

Нелинейные эффекты при распространении внутренних волн при наличии турбулентности

В приближении Буссинеска исследуются нелинейные эффекты при распространении внутренних волн при наличии турбулентности. Получен декремент пространственного затухания волны. Определяются скорость стокова дрейфа и эйлерова скорость среднего течения, индуцированного волной за счет нелинейности. Показано, что главный вклад в волновой перенос вносит горизонтальная скорость индуцированного течения. Стоксов дрейф существует только у дна. Вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа при учете турбулентной вязкости отлична от нуля.

Ключевые слова: внутренние волны, турбулентная вязкость, стоков дрейф.

Введение. Нелинейные эффекты при распространении внутренних волн проявляются в генерации средних на масштабе волны течений [1, 2]. Этот эффект имеет второй порядок малости по амплитуде волны и обусловлен пространственной неоднородностью волновых напряжений в области волнового пакета. Эйлерову скорость среднего течения, индуцированного волной за счет нелинейности, следует отличать от скорости стокова дрейфа, который имеет место и в слабонелинейной плоской волне [3, 4]. Суммарная скорость дрейфа частиц жидкости складывается из эйлеровой скорости среднего течения и скорости стокова дрейфа [4, 5].

Одним из факторов, обеспечивающих сток энергии внутренних волн, является диссипация последних при наличии мелкомасштабной турбулентности. Параметризацию воздействия турбулентности на внутренние волны проводят через введение коэффициентов турбулентного обмена [6]. Исследование влияния мелкомасштабной турбулентности на внутренние волны рассматривалось в [6, 7]. Данная задача решалась в линейной постановке, находился декремент затухания волны со временем вследствие диссипации энергии волны при учете турбулентной вязкости. Расчет декремента затухания длинных волн описан в работах [8, 9]. Подчеркнем, что рассматривалось затухание амплитуды волны со временем.

Однако при распространении волны в турбулентной среде имеет место факт ее пространственного затухания [5]. Поэтому в настоящей работе рассматривается пространственное затухание слабонелинейных внутренних волн при учете турбулентной вязкости, определяются декремент пространственного затухания волны, скорость стокова дрейфа частиц жидкости и скорость среднего эйлерова течения, индуцированного волной за счет нелинейности.

Вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа при учете турбулентной вязкости отлична от нуля и будет определяться в данной работе. В отличие от работ [8 – 10] асимптотический метод Люстерника – Вишика при решении задачи линейного приближения не применяется, т. е. краевая задача

по определению вертикальной структуры моды при наличии вязкости решается точно.

Постановка задачи. Рассматриваются свободные внутренние волны при учете турбулентной вязкости. Исходные нелинейные уравнения гидродинамики для волновых возмущений решаются асимптотическим методом многомасштабных разложений. В первом порядке малости по крутизне волны находится решение линейного приближения и дисперсионное соотношение. Среднее течение, индуцированное волной за счет нелинейности, рассчитывается во втором порядке малости по крутизне волны после осреднения уравнений движения по периоду волны.

Уравнения гидродинамики для волновых возмущений в приближении Буссинеска при учете турбулентной вязкости имеют вид:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\bar{\rho}_0 \partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(K_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(K_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right), \quad (1a)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\bar{\rho}_0 \partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(K_1 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(K_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) - g \frac{\rho}{\bar{\rho}_0}, \quad (1б)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = -u_3 \frac{\partial \rho_0}{\partial x_3}, \quad (1в)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1г)$$

где t – время; g – ускорение силы тяжести; $i = 1, 3$; u_1, u_3 – соответственно горизонтальная и вертикальная компоненты волновой скорости течения; ρ, P – возмущения плотности и давления; $\rho_0(x_3)$ – профиль средней плотности; K_i – коэффициенты турбулентной вязкости; x_1, x_3 – горизонтальная и вертикальная координаты, ось x_3 направлена вверх.

