

Е.В. Романовский, И.Е. Тимченко

Вычислительные эксперименты с адаптивной моделью морской экосистемы, представленной уравнениями реакции – диффузии

Рассмотрена задача учета диффузии при формировании пространственно-временных процессов в адаптивной модели морской экосистемы. Показано, что учет диффузии в модели экосистемы, построенной методом адаптивного баланса влияний, приводит к системе уравнений реакции – диффузии Колмогорова – Петровского – Пискунова (КПП). Предложена модель экосистемы, которая состоит из семи уравнений КПП для концентраций фито- и зоопланктона, биоресурса, кислорода, биогенов, детрита и углекислого газа. В вычислительных экспериментах, проведенных с моделью, получены одномерные и двумерные распределения параметров экосистемы при различных коэффициентах диффузии. Анализ результатов показал, что модель экосистемы, основанная на уравнениях КПП, способна генерировать диссипативные структуры – стационарные во времени и неоднородные по пространству распределения концентраций взаимодействующих веществ.

Ключевые слова: модель морской экосистемы, диффузия, ABC-метод, диссипативные структуры.

Введение. Математические модели морских экосистем создаются для решения разнообразных задач, среди которых одна из наиболее важных – изучение динамики популяций морских организмов. Особую актуальность это направление исследований приобретает вследствие увеличения антропогенной нагрузки на морские экосистемы. Большинство моделей морских экосистем содержат интегральное описание процессов, при котором пространственная динамика отсутствует [1]. Такое положение дел объясняется большими сложностями моделирования распределенных систем, так как в пространственно-временных моделях подобных систем приходится решать задачи переноса неконсервативных примесей, взаимодействующих между собой и подверженных влиянию окружающей среды.

Вместе с тем именно подобные задачи представляют большой научный и практический интерес и составляют предмет интенсивно развивающейся теории адаптивных сложных систем, обладающих свойствами самоорганизации, модели которых получили общее название «уравнения реакции – диффузии». Начало этому направлению исследований было положено А. Тьюрингом в работе «Химические основы морфогенеза», опубликованной в 1952 г. Его исследование было посвящено математической теории образования структур в первоначально однородной системе, где одновременно происходят химические реакции, сопровождаемые потреблением энергии, и присутствует динамика среды в форме переноса – диффузии. Существенное развитие идеи Тьюринга получили в работах группы И. Пригожина [2], основной целью кото-

рых стало изучение явления самоорганизации в поведении сложных систем с позиций фундаментальных законов термодинамики и химической кинетики. Было установлено, что в тех открытых системах, что находятся в неравновесных условиях, могут спонтанно возникать особые типы структур, способных к самоорганизации, т.е. к переходу от теплового хаоса к упорядоченным состояниям. Пригожин назвал эти структуры диссипативными, стремясь подчеркнуть, что процесс безвозвратных потерь энергии играет в их возникновении конструктивную роль. Особое значение для систем, состоящих из большого числа взаимодействующих между собой объектов, имеют случайные флуктуации параметров окружающей среды.

За последние тридцать лет были достигнуты существенные результаты в теории сложных адаптивных систем. Это дало возможность провести анализ многих моделей типа «реакция – диффузия» и обнаружить множество открытых систем, в которых наблюдаются явления самоорганизации. Наиболее популярной и хорошо изученной является двухкомпонентная модель «брюсселятор» [2].

В математической экологии классическими стали монография Дж. Мюррея [3], в которой вопросы формирования автоволн и диссипативных структур подробно рассмотрены в контексте математической биологии, и книга А. Окубо и С.А. Левина [4], посвященная вопросам разработки моделей реакции – диффузии и их калибровке с помощью эмпирических данных. В работе Р. Кантрелла и К. Коснера [5] для построения подобных моделей экосистем применены современные методы нелинейного анализа и теория динамических систем. Теория диссипативных структур нашла широкое применение в физике и химии [6]. Отдельные исследования выполнены в области моделирования эколого-экономических систем. Так, в работе [7] решается задача оптимального управления пространственно распределенной эколого-экономической системой.

Целью настоящей работы является изучение подходов к построению уравнений реакции – диффузии для адаптивных моделей морских экосистем, позволяющих рассчитывать пространственно-временную динамику взаимодействия биологических объектов с морской средой. Рассматривается упрощенная модель морской экосистемы, в которой процессы взаимодействия живых объектов описываются методом адаптивного баланса влияний (*ABC*-методом) [8], учитывающим явление реакции, а динамика среды представлена явлением диффузии. Концепция адаптации сложной системы к внешним влияниям является общей для моделей реакции – диффузии и для *ABC*-метода, который неоднократно применялся для моделирования интегральных процессов в экосистемах. Отмечены быстрая сходимость к устойчивым решениям уравнений *ABC*-моделей, а также возможность объективной оценки коэффициентов этих моделей по данным наблюдений. Этим объясняется интерес к постановке вычислительного эксперимента с уравнениями реакции – диффузии *ABC*-модели морской экосистемы.

