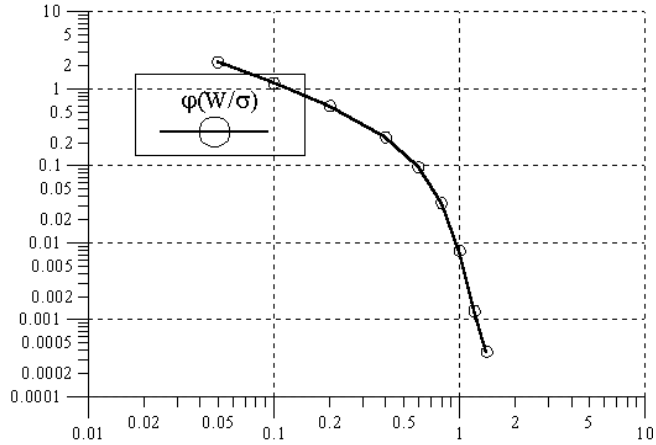


Рис. 1. Форма функции распределения частиц взвеси по гидравлической крупности.

Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию кинетического подхода к проблеме движения взвесей, в частности, разработке базового распределения массовой концентрации взвесей по вертикали.

Форма функции распределения (1) представлена на рис.1. Можно отметить, что относительное содержание крупных частиц, имеющих значения  $W$ , сравнимые с  $\sigma$ , резко уменьшается с ростом  $W$ . При малых  $W/\sigma$  распределение приближается к гиперболическому, с учетом малости параметра  $q$  по сравнению с единицей.

Более важными с точки зрения приложений являются распределения взвешенных частиц по их размерам. Переход от распределения (1) к соответствующим распределениям по геометрической крупности можно осуществить, произведя замену переменной:  $W = ad^n$ ,  $\varphi_1(d) = \varphi(W) \partial W / \partial d$ . Здесь  $d$  – диаметр частицы. В результате получаем

$$\varphi_1(d) = \frac{2^{2-q} n \sqrt{\pi} q a^{2q}}{\Gamma(q+0,5) \sigma^{2q}} \left[ \frac{1}{2} - \Phi_0(a \sigma^{-1} d^n) \right] d^{2nq-1}. \quad (2)$$

Для  $k$ -го момента  $M(ad^k)$  распределения (2) получается выражение:

$$M(d^k) = \frac{2^{k/2n} q \Gamma(q+0,5+k/2n)}{\Gamma(q+0,5)(q+k/2n)} \left( \frac{\sigma}{a} \right)^{k/n}. \quad (3)$$

Простейшим случаем является вариант, когда все взвешенные частицы имеют диаметр меньше 0,01 см и подчиняются при падении стоксову закону сопротивления. Тогда в (2) и (3)  $n = 2$ ,  $a = 6650 \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  (для кварцевых частиц), и третий момент распределения будет равен

$$M(d^3) = \frac{2^{3/4} q \Gamma(q+1,25)}{\Gamma(q+0,5)(q+0,75)} \left( \frac{\sigma}{a} \right)^{3/2}. \quad (4)$$

Такая ситуация наблюдается обычно сравнительно далеко от берега на глубине порядка 20 м, где даже в периоды штормов концентрация взвеси не превышает 2 мг/л [4]. На меньших глубинах, порядка нескольких метров, в

прибойной зоне дисперсия турбулентных флуктуаций  $\sigma$  увеличивается, и во взвешенном состоянии оказываются более крупные частицы. В этом случае для перехода от гидравлической крупности к геометрической в (2) используются меньшие значения  $n$ . Для диапазона диаметров от  $d_1 = 0,01$  см до  $d_2 = 0,1$  см рекомендуется преобразование  $W = ad_1^{2/3} \cdot d_1^{4/3} = bd^{4/3}$ ,  $b = 309 \text{ см}^{-1/3} \cdot \text{с}^{-1}$  [2].