В качестве граничных условий на свободной поверхности используем динамические и кинематические условия [7]:

$$-P + g\rho_0\zeta_3 + 2K_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0, \quad (2a)$$

$$K_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + K_1 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} = 0, \quad (2б)$$

$$\frac{d\zeta_3}{dt} = u_3. \quad (2в)$$

Здесь ζ_3 – вертикальное смещение свободной поверхности. Первые два условия (2а), (2б) определяют отсутствие нормальных и тангенциальных напряжений. На дне примем условия прилипания:

$$u_3(-H) = 0, \quad (3a)$$

$$u_1(-H) = 0, \quad (3б)$$

где H – глубина моря.

Граничные условия по плотности следующие:

$$\text{при } x_3 = \bar{\zeta}_3 \quad \rho = \rho_{R1}(x_1, t) = \text{const}, \quad (4a)$$

$$\text{при } x_3 = -H \quad \rho = \rho_{R2}(x_1, t) = \text{const}. \quad (4б)$$

Указанные граничные условия сводятся к виду:

$$\text{при } x_3 = 0 \quad \rho(0) + \zeta_3 \frac{\partial \rho_0}{\partial x_3} + \zeta_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = 0, \quad (5a)$$

$$\text{при } x_3 = -H \quad \rho(-H) = 0. \quad (5б)$$

Исходную систему уравнений (1) будем решать в виде асимптотического ряда [2]:

$$\psi = \sum_{n=1} \varepsilon^n \psi_n(\xi, \tau, x_3, \theta), \quad (6a)$$

$$\rho = \sum_{n=1} \varepsilon^n \rho_n(\xi, \tau, x_3, \theta), \quad (6б)$$

где $\psi(x_1, x_3, t)$ – функция тока, которая определяет поле волновых скоростей ($\frac{\partial \psi}{\partial x_3}$ – горизонтальная скорость, $-\frac{\partial \psi}{\partial x_1}$ – вертикальная скорость); ε – крутизна волны; $\tau = \varepsilon^2 t$; $\xi = \varepsilon(x_1 - C_g t)$ (C_g – групповая скорость в линейном приближении); θ – фаза волны; θ – быстрая, ξ и τ – медленные переменные. Волновое число k и частота волны ω определяются по формулам

$$k = \frac{\partial \theta}{\partial x_1}, \quad \omega = -\frac{\partial \theta}{\partial t}.$$

Введем дифференциальный оператор

$$L = k^2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}. \quad (7)$$

Подставляя разложение (6) в исходную систему уравнений движения и приравняв члены при одинаковых степенях ε , с точностью до ε^1 получим:

$$\begin{aligned} -\omega \frac{\partial L \psi_1}{\partial \theta} = \frac{gk}{\bar{\rho}_0} \frac{\partial \rho_1}{\partial \theta} + k \frac{\partial}{\partial \theta} \left[k \frac{\partial}{\partial \theta} \left(K_1 k^2 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(K_3 k \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \theta \partial x_3} \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[k^2 K_1 \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \theta^2 \partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(K_3 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x_3^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\omega \frac{\partial \rho_1}{\partial \theta} + \frac{d\rho_0}{dx_3} k \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} = 0. \quad (8б)$$

Волновые возмущения функции тока ψ_1 и плотности ρ_1 представим в виде

$$\psi_1 = A \varphi_1 e^{i\theta} + \hat{c}.c., \quad (9а)$$

$$\rho_1 = A n_1 e^{i\theta} + \hat{c}.c. \quad (9б)$$

Здесь $A(\xi, \tau)$ – амплитудная функция, медленно меняющаяся на масштабе волны; функции $\varphi_1(x_3)$ и $n_1(x_3)$ определяют вертикальную структуру моды; к.с.– комплексно-сопряженные слагаемые; i – мнимая единица. Подставляя выражения (9а), (9б) в граничные условия (2), (3), получим с точностью до ε^1 :