Уравнения метода адаптивного баланса влияний (ABC-метода). Системный принцип адаптивного баланса влияний постулирует существование равновесия в любой динамической системе, которое должно быть обеспечено балансом положительных и отрицательных обратных связей. Этот принцип выполняется в основном уравнении ABC-метода [8]

$$\frac{dx}{dt} = x[1 - 2F^{(+)}(x)], \quad (1)$$

где $F^{(+)}(x)$ – любая монотонно растущая функция, x – вектор параметров модельного процесса в момент времени t . Целесообразно использовать наиболее простую базовую функцию влияния, выбрав ее в виде $F^{(+)}(x) = x$. Тогда выражение (1) принимает вид логистического уравнения

$$\frac{dx}{dt} = x(1 - 2x). \quad (2)$$

В ABC-методе предложено правило объединения n процессов в систему, которое заключается в том, что все процессы x_j , влияющие на процесс x_i , а также внешние влияния на систему f_i учитываются в аргументе базовой функции влияния следующим образом:

$$F^{(+)}(x_i) = x_i + \sum_{j=1}^{n-1} a_{ij}x_j + f_i, \quad (3)$$

где a_{ij} – коэффициенты влияний ABC-модели. Тогда общая система динамических уравнений ABC-модели и ее конечно-разностная аппроксимация принимают такой вид [8]:

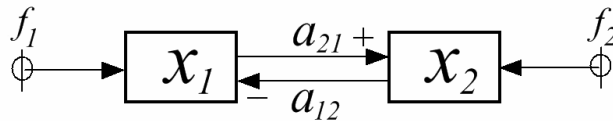
$$\frac{dx_i}{dt} = x_i \left[1 - 2 \left(x_i - \sum_{j=1}^{n-1} a_{ij}x_j - f_i \right) \right], \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad i \neq j, \quad (4)$$

$$x_{ik} = 2x_{ij} \left[1 - \left(x_{ij} - \sum_{m=1}^{n-1} a_{im}x_m - f_{ij} \right) \right], \quad (5)$$

$$i, m = 1, 2, \dots, n, \quad i \neq m, \quad k = j + 1, \quad j = 1, 2, \dots, \quad t_k - t_j = 1.$$

Как показывают исследования [1, 8], системы уравнений ABC-метода (5) при правильном выборе коэффициентов влияний обладают быстрой сходимостью к стационарным решениям.

Рассмотрим в качестве примера два взаимосвязанных процесса развития, объединенных в систему, как изображено на рис. 1.



Р и с. 1. Концептуальная модель простейшей системы, образованной двумя взаимосвязанными процессами x_1 и x_2 при внешних воздействиях f_1 и f_2 (a_{21} , a_{12} – коэффициенты влияний)

Будем считать, что влияние процесса x_2 на процесс x_1 может быть представлено зависимостью $x_1 = a_{12}x_2$, а обратное влияние – зависимостью $x_2 = a_{21}x_1$. В соответствии с уравнением (4) для концептуальной модели системы имеем:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1 [1 - 2(x_1 - a_{12}x_2 - f_1)], \quad (6)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_2 [1 - 2(x_2 + a_{21}x_1 - f_2)].$$

Объединение двух процессов в систему (6) дает эмерджентный эффект, заключающийся в адаптации процессов друг к другу и к внешним воздействиям f_1 и f_2 . Система уравнений (6) устанавливает новые равновесные состояния для адаптированных процессов x_1 и x_2 .

Для иллюстрации адаптации процессов друг к другу построим сценарии процессов x_1 и x_2 . Степени влияний процессов друг на друга определим заданием коэффициентов модели: $a_{12} = 0,8$ и $a_{21} = -0,3$. Добавим в правые части уравнений модели (6) функции внешних влияний:

$$f_1 = -0,2 \sin[0,3t - \cos(0,6t)], \quad f_2 = 0,25 \cos[0,5t + \sin(0,7t)].$$

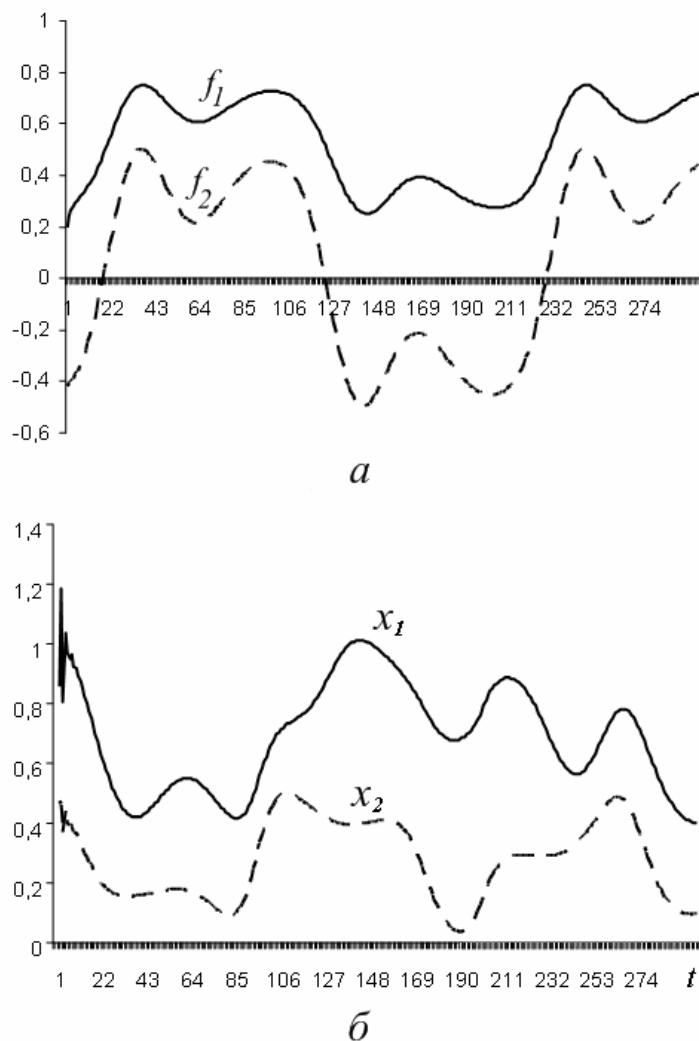
Тогда уравнения (6) в конечных разностях принимают вид