Таким образом, частицы диаметром меньше  $d_1 = 0,01$  см подчиняются закону распределения

$$\varphi_2(d) = \frac{2^{3-q} \sqrt{\pi} q a^{2q}}{\Gamma(q+0,5) \sigma^{2q}} \left[ \frac{1}{2} - \Phi_0(a \sigma^{-1} d^2) \right] d^{4q-1}, \quad (5)$$

а в диапазоне от  $d_1$  до  $d_2$  – другому распределению:

$$\varphi_3(d) = \frac{2^{4-q} \sqrt{\pi} q b^{2q}}{3\Gamma(q+0,5) \sigma^{2q}} \left[ \frac{1}{2} - \Phi_0(b \sigma^{-1} d^{4/3}) \right] d^{8/3q-1}. \quad (6)$$

Реально при больших  $\sigma$  взвешенные частицы заполняют оба диапазона, и должно существовать суммарное распределение

$$\varphi_4(d) = p_1 \varphi_2(d) + (p_2 - p_1) \varphi_3(d). \quad (7)$$

Здесь  $p_1$  и  $p_2 - p_1$  – вероятности попадания случайно выбранной частицы в первый и второй диапазоны соответственно. Вычислить эти вероятности можно с помощью интегральной функции распределения.

Интегральная функция распределения  $F(W)$  определяется как вероятность того, что случайно выбранная взвешенная частица имеет гидравлическую крупность, не превышающую  $W$ ,  $F(W) = P\{\xi \leq W\}$ . При этом выполняются соотношения:

$$\varphi(W) = dF(W)/dW, \quad F(W) = \int_0^W \varphi(W) dW. \quad (8)$$

Используя выражение (1) для  $\varphi(W)$ , получаем

$$F(W) = \frac{2^{1-q} \sqrt{\pi}}{\Gamma(q+0,5)} \left( \frac{W}{\sigma} \right)^{2q} \left[ \frac{1}{2} - \Phi_0\left( \frac{W}{\sigma} \right) \right] + P\left( q+0,5; \frac{W^2}{2\sigma^2} \right). \quad (9)$$

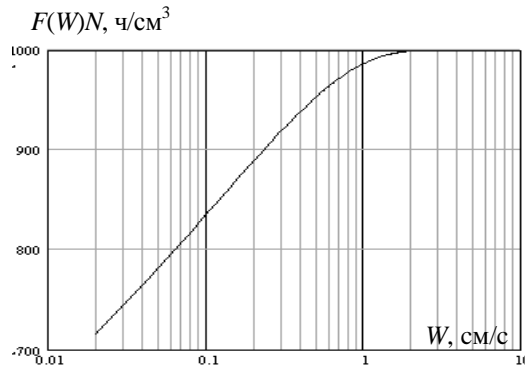


Рис. 2. Интегральная функция распределения частиц взвеси.

Здесь  $P(c, x)$  – неполная гамма-функция,

$$P(c, x) = \frac{1}{\Gamma(c)} \int_0^x e^{-t} t^{c-1} dt, \quad (\text{Re } c > 0).$$

Интегральная функция распределения (9) представлена на рис.2. Для большей наглядности  $F(W)$  умножена на числовую концентрацию частиц в единице

объема  $N = 10^3$  ч/см<sup>3</sup>. В выражении (9)  $q = 0,05$ ,  $\sigma = 1$  см/с. Из рисунка видно, что подавляющее большинство взвешенных частиц имеет скорость осаждения  $W$ , меньшую, чем среднеквадратическое значение турбулентных пульсаций скорости  $\sigma$ .

Теперь мы можем записать, что в формуле (7)  $p_1 = F(W_1)$ ,  $W_1 = ad_1^2$ , соответственно  $p_2 = F(W_2)$ ,  $W_2 = bd_2^{4/3}$ . Аналогично находятся моменты суммарного распределения (7). Нетрудно составить подобную схему вычисления моментов для большего числа диапазонов, с различными моделирующими функциями  $W_i = f(d_i)$ .