$$\text{при } x_3 = 0 \quad \frac{gk}{\omega} \varphi_1 - \frac{\omega}{k} \frac{d\varphi_1}{dx_3} - ikK_1 \frac{d\varphi_1}{dx_3} + ik^{-1} \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} \right) - 2iK_3 k \frac{d\varphi_1}{dx_3} = 0, \quad (10а)$$

$$\text{при } x_3 = 0 \quad K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} + K_1 k^2 \varphi_1 = 0, \quad (10б)$$

$$\text{при } x_3 = -H \quad \varphi_1 = \frac{d\varphi_1}{dx_3} = 0. \quad (10в)$$

Уравнение для $\varphi_1(x_3)$ и связь $n_1(x_3)$ с $\varphi_1(x_3)$ получим, подставляя (9а), (9б) в уравнения (8а), (8б):

$$i\omega \left\{ k^2 \left[k^2 K_1 \varphi_1 - \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d\varphi_1}{dx_3} \right) \right] + \frac{d}{dx_3} \left[-k^2 K_1 \frac{d\varphi_1}{dx_3} + \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} \right) \right] \right\} = \quad (11а)$$

$$= \omega^2 \left(-k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) \varphi_1 - \frac{k^2 g}{\bar{\rho}_0} \frac{d\rho_0}{dx_3} \varphi_1,$$

$$\omega n_1 = -k \frac{d\rho_0}{dx_3} \varphi_1. \quad (11б)$$

Краевую задачу (10а) – (10в), (11а) будем решать, полагая коэффициенты турбулентной вязкости и частоту Брента – Вайсяля N постоянными. Тогда уравнение (11а) упростится к виду

$$\frac{d^4 \varphi_1}{dx_3^4} + \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} \frac{[\omega i - k^2 (K_1 + K_3)]}{K_3} + \varphi_1 \frac{\left(ik^2 \frac{N^2}{\omega} - ik^2 \omega + k^4 K_1 \right)}{K_3} = 0. \quad (12)$$

Запишем решение уравнения (12) в виде

$$\varphi_1 = C_1 e^{\lambda_1 x_3} + C_2 e^{\lambda_2 (x_3 + H)} + C_3 e^{\lambda_3 x_3} + C_4 e^{\lambda_4 x_3}, \quad (13)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ – корни характеристического уравнения

$$\lambda^4 + a\lambda^2 + b = 0, \quad (14)$$

$$a = \frac{\omega i - k^2(K_1 + K_3)}{K_3}, \quad b = \frac{ik^2 \frac{N^2}{\omega} - ik^2 \omega + k^4 K_1}{K_3}.$$

Постоянные C_1, C_2, C_3, C_4 находятся из необходимости выполнения граничных условий (10а), (10б), (10в) и удовлетворяют линейной однородной системе:

$$\begin{aligned} a_1 C_1 + a_2 C_2 + a_3 C_3 + a_4 C_4 &= 0, \\ b_1 C_1 + b_2 C_2 + b_3 C_3 + b_4 C_4 &= 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$C_1 e^{-\lambda_1 H} + C_2 e^0 + C_3 e^{-\lambda_3 H} + C_4 e^{-\lambda_4 H} = 0,$$

$$C_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 H} + C_2 \lambda_2 e^0 + C_3 \lambda_3 e^{-\lambda_3 H} + C_4 \lambda_4 e^{-\lambda_4 H} = 0,$$