$$x_{1k} = 2x_{1j} \left\{ 1 - \left[x_{1j} - 0,8x_{2j} + 0,2 \sin(0,3t_j - \cos(0,6t_j)) \right] \right\},$$

$$x_{2k} = 2x_{2j} \left\{ 1 - \left[x_{2j} + 0,3x_{1j} - 0,25 \cos(0,5t_j + \sin(0,7t_j)) \right] \right\}.$$

На рис. 2, а показаны графики функций внешних влияний f_1 и f_2 , а на рис. 2, б – результирующие сценарии процессов x_1 и x_2 . В этом примере процессы x_1 и x_2 должны были одновременно адаптировать свои значения друг к другу и к внешним влияниям f_1 и f_2 . Поэтому результирующие сценарии процессов заметно отличаются от графиков приложенных к ним внешних воздействий. Следует ожидать, что это отличие будет возрастать по мере

увеличения числа взаимосвязанных процессов, объединенных в структуру системы, и количества приложенных к ним внешних воздействий. Особый интерес представляет взаимная адаптация процессов в условиях диффузии.



Р и с. 2. Одновременная адаптация процессов x_1 и x_2 друг к другу и к внешним воздействиям f_1 и f_2 : *а* – влияние внешних воздействий; *б* – результаты одновременной адаптации

Взаимная адаптация процессов в модели морской экосистемы в условиях диффузии. Диффузия является одним из наиболее распространенных свойств природной среды, оказывающих влияние на адаптацию природных процессов к условиям, в которых они развиваются. Исследованию этого влияния посвящено большое количество научных работ, в которых рассматриваются модели взаимодействия типа «реакция – диффузия». Типичным при-

мером подобных моделей служит уравнение Колмогорова – Петровского – Пискунова [9]. Предполагается, что в рассматриваемой модели морской экосистемы помимо диффузии происходит изменение концентрации вещества, причем скорость этого изменения в данной точке и в данный момент времени таким образом зависит от концентрации, что имеет место тенденция, противоположная диффузии: стремление к постоянному значению концентрации. Тогда уравнение КПП запишем в виде

$$\frac{\partial h}{\partial t} = D \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + rh(1-h), \quad (7)$$

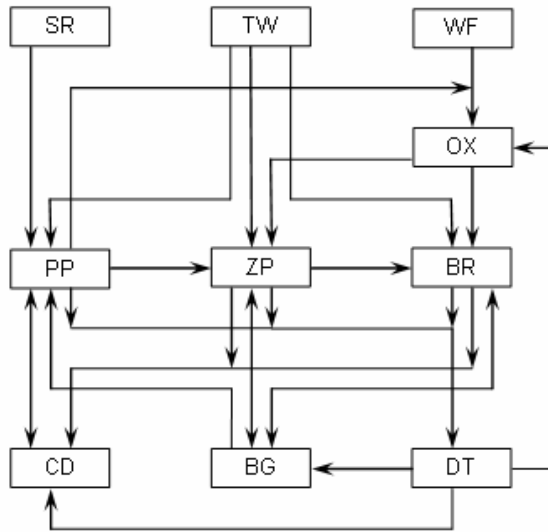
где x – обобщенная координата точки на плоскости, h – плотность вещества в этой точке, t – время, D – коэффициент диффузии ($\text{м}^2/\text{с}$), а r – безразмерный коэффициент, который описывает изменение относительной (безразмерной) концентрации химического вещества или биологических объектов $h(x,t)$ на сегменте $0 \leq x \leq 1$ в диффундирующей среде. Известно, что одним из решений этого уравнения является волна, бегущая со скоростью v : $h(x,t) = h(x-vt)$.

В частном случае, когда $h(x,t) = 2u_i(x,t)$, $r = 0,5$, второе слагаемое в правой части уравнения КПП, моделирующее процесс реакции, соответствует правой части основного уравнения ABC-метода (4). Поэтому для n взаимосвязанных процессов по аналогии с системой уравнений (5) получим следующую общую систему уравнений реакции – диффузии, в которой процессы реакции выражены с помощью ABC-метода:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = D_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + u_i \left[1 - 2 \left(u_i - \sum_{j=1}^{n-1} a_{ij} u_j(x,t) - f_i \right) \right], \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad i \neq j, \quad (8)$$

где a_{ij} – коэффициенты влияний, определяющие взаимодействие процессов в ходе реакции. Эта модель отражает стремление к состоянию динамического баланса системы безразмерных процессов $u_i(x,t)$, взаимодействующих между собой и с внешними влияниями в условиях диффузионного перемешивания среды, в которой развиваются эти процессы.