Разработанные функции распределения частиц взвеси для прибрежной области моря зависят от двух параметров: дисперсия турбулентных флуктуаций скорости определяет расположение участка резкого спада функции распределения, а дисперсия флуктуаций вертикального ускорения отвечает за наклон степенного участка функции в области малых гидравлических и геометрических размеров. Второй и третий моменты распределений  $\varphi(d)$  связаны с непосредственно измеряемыми характеристиками – оптической толщиной среды  $\tau_0$  и массовой концентрацией взвесей  $C_M$ :

$$\tau_0 \sim N \pi M (d^2), \quad C_M = N \frac{\rho_0 \pi}{6} M (d^3).$$

Здесь  $N$  – числовая концентрация частиц.

Указанные выше дисперсии могут измеряться напрямую, с помощью трехкомпонентного электромагнитного датчика пульсаций скорости течения [5]. Кроме того, возможна косвенная оценка этих параметров, на основе одновременных измерений на некотором горизонте объемной концентрации взвесей с помощью кондуктометрических датчиков [6], и показателя ослабления направленного света. По этим данным могут быть вычислены параметры распределения  $\sigma$  и  $q$ , а также числовая концентрация частиц  $N$  и любые другие характеристики песчаной взвеси на некотором горизонте.

Вычисление вертикальных профилей массовой концентрации взвесей с помощью вероятностных функций распределения требует привлечения данных об интенсивности турбулентных флуктуаций скорости течения в прибрежной области моря. Ветровые волны служат здесь главным источником турбулентности как непосредственно в придонном слое (пристеночная турбулентность), так и в основной толще вод (турбулентность, индуцированная волнами). Одной из ближайших задач развития кинетического подхода к проблеме движения взвесей в прибрежной зоне является разработка моделей генерации турбулентных движений поверхностными волнами.

Важно, однако, заранее установить некоторые соотношения для параметров вероятностных распределений, которые могут оказаться полезными при расчетах вертикальных профилей массовой концентрации взвешенных частиц. Если с параметром  $\sigma$ , который является основным в схеме кинетического описания, логически все ясно, то смысловое содержание параметра  $q$  требует дополнительной расшифровки. В [2] показано, что уменьшенную скорость падения частиц при наличии турбулентности  $W_T$  удобно выразить через скорость в неподвижной воде  $W$  с помощью соотношения:

$$W_T = kW^{1-\varepsilon}. \quad (10)$$

Здесь  $k$  – не зависящий от  $W$  коэффициент, обеспечивающий выполнение соотношений размерности;  $\varepsilon = r\alpha/g_p$ ;  $r$  – числовой коэффициент,  $r < 1$ ;  $\alpha$  – среднеквадратическое значение инерционного ускорения в турбулентном потоке.

Основанием для введения параметра  $\varepsilon$  послужило полученное Ньютоном [7] выражение для силы  $F_z$ , которая действует на тело, движущееся со скоростью  $U_p(t)$  в присутствии медленно (на масштабе диаметра тела) изменяющегося неоднородного потока со скоростью  $U_p(z, t)$ :

$$F_z = (\rho V + m_{11}) \left[ \frac{\partial U}{\partial t} + (U - U_p) \frac{\partial U}{\partial z} \right] - m_{11} \frac{dU_p}{dt}. \quad (11)$$

Здесь  $V$  – объем тела,  $m_{11}$  – присоединенная масса. Второе слагаемое в квадратных скобках, представляющее собой некоторую долю инерционного ускорения в пульсационном движении, пропорциональную запаздыванию частицы относительно флуктуаций скорости потока, при осреднении может дать вертикальную составляющую, обеспечивающую наблюдаемый экспериментально дефицит скорости осаждения тяжелых частиц в турбулентном потоке.