где

$$a_1 = \frac{iK_3}{k} \lambda_1^3 + \left(\frac{\omega}{k} - ikK_1 - 2ikK_3 \right) \lambda_1 + \frac{kg}{\omega},$$

$$a_2 = \left[\frac{iK_3}{k} \lambda_2^3 + \left(\frac{\omega}{k} - ikK_1 - 2ikK_3 \right) \lambda_2 + \frac{kg}{\omega} \right] e^{\lambda_2 H},$$

$$a_3 = \frac{iK_3}{k} \lambda_3^3 + \left(\frac{\omega}{k} - ikK_1 - 2ikK_3 \right) \lambda_3 + \frac{kg}{\omega},$$

$$a_4 = \frac{iK_3}{k} \lambda_4^3 + \left(\frac{\omega}{k} - ikK_1 - 2ikK_3 \right) \lambda_4 + \frac{kg}{\omega},$$

$$b_1 = K_3 \lambda_1^2 + K_1 k^2,$$

$$b_2 = (K_3 \lambda_2^2 + K_1 k^2) e^{\lambda_2 H},$$

$$b_3 = K_3 \lambda_3^2 + K_1 k^2,$$

$$b_4 = K_3 \lambda_4^2 + K_1 k^2.$$

Систему (15) запишем в матричном виде:

$$B \cdot C = 0, \quad (16)$$

где

$$B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ e^{-\lambda_1 H} & 1 & e^{-\lambda_3 H} & e^{-\lambda_4 H} \\ \lambda_1 e^{-\lambda_1 H} & \lambda_2 e^0 & \lambda_3 e^{-\lambda_3 H} & \lambda_4 e^{-\lambda_4 H} \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix}.$$

Условие разрешимости однородной системы (16) следующее:

$$\det B = 0. \quad (17)$$

Уравнение (17) является дисперсионным уравнением для k при фиксированном ω .

Проведем нормировку решений линейного приближения по известной амплитуде вертикальных смещений ζ_0 . Для этого вертикальную компоненту волновых возмущений скорости выразим через функцию тока ψ_1 :

$$u_3 = -\frac{\partial \psi_1}{\partial x_1}. \quad (18a)$$

Отсюда

$$u_3 = 2\varepsilon A |k| |\varphi_1| e^{-k_i x_1} \cos\left(\arg k + \arg \varphi_1 + k_r x_1 - \omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (18b)$$

где k_r, k_i – действительная и мнимая части горизонтального волнового числа.

Отметим, что $u_{30} = 2\varepsilon A |k| |\varphi_1| e^{-k_i x_1}$ – амплитуда вертикальной скорости.

Пусть ζ – вертикальное смещение изолиний плотности, тогда

$$\frac{d\zeta}{dt} = u_3. \quad (19)$$

Учитывая, что $u_3 = \frac{1}{2} u_{30} e^{i\theta_1} + \hat{e}.c.$, представим ζ в виде:

$$\zeta = \zeta_{10} e^{i\theta_1} + \hat{e}.c., \quad (20)$$

здесь $\theta_1 = \arg k + \arg \varphi_1 + k_r x_1 - \omega t - \frac{\pi}{2}$. Подставляя выражение (20) в (19), выразим ζ_{10} через u_{30} :

$$\zeta_{10} = \frac{i u_{30}}{2\omega} = \frac{e^{i\frac{\pi}{2}} u_{30}}{2\omega}. \quad (21)$$

Отсюда

$$\zeta = \frac{u_{30}}{2\omega} e^{i\frac{\pi}{2} + i\theta_1} + \hat{e}.c. = \zeta_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_1\right). \quad (22)$$

Здесь ζ_0 – амплитуда вертикальных смещений, которая определяется по формуле:

$$\zeta_0 = \frac{u_{30}}{\omega} = \frac{2\varepsilon A |k| |\varphi_1| e^{-k_i x_1}}{\omega}. \quad (23)$$

Следовательно, $\max \zeta_0 = \frac{2\varepsilon A |k|}{\omega} e^{-k_i x_1} \max |\varphi_1|$.