Рассмотрим применение системы уравнений (8) на примере интегральной модели морской экосистемы. Будем считать, что экосистема содержит семь взаимодействующих между собой одномерных по пространству процессов (реагентов), формирующих структуру относительно простой модели морской экосистемы. В качестве переменных модели определим пространственные распределения концентраций фитопланктона (PP), зоопланктона (ZP), биоресурса (BR), биогенов (BG), детрита (DT), углекислого газа (CD) и кислорода (OX). Концептуальная модель экосистемы представлена на рис. 3.



Р и с. 3. Концептуальная модель экосистемы

В качестве внешних воздействий на экосистему будем учитывать солнечную радиацию (SR), участвующую в образовании фитопланктона, модуль скорости приводного ветра (WF), поставляющего кислород, который необходим для зоопланктона и рыб, в верхний слой моря, и температуру морской воды (TW). С учетом сказанного ABC -модель реакции – диффузии для экосистемы принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial PP(x,t)}{\partial t} &= D_{PP} \frac{\partial^2 PP(x,t)}{\partial x^2} + PP(x,t) \{1 - 2[PP(x,t) + a_{PP/ZP} ZP(x,t) - \\
 &- a_{PP/BG} BG(x,t) - a_{PP/CD} CD(x,t) - F_{PP}(SR) - F_{PP}(TW)]\}, \\
 \frac{\partial ZP(x,t)}{\partial t} &= D_{ZP} \frac{\partial^2 ZP(x,t)}{\partial x^2} + ZP(x,t) \{1 - 2[ZP(x,t) - a_{ZP/BR} BR(x,t) - \\
 &- a_{ZP/BG} BG(x,t) - a_{ZP/PP} PP(x,t) - a_{ZP/OX} OX(x,t) - F_{ZP}(TW)]\}, \\
 \frac{\partial BR(x,t)}{\partial t} &= D_{BR} \frac{\partial^2 BR(x,t)}{\partial x^2} + BR(x,t) \{1 - 2[BR(x,t) - a_{BR/ZP} ZP(x,t) - \\
 &- a_{BR/BG} BG(x,t) - a_{BR/OX} OX(x,t) - F_{BR}(TW)]\}, \\
 \frac{\partial CD(x,t)}{\partial t} &= D_{CD} \frac{\partial^2 CD(x,t)}{\partial x^2} + CD(x,t) \{1 - 2[CD(x,t) - a_{CD/ZP} ZP(x,t) - \\
 &- a_{CD/BR} BR(x,t) + a_{CD/PP} PP(x,t) + F_{CD}(TW)]\},
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

$$\frac{\partial OX(x,t)}{\partial t} = D_{OX} \frac{\partial^2 OX(x,t)}{\partial x^2} + OX(x,t)\{1 - 2[OX(x,t) + a_{OX/DT}DT(x,t) - a_{OX/PP}PP(x,t) - F_{OX}(WF)]\},$$

$$\frac{\partial BG(x,t)}{\partial t} = D_{BG} \frac{\partial^2 BG(x,t)}{\partial x^2} + BG(x,t)\{1 - 2[BG(x,t) + a_{BG/ZP}ZP(x,t) + a_{BG/BR}BR(x,t) + a_{BG/PP}PP(x,t) - a_{BG/DT}DT(x,t)]\},$$

где $F_{PR}(EX)$ – функция, описывающая внешнее воздействие EX на процесс PR . Граничные условия запишем в общем виде:

$$\frac{\partial}{\partial n} T_i(x \in \Gamma, t) = -Kb_i(x \in \Gamma, t)[T_i(x \in \Omega(t)) - T_i^{ext}(x \in \Omega^{ext}, t)], \quad (10)$$

здесь $T_i(x, t)$ – вектор состояния экосистемы с элементами: $T_1(x, t)$ – концентрация фитопланктона (PP), $T_2(x, t)$ – зоопланктона (ZP), $T_3(x, t)$ – биоресурса (BR), $T_4(x, t)$ – биогенов (BG), $T_5(x, t)$ – детрита (DT), $T_6(x, t)$ – углекислого газа (CD) и $T_7(x, t)$ – кислорода (OX); Ω – замкнутая моделируемая область с границей Γ , n – нормаль к этой границе; T_i – концентрации PP , ZP , BR , BG , DT , OX , CD внутри области Ω ; T_i^{ext} – концентрации PP , ZP , BR , BG , DT , OX , CD вне области Ω (Ω^{ext}); Kb_i – функция, описывающая поток i -го ресурса через границу Γ в момент времени t .