Оценить величину неосциллирующей добавки  $\alpha_p$  к ускорению  $g_p$ , вызываемой турбулентными пульсациями вертикальной скорости  $U$ , можно путем формальной подстановки  $U = A(\omega) \sin \omega t$ . Тогда, с учетом запаздывания частицы на время  $\tau$ ,

$$U_p = \frac{A(\omega)}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \sin(\omega t - \gamma), \quad \gamma = \arctg \omega \tau.$$

Дополнительно на основе гипотезы Тэйлора [8] полагаем

$$\frac{\partial U}{\partial t} = U_w \frac{\partial U}{\partial z}.$$

Здесь  $U_w$  – вертикальная составляющая скорости волнового движения. В результате получаем

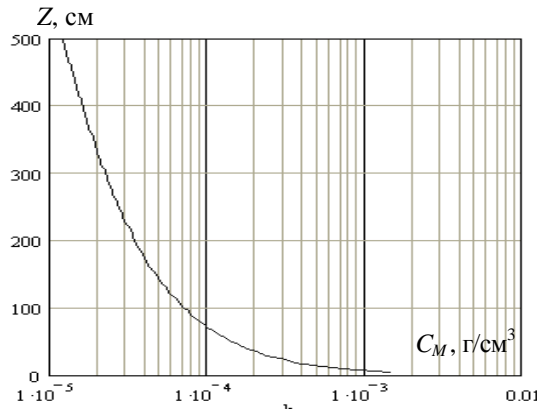
$$\overline{(U - U_p) \frac{\partial U}{\partial z}} = \frac{1}{U_w} \frac{A^2(\omega) \omega}{2} \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} = \alpha_p. \quad (12)$$

Отсюда, учитывая, что  $\varepsilon = \alpha_p / g_p$  и  $q = \varepsilon/2$ , после усреднения

$$q = 0,45 \frac{\sigma}{U_B} \frac{\sigma \omega_1}{g_p}. \quad (13)$$

Здесь  $U_B$  – амплитуда вертикальной составляющей скорости волнового движения,  $\sigma \omega_1 = S$  – среднеквадратическое значение локального ускорения в турбулентном потоке [2]. Средняя частота  $\omega_1$  зависит от формы спектра вертикальной составляющей турбулентных флуктуаций скорости потока  $P_U(\omega)$ , в соответствии с выражением

$$\omega_1^2 = \int_0^\infty \omega^2 P_U(\omega) d\omega / \int_0^\infty P_U(\omega) d\omega. \quad (14)$$



Р и с . 3 . Профиль массовой концентрации взвесей при постоянной по глубине интенсивности турбулентности.

Осталось лишь подставить в последнюю формулу выражение для амплитуды вертикальной волновой скорости  $U_B(z) = \Omega l \cdot \text{sh } mz / \text{sh } mh$  [9], где  $\Omega$  – частота поверхностной волны,  $l$  – ее амплитуда,  $m = 2\pi/L$ ,  $L$  – длина волны,  $h$  – глубина,  $z$  – высота горизонта над дном, и мы получим искомый базовый профиль массовой концентрации взвесей. Если числовая концентрация частиц и дисперсия турбулентности с глубиной не меняются, этот профиль за пределами придонного пограничного слоя будет соответствовать функции  $C_M = [\text{sh}(mz)]^{-1}$ . На рис.3 представлено модельное распределение  $C_M = (z)$ , рассчитанное при значениях параметров  $\sigma = 1,0$  см/с,  $\Omega = 1,0$  с<sup>-1</sup>,  $l = 100$  см,  $h = 500$  см,  $L = 30$  м,  $N = 1000$  ч/см<sup>3</sup>,  $\rho_0 = 2,65$  г/см<sup>3</sup>.

Можно сделать определенные выводы о влиянии полученных результатов на выработку требований к составу и структуре измерительных каналов разрабатываемого измерительного комплекса «Донная станция». В процессах перемещения взвешенных наносов принимают участие все три структурные составляющие поля скорости течения: волновые движения, мелко-масштабная турбулентность и средние течения, к числу которых в прибрежной зоне следует относить также флуктуации с периодами больше минуты. Типичной особенностью мелководья является преобладание волновых движений над средними течениями, благодаря чему направление мгновенного вектора скорости изменяется в очень широком угловом диапазоне. В такой ситуации оказываются непригодными измерители турбулентных флуктуаций с узкой диаграммой направленности, которые нормально работают в режиме зондирования, при буксировках и в устойчивых потоках.