Нормирующий множитель $\varepsilon A e^{-k_i x_1}$ из уравнения (23) выразим через максимальную амплитуду вертикальных смещений $\max \zeta_0$:

$$A_0 = \varepsilon A e^{-k_i x_1} = \frac{\max \zeta_0 \omega}{2|k| \max |\varphi_1|}. \quad (24)$$

Определим горизонтальную компоненту волновых возмущений скорости через функцию тока линейного приближения:

$$\begin{aligned} u_1 &= \varepsilon A \frac{d\varphi_1}{dx_3} e^{i(k_r + ik_i)x_1 - i\omega t} + \hat{\text{c.с.}} = \\ &= u_{10} \sin \left\{ \arg \varphi_1 - \omega t + k_r x_1 + \arctg \left[- \frac{\frac{d|\varphi_1|}{dx_3}}{|\varphi_1| \frac{d}{dx_3} (\arg \varphi_1)} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

где $u_{10} = 2A_0 \sqrt{\left(\frac{d|\varphi_1|}{dx_3} \right)^2 + \left[|\varphi_1| \frac{d}{dx_3} \arg \varphi_1(x_3) \right]^2}$ – амплитуда горизонтальной скорости.

Вектор скорости стокова дрейфа частиц жидкости следующим образом выражается через волновые возмущения скорости течения [3] (черта сверху означает осреднение по периоду волны):

$$\mathbf{u}_s = \overline{\left(\int_0^t \mathbf{u}(\mathbf{x}, t') dt' \nabla \right) \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}. \quad (26)$$

Используя выражения (18б) и (25), определим горизонтальную u_{1s} и вертикальную u_{3s} компоненты скорости стокова дрейфа:

$$\begin{aligned} u_{1s} &= A_{10} \left\{ \frac{\partial |\varphi_1|}{\partial x_3} k_i \frac{1}{2} f_1 - \frac{\partial |\varphi_1|}{\partial x_3} k_r \frac{1}{2} f_2 + \varphi k_i \frac{1}{2} f_2 - \varphi k_r \frac{1}{2} f_1 + \right. \\ &+ |k| |\varphi_1| \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial |\varphi_1|}{\partial x_3} \right)^2 + \varphi^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[2 \frac{\partial |\varphi_1|}{\partial x_3} \frac{\partial^2 |\varphi_1|}{\partial x_3^2} + \varphi (\varphi + \varphi_{11}) f_2 \right] + \\ &+ \frac{1}{2} f_1 \sqrt{\left(\frac{\partial |\varphi_1|}{\partial x_3} \right)^2 + \varphi^2} \left[\frac{\partial \arg(\varphi_1(x_3))}{\partial x_3} - \frac{1}{1 + \left(\frac{\partial |\varphi_1|}{\partial x_3} \right)^2} \right] \times \end{aligned}$$

$$\left. \times \frac{\frac{\partial^2 |\varphi_1|}{\partial x_3^2} \varphi - \left[\frac{\partial |\varphi_1|}{\partial x_3} \frac{\partial (\arg \varphi_1(x_3))}{\partial x_3} + \varphi_{11} \right]}{\varphi^2} \right\}, \quad (27)$$

где

$$A_{10} = \frac{(2\varepsilon A e^{-k_i x_1})^2}{\omega}, \quad \varphi = |\varphi_1| \frac{\partial (\arg \varphi_1(x_3))}{\partial x_3}, \quad \varphi_{11} = |\varphi_1| \frac{\partial^2 (\arg \varphi_1(x_3))}{\partial x_3^2},$$

$$f_1 = \cos \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{\partial |\varphi_1|}{\varphi \partial x_3} \right) \right], \quad f_2 = \sin \left[-\operatorname{arctg} \left(\frac{\partial |\varphi_1|}{\varphi \partial x_3} \right) \right];$$

$$\begin{aligned} u_{3s} = & \frac{2A_0^2 |k|}{\omega} \left[\frac{\partial |\varphi_1|}{\partial x_3} |\varphi_1| k_i \cos(\arg k) + \frac{\partial |\varphi_1|}{\partial x_3} k_r |\varphi_1| \sin(\arg k) + \right. \\ & \left. + |\varphi_1|^2 \frac{\partial (\arg \varphi_1(x_3))}{\partial x_3} k_i \cos(\arg k) + |\varphi_1|^2 \frac{\partial (\arg \varphi_1(x_3))}{\partial x_3} k_r \sin(\arg k) \right] + \\ & + \frac{2A_0^2 |k|^2}{\omega} |\varphi_1| \frac{\partial (\arg \varphi_1(x_3))}{\partial x_3}. \end{aligned} \quad (28)$$