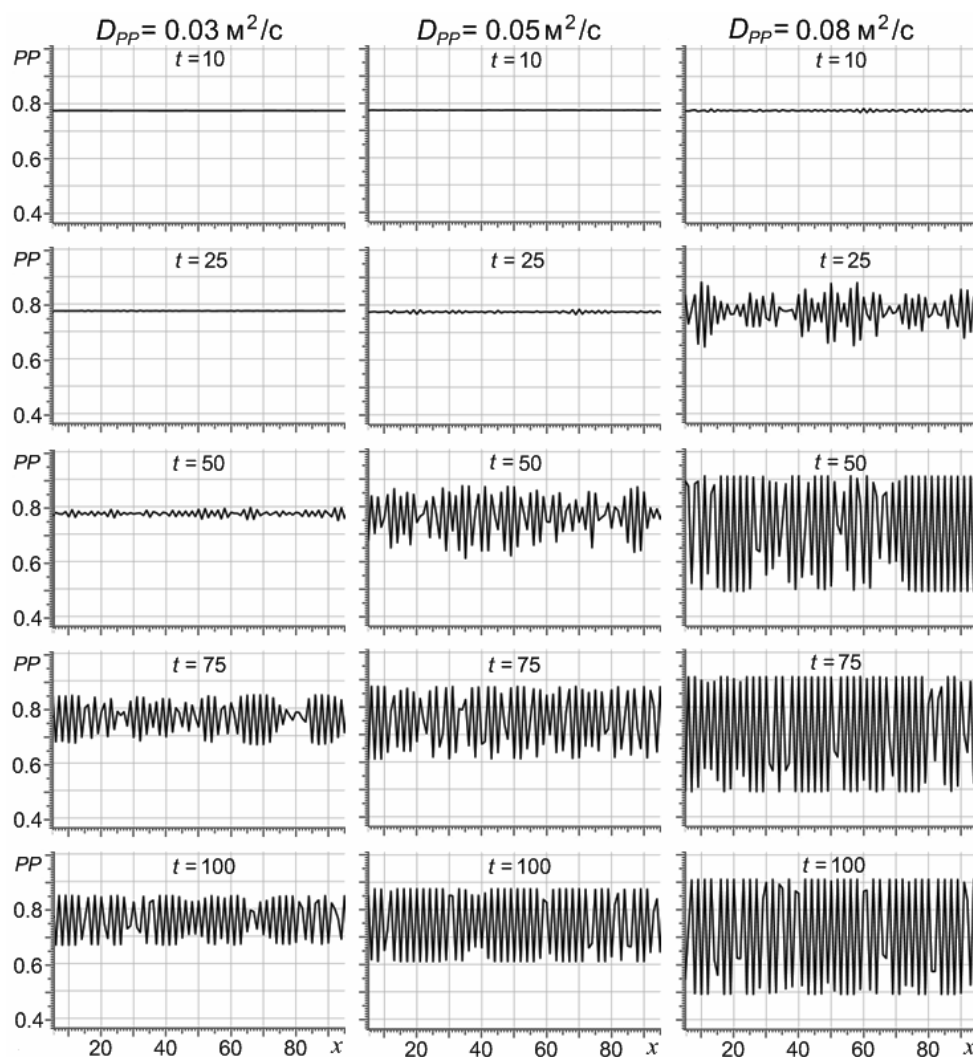
Вычислительные эксперименты с моделью морской экосистемы.

С построенной моделью экосистемы были проведены две серии вычислительных экспериментов. В первой серии в качестве моделируемой области был использован одномерный по пространству вариант модели (9), когда процессы реакции – диффузии происходили на сегменте $[0, 100]$ оси x :

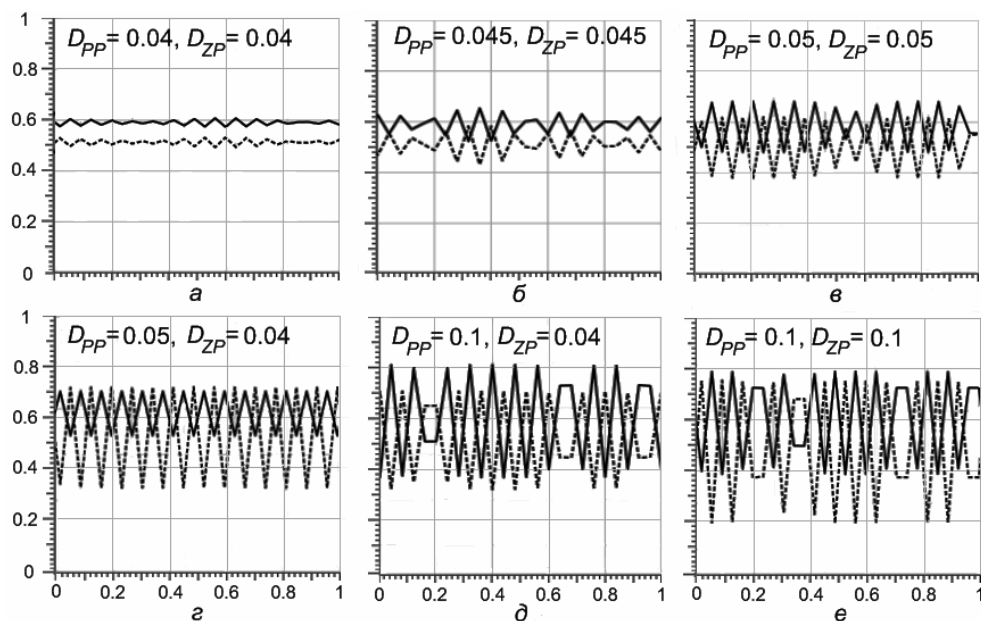
$$T_i(x, t+1) = D_i[T_i(x-1, t) - 2T_i(x, t) + T_i(x+1, t)] + 2T_i(x, t) \left(1 - T_i(x, t) + \sum_{j \neq i} a_{ij}T_j(x, t) + F_i(x, t) \right). \quad (11)$$

Все моделируемые процессы путем линейных преобразований были приведены к безразмерной форме и к общему интервалу изменчивости от 0 до 1, а коэффициенты влияния в уравнениях (11) выбирались в диапазоне значений от 0,1 до 0,5. В качестве начальных условий задавались ненулевые распределения концентраций параметров экосистемы. Для того чтобы исключить влияние годового хода внешних влияний на возникновение диссипативных структур в проведенных экспериментах, были использованы постоянные значения солнечной радиации SR , скорости ветра WF и температуры морской воды TW . Граничные условия были заданы в форме (10) с нулевым потоком через границу моделируемой области. Вычисления производились на 365 шагов по времени с интервалом в 1 сут.