Из предыдущего изложения следует, что главную роль в механизмах взвешивания частиц играют вертикальные компоненты турбулентных и волновых флуктуаций скорости течения. Однако это не значит, что можно пренебречь измерениями горизонтальных компонент скоростных флуктуаций. Прежде всего, горизонтальные компоненты важны для расчета пульсационных напряжений, участвующих в процессах эрозии донного грунта. Кроме того, приборная платформа может быть наклонена под некоторым углом к горизонту, и методически, для пересчета из одной системы координат в другую, необходимо измерять все три компоненты флуктуаций скоро-

Если  $P_U(\omega) = D\omega^2$ , то  $\omega_1 \approx 10\omega_0$ ,  $\omega_0$  – левая граница спектра турбулентности. Полагая  $\omega_0 = 6$  с<sup>-1</sup>,  $\sigma = 1$  см/с и  $g_p = 515$  см/с<sup>2</sup>, получим для этого вида спектра оценку  $\sigma\omega_1/g_p = 0,122$ .

Теперь можно, подставляя в соотношение  $C_M = N\rho_0\pi/6 \cdot M(d^3)$  упрощенное выражение для момента (4)  $M(d^3) = 2,26q(\sigma/a)^{3/2}$  и  $q$  из (13), получить

$$C_M = \frac{0,6N\rho_0\sigma^{5/2}}{U_B a^{3/2}}. \quad (15)$$

сти течения. Уже упоминалось, что одновременные измерения на некотором горизонте объемной концентрации взвесей и показателя ослабления направленного света позволяют вычислить параметры функций распределения  $\sigma$  и  $q$ , а также числовую концентрацию частиц  $N$  и любые другие характеристики взвеси на некотором горизонте. На этом же горизонте можно непосредственно измерить среднеквадратическое отклонение турбулентных флуктуаций скорости  $\sigma$  и сравнить модельные представления с реальными наблюдениями. Провести же прямые измерения распределения параметра  $\sigma$  по глубине, необходимые для расчета вертикального профиля массовой концентрации взвеси по формуле (15), очень трудно. В этой ситуации резко возрастает ценность непосредственных измерений вертикального распределения объемной концентрации взвеси с помощью гирлянды кондуктометрических датчиков. Такие измерения позволят получить косвенные, но важнейшие данные о структуре турбулентного потока в прибрежной зоне, необходимые для исследования процессов переноса не только собственно терригенной взвеси, но также и различных примесей и загрязнений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lee T.H., Hanes D.M. Comparison of field observations of the vertical distribution and its prediction by models // J. Geophys. Res.– 1996.– 101, №С2.– P.3561-3572.
2. Иванов В.А., Дыкман В.З., Ефремов О.И. Проблемы исследования кинетики взвеси в прибрежной области моря // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2004.– С.414-423
3. Иванов В.А., Дыкман В.З., Ефремов О.И. Функция распределения частиц взвеси в прибрежной области моря // Доп. НАН України.– 2005.– №1.– С.111-117.
4. *Dynamical processes in coastal regions.*– Sofia: Publishing house of the Bulgarian Academy of sciences, 1990.– 190 p.
5. Дыкман В.З., Ефремов О.И. Электромагнитный датчик для измерения флуктуаций скорости течения // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2000.– С.318-324.
6. Дыкман В.З., Ефремов О.И. Измерение объемной концентрации взвесей по пульсациям электропроводности морской воды // Системы контроля окружающей среды. Методические, технические и программные средства.– Севастополь: МГИ НАН Украины, 2003.– С.48-54.
7. Ньюмен Дж. Морская гидродинамика.– Л.: Судостроение, 1985.– 368 с.
8. Хинце И.О. Турбулентность, ее механизм и теория.– М.: Физматгиз, 1963.– 680 с.
9. Филлипс О.М. Динамика верхнего слоя океана.– Л.: Гидрометеиздат, 1980.– 320 с.

Материал поступил в редакцию 4.03.2005 г.