Обе компоненты скорости стоковского дрейфа имеют второй порядок малости по крутизне волны ε .

Осредняя исходные уравнения движения (1) по периоду волны, получим следующее уравнение для неосциллирующей поправки C к функции тока во втором порядке малости по параметру ε :

$$\frac{d^2}{dx_3^2} \left(K_3 \frac{d^2 C}{dx_3^2} \right) = ki A_0^2 \frac{d}{dx_3} \left[\left(-k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) (\varphi_1 \varphi_1^*) \right] + \hat{e}.c.,$$

где φ_1^* – комплексно-сопряженная функция к φ_1 . Отсюда следует, что $C = c(x_3) A_0^2$, функция $c(x_3)$ удовлетворяет краевой задаче

$$\frac{d^2}{dx_3^2} \left(K_3 \frac{d^2 c}{dx_3^2} \right) = ki \frac{d}{dx_3} \left[\left(-k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) (\varphi_1 \varphi_1^*) \right] + \hat{e}.c. \quad (29)$$

при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned}
 \text{при } x_3 = 0 & \quad \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d^2 c}{dx_3^2} \right) = ik\varphi_1^* \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} + \hat{e}.c., \\
 \text{при } x_3 = 0 & \quad \frac{d^2 c}{dx_3^2} = 0, \\
 \text{при } x_3 = -H & \quad \frac{dc}{dx_3} = c = 0.
 \end{aligned} \tag{30}$$

Скорость среднего течения, индуцированного волной, находится по формуле

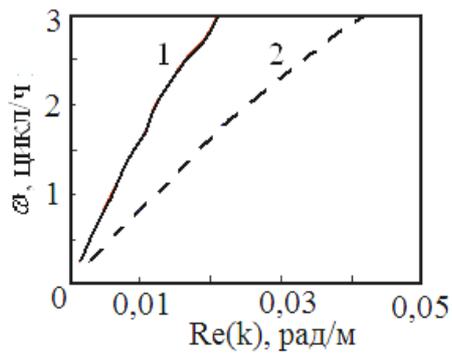
$$u_{in} = A_0^2 \frac{dc}{dx_3}. \tag{31}$$

Суммарная скорость дрейфа частиц жидкости складывается из эйлеровой скорости индуцированного течения и скорости стокова дрейфа $u_{\Sigma} = u_{in} + u_s$.

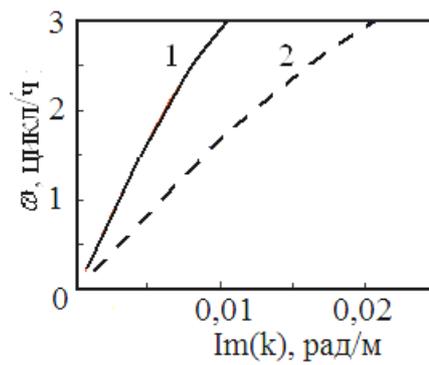
Результаты расчетов. Делался расчет двух компонент скорости стокова дрейфа и эйлеровой скорости среднего индуцированного течения при $N = 5$ цикл/ч и при постоянных коэффициентах турбулентной вязкости $K_1 = 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$, $K_3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ при глубине $H = 100$ м. Для этого использовалось решение краевой задачи (10а) – (10в), (11а) – формула (12). При решении дисперсионного уравнения (17) находилось волновое число k при фиксированной частоте волны ω . На рис. 1, 2 показана зависимость частоты волны от действительной $\text{Re}(k)$ и мнимой $\text{Im}(k)$ частей волнового числа для первой и второй мод. Мнимая часть волнового числа равна декременту пространственного затухания волны при наличии турбулентности.