Результаты экспериментов с одномерным вариантом модели, демонстрирующие возникновение и распространение волн концентраций параметров, приведены на рис. 4 и 5. На рис. 4 показан пример модельного прогноза, наглядно демонстрирующий изменение характеристик формирующейся волны концентрации фитопланктона в зависимости от коэффициента диффузии фитопланктона D_{PP} в некоторый момент времени t . Можно видеть, что с ростом коэффициента диффузии увеличиваются амплитуда и скорость распространения колебаний, следствием чего является более быстрая сходимость к равновесному состоянию.



Р и с. 4. Формирование волны концентрации фитопланктона PP в зависимости от величины коэффициента диффузии D_{PP} с течением времени t



Р и с. 5. Взаимодействие фитопланктона – активатора (сплошная линия) и зоопланктона – ингибитора (штриховая) в зависимости от величины коэффициентов диффузии (D , m^2/c) в модели морской экосистемы

Для уравнения КПП справедлива следующая оценка предельной скорости распространения волны [10]:

$$\lambda_0 = 2\sqrt{D\alpha},$$

где $\alpha = u'(0)$. Результаты вычислений, приведенные на рис. 4, качественно согласуются с этой теоретической формулой: скорость распространения волны концентрации фитопланктона пропорциональна коэффициенту диффузии. Кроме того, в экспериментах с этой моделью получены оценки значений коэффициента диффузии, при которых система находится на грани хаоса. Так, для типичных значений коэффициентов влияния (диапазон значений от 0,01 до 0,5) волны возникают и становятся заметными, начиная со значения коэффициента диффузии $D \approx 0,04$ (рис. 5, а), а при $D \geq 0,15$ система переходит в состояние хаоса.

Возможность перехода к хаотическому режиму объясняется свойствами вычислительного алгоритма решения уравнения реакции – диффузии. Известно, что с ростом коэффициента r такой режим всегда наступает при численном решении логистического уравнения, которое представляет реакцию в уравнении (7). Поэтому вероятно, что более быстрая сходимость к равновесному состоянию с ростом коэффициента диффузии не исключает периодического появления режима хаоса и в решениях уравнения (11). Для проверки этого предположения необходимы специальные исследования.

На рис. 5 показано формирование волновых процессов в зависимости от коэффициентов диффузии фито- и зоопланктона в фиксированный момент

времени. На этом рисунке ось абсцисс есть пространственная координата экосистемы, а ось ординат – безразмерная шкала от 0 до 1, к которой приведены концентрации взаимодействующих веществ. Диффузия была включена во все уравнения модели, и коэффициенты диффузии были постоянными для всех параметров, кроме фито- и зоопланктона.

В данном эксперименте фитопланктон являлся активатором, а зоопланктон – ингибитором, причем коэффициенты диффузии были связаны условием $D_{PP} \geq D_{ZP}$. По мере того как концентрация фитопланктона (активатора) увеличивалась, начинала нарастать и концентрация зоопланктона, причем пропорционально концентрации активатора. Когда зоопланктон (ингибитор) начинал замедлять дальнейший рост концентрации фитопланктона, наступал момент формирования устойчивого пика концентрации фитопланктона, на некотором расстоянии от которого был расположен пик концентрации зоопланктона. Такое поведение характерно для одномерной модели экосистемы небольшой протяженности. Однако с увеличением пространственной протяженности экосистемы должны возникать многочисленные пики концентраций, что показано на рис. 5, в, г, д, е.

Во второй серии вычислительных экспериментов был использован двумерный по пространству вариант модели экосистемы. Заметим, что моделирование пространственно-временных процессов реакции – диффузии освещено в научной литературе значительно слабее по сравнению с одномерными моделями, в том числе из-за высоких вычислительных требований.