Краевая задача (29), (30) по определению вертикальной структуры индуцированного за счет нелинейности среднего течения решалась аналитически, интегралы рассчитывались численно. На рис. 3, 4 показаны вертикальные профили среднего течения, индуцированного волной, и суммарной скорости дрейфа частиц жидкости для внутренних волн первой моды с периодом 1 ч при максимальной амплитуде волны 0,5 м. Определяющий вклад в горизонтальный перенос вносит эйлерова скорость индуцированного течения u_{in} . Скорость стокова дрейфа существенна только в окрестности дна.

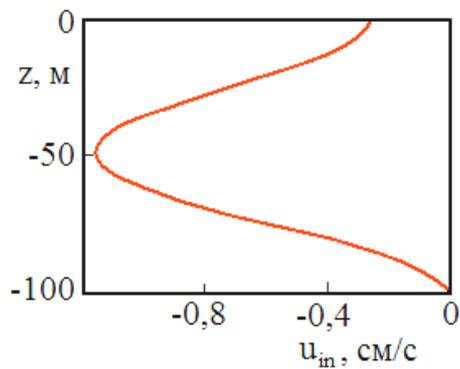
На рис. 5, 6 представлены профили вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа для первой (рис. 5) и второй (рис. 6) мод при той же амплитуде волны 0,5 м и периоде в 1 ч. В целом для второй моды эта скорость выше. Скорость стокова дрейфа обуславливает вертикальный волновой теплоперенос и, наряду с турбулентным переносом, вносит вклад в вертикальный обмен. Детальное изучение относительного вклада волнового и турбулентного потоков в вертикальный обмен станет объектом дальнейших исследований.



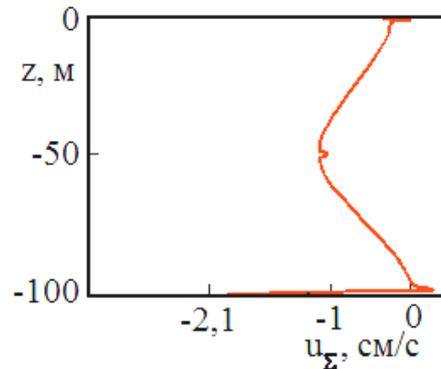
Р и с. 1. Зависимость частоты волны от действительной части волнового числа для первой (1) и второй (2) мод



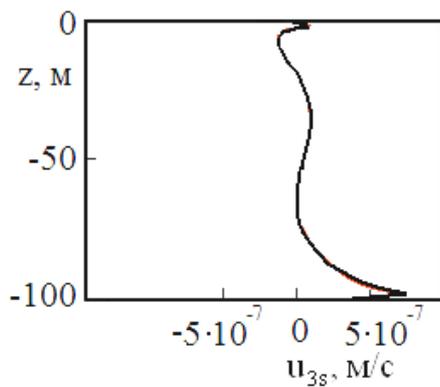
Р и с. 2. Зависимость частоты волны от мнимой части волнового числа для первой (1) и второй (2) мод



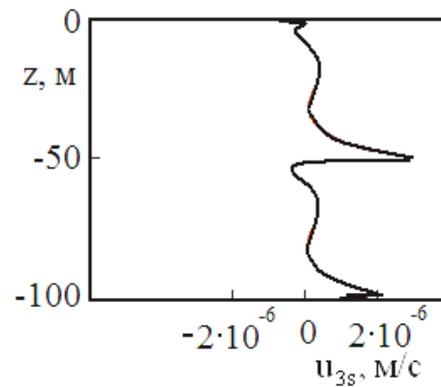
Р и с. 3. Вертикальный профиль эйлеровой скорости среднего течения, индуцированного волной



Р и с. 4. Вертикальное распределение суммарной скорости дрейфа частиц жидкости



Р и с. 5. Профиль вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа для первой моды



Р и с. 6. Профиль вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа для второй моды

Выводы. Декремент пространственного затухания волны при учете турбулентной вязкости выше для второй моды, чем для первой, и растет с ростом частоты волны.

Вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа при учете турбулентной вязкости отлична от нуля и для второй моды выше, чем для первой.

Определяющий вклад в горизонтальный волновой массоперенос вносит эйлерова скорость индуцированного среднего течения. Скорость стокова дрейфа существенна у дна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Борисенко Ю.Д., Воронович А.Г., Леонов А.И. и др.* К теории нестационарных слабонелинейных внутренних волн в стратифицированной жидкости // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1976. – 12, № 3. – С. 293 – 301.
2. *Grimshaw R.* The modulation of an internal gravity wave packet and the resonance with the mean motion // Stud. In Appl. Math. – 1977. – 56. – P. 241 – 266.
3. *Longuet-Higgins M.S.* On the transport of mass by time varying current // Deep-Sea Res. – 1969. – 16, № 5. – P. 431 – 447.
4. *Madsen O.S.* Mass transport in deep-water waves // J. Phys. Oceanogr. – 1978. – 8, № 6. – P. 1009 – 1015.
5. *Дворянинов Г.С.* Эффекты волн в пограничных слоях атмосферы и океана. – Киев: Наукова думка, 1982. – 176 с.
6. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане. Ч. 1. – М.: Мир, 1981. – 478 с.
7. *Островский Л.А., Соустова И.А.* Верхний перемешанный слой как сток энергии внутренних волн // Океанология. – 1979. – 19, вып. 6. – С. 973 – 981.
8. *Черкесов Л.В.* Гидродинамика волн. – Киев: Наукова думка, 1980. – 259 с.
9. *Задорожный А.И.* Затухание длинных волн в экспоненциально стратифицированном море // Морские гидрофизические исследования. – Севастополь: МГИ АН УССР, 1975. – № 3. – С. 96 – 110.
10. *Слепышев А.А.* Процессы переноса, обусловленные слабонелинейными внутренними волнами при наличии турбулентности // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. – 1997. – 33, № 4. – С. 536 – 548.

*Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

**Филиал Московского государственного
университета им. М.В. Ломоносова
в г. Севастополе

Материал поступил
в редакцию 01.12.09

После доработки 24.12.09

АНОТАЦІЯ В наближенні Буссінеска досліджуються нелінійні ефекти при розповсюдженні внутрішніх хвиль за наявності турбулентності. Отримано декремент просторового затухання хвилі. Визначаються швидкість стокова дрейфу та ейлерова швидкість середньої течії, індукованої хвилею за рахунок нелінійності. Показано, що головний внесок у хвильове перенесення належить горизонтальній швидкості індукованої течії. Стоків дрейф суттєвий тільки біля дна. Вертикальна складова швидкості стокового дрейфу при урахуванні турбулентної в'язкості відмінна від нуля.

Ключові слова: внутрішні хвилі, турбулентна в'язкість, стоків дрейф.

ABSTRACT Non-linear effects occurring at propagation of internal waves in the presence of turbulence are investigated in the Boussinesque approximation. Decrement of a wave spatial attenuation is obtained. Velocity of the Stokes drift and the Euler velocity of the mean current induced by a wave due to non-linearity are defined. It is shown that the basic contribution to the wave transport is done by the horizontal speed of the induced current. The Stokes drift is essential only at the bottom. The vertical component of the Stokes drift velocity with regard to turbulent viscosity differs from zero.

Keywords: internal waves, turbulent viscosity, Stokes drift.