В случае двумерных координат $u = (x, y)$ система уравнений (9) с использованием вектора состояния экосистемы $T_i(x, t)$ примет следующий общий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} T_i(x, y, t) = & D_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} T_i(x, y, t) + D_y \frac{\partial^2}{\partial y^2} T_i(x, y, t) + \\ & + T_i(x, y, t) \left\{ 1 - 2 \left[T_i(x, y, t) - \sum_{j \neq i} a_{ij} T_j(x, y, t) - F_i(x, y, t) \right] \right\} \end{aligned}$$

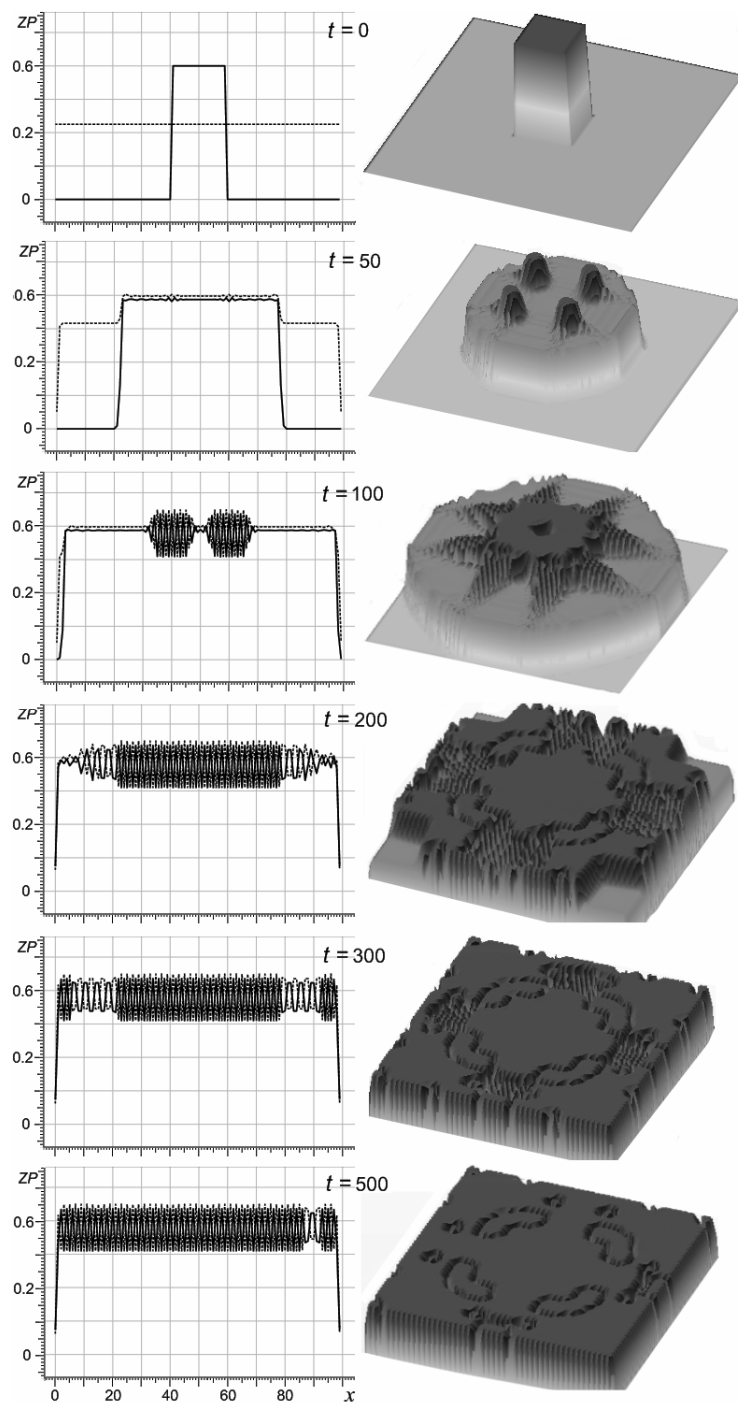
с заданными краевыми условиями

$$\frac{\partial}{\partial n} T_i(x \in \Gamma, t) = 0.$$

Полученная система была приведена к конечно-разностной форме аналогично одномерному случаю, после чего были выполнены вычисления в области $\Omega = \{(x, y) | x \in (0, 100), y \in (0, 100)\}$.

На рис. 6 приведены графики пространственного распределения зоопланктона ZP при заданных начальных условиях:

$$\begin{aligned} T_{ZP}(x, y) &= 0,8, \quad (x, y) \in \Omega, \\ T_{ZP}(x, y) &= 0, \quad (x, y) \notin \Omega, \\ \Omega &= \{40 < x < 60, 40 < y < 60\}. \end{aligned}$$



Р и с. 6. Пространственное распределение концентрации зоопланктона ZP в различные моменты времени t при начальном условии $T_{ZP}(x) = 0$ вне области $\Omega = \{40 < x < 60, 40 < y < 60\}$ и его проекция на ось $x = 50$

Так же как и в одномерном случае, моделируемые процессы путем линейных преобразований были приведены к безразмерной форме и к общему интервалу изменчивости от 0 до 1. Заданные коэффициенты влияния в уравнениях совпадали с использованными в одномерном случае, т. е. принимали значения в диапазоне от 0,1 до 0,5.

Для наглядности, помимо трехмерного графика распределения концентрации зоопланктона ZP , приведены плоские графики, показывающие распределение концентрации на прямой $x = 50$. Полученные результаты наглядно демонстрируют процесс образования диссипативных структур – стационарных во времени и неоднородных по пространству распределений. Здесь имеет место перемещение вещества к границам области, что вызвано ростом его концентрации в каждой точке, происходящим независимо от течения процесса в других точках. Стоит заметить, что начальные условия были заданы таким образом, что границы области с ненулевой концентрацией были параллельны границам моделируемой области. Этим обусловлено зарождение четырех центров, в которых формируются волны (они хорошо заметны на рисунках в моменты времени $t = 50$ и $t = 100$). Взаимодействие волн, расходящихся из этих центров, порождает сложную структуру распределения концентрации и является причиной нерегулярности колебаний. С течением времени наступает стабильное состояние и рассматриваемая концентрация зоопланктона ZP выходит на регулярный автоколебательный режим.

Заключение. В статье рассмотрена аналогия между описанием адапционных процессов в классической модели реакции – диффузии Колмогорова – Петровского – Пискунова и ABC -методом. На примере упрощенной модели морской экосистемы построена система из 7 уравнений реакции – диффузии и экспериментально исследованы условия существования квазистационарных состояний этой системы. В вычислительных экспериментах, проведенных с одномерной по пространству моделью экосистемы, исследовано возникновение и распространение волн в пространственных распределениях концентраций фито- и зоопланктона. Показано, что скорости распространения этих волн пропорциональны величинам коэффициентов диффузии, установленным для фито- и зоопланктона.

Более сложная картина изменчивости полей параметров морской экосистемы выявлена при проведении вычислительных экспериментов с двумерной по пространству системой уравнений реакции – диффузии. В частности, в расчетной области выявлено зарождение четырех центров, в которых формируются волны. Показано, что взаимодействие волн, расходящихся из этих центров, порождает сложную структуру распределения концентраций фито- и зоопланктона и является причиной нерегулярности колебаний этих концентраций. С течением времени для концентрации зоопланктона наступает регулярный автоколебательный режим.

Проведенные вычислительные эксперименты с системой уравнений реакции – диффузии показали, что весьма упрощенная модель морской экосистемы даже в условиях постоянных внешних воздействий демонстрирует сложные сценарии взаимной адаптации процессов, весьма чувствительные к изменениям внешних влияний на систему и к выбору параметров модели. Полученный опыт применения ABC -метода для разработки моделей морской экосистемы с учетом диффузии показывает целесообразность использования этого приема при разработке более сложных адаптивных моделей.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Еремеев В.Н., Игумнова Е.М., Тимченко И.Е.* Моделирование эколого-экономических систем. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2004. – 322 с.
2. *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. – М.: Мир, 1979. – 512 с.
3. *Murray J.D.* Mathematical Biology II: Spatial Models and Biomedical Applications. 3rd edition. – London: Springer, 2008. – 736 p.
4. *Okubo A., Levin S.A.* Diffusion and Ecological Problems. 2nd edition. – London: Springer, 2002. – 488 p.
5. *Cantrell R.S., Cosner C.* Spatial Ecology via Reaction – Diffusion Equations. – Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2003. – 412 p.
6. *Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С.* Математическая биофизика. – М.: Наука, 1984. – 304 с.
7. *Brock W., Xepapadeas A.* Optimal ecosystem management when species compete for limiting resources // J. Envir. Econom. and Manag. – 2002. – № 44(2). – P. 189 – 230.
8. *Тимченко И.Е., Игумнова Е.М., Тимченко И.И.* Системный менеджмент и ABC-технологии устойчивого развития. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2000. – 225 с.
9. *Колмогоров А.Н., Петровский И.Г., Пискунов Н.С.* Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастающим количеством вещества, и его применение к одной биологической проблеме // Избранные труды. Математика и механика. – М.: Наука, 1985. – 470 с.
10. *Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г.* Автоволновые процессы. – М.: Наука, 1987. – 240 с.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь
E-mail: eromanovskiy@gmail.com

Материал поступил
в редакцию 23.06.10
После доработки 01.12.10

АНОТАЦІЯ Розглянуто задачу урахування дифузії при формуванні просторово-часових процесів в адаптивній моделі морської екосистеми. Показано, що урахування дифузії в моделі екосистеми, побудованої методом адаптивного балансу впливів, призводить до системи рівнянь реакції – дифузії Колмогорова – Петровського – Пискунова (КПП). Запропонована модель екосистеми, яка складається з семи рівнянь КПП, для концентрацій фіто- і зоопланктону, біоресурсу, кисню, біогенів, детриту та вуглекислого газу. В обчислювальних експериментах, проведених з моделлю, отримані одновимірні й двовимірні розподіли параметрів екосистеми при різних коефіцієнтах дифузії. Аналіз результатів показав, що модель екосистеми, заснована на рівняннях КПП, здатна генерувати дисипативні структури – стаціонарні в часі та неоднорідні по простору розподіли концентрацій взаємодіючих речовин.

Ключові слова: модель морської екосистеми, дифузія, ABC-метод, дисипативні структури.

ABSTRACT Problem of allowing for diffusion in formation of spatial-temporal processes in the marine ecosystem adaptive model is considered. It is shown that diffusion consideration in the ecosystem model constructed by the method of adaptive balance of causes results in a system of reaction – diffusion equations of Kolmogorov – Petrovsky – Piskunov (KPP). Proposed is the ecosystem model consisting of seven KPP equations for the concentrations of phyto- and zooplankton, biological resources, oxygen, nutrients, detritus and carbon dioxide. Numerical experiments with the model yield one- and two-dimensional distributions of the ecosystem parameters for different diffusion coefficients. Analysis of results shows that the ecosystem model based on KPP equations can generate dissipative structures, i.e. stationary in time and inhomogeneous in space concentration distributions of the interacting substances.

Keywords: model of marine ecosystem, diffusion, ABC-method, dissipative structures.