

Нелинейные эффекты при распространении захваченных топографических волн на бароклинном течении

В приближении Буссинеска рассматриваются свободные захваченные топографические волны над наклонным дном при наличии вертикально-неоднородного течения, направленного вдоль изобат. Изучается влияние сингулярностей в уравнении для вертикальной структуры захваченных топографических волн на поведение дисперсионных кривых. Причиной указанных сингулярностей является синхронизм частоты волны со сдвигом Доплера и инерционной частоты.

Определяются средние течения и неосциллирующая поправка к плотности, обусловленные нелинейностью волн. Сравниваются течения, индуцированные захваченными топографическими волнами при наличии среднего течения и при его отсутствии. Показано, что учет среднего течения, противоположного направлению распространения волны, не изменяет направления индуцированного течения. При этом в придонном слое скорость этого течения несколько уменьшается. С изменением направления среднего течения меняется и направление индуцированного течения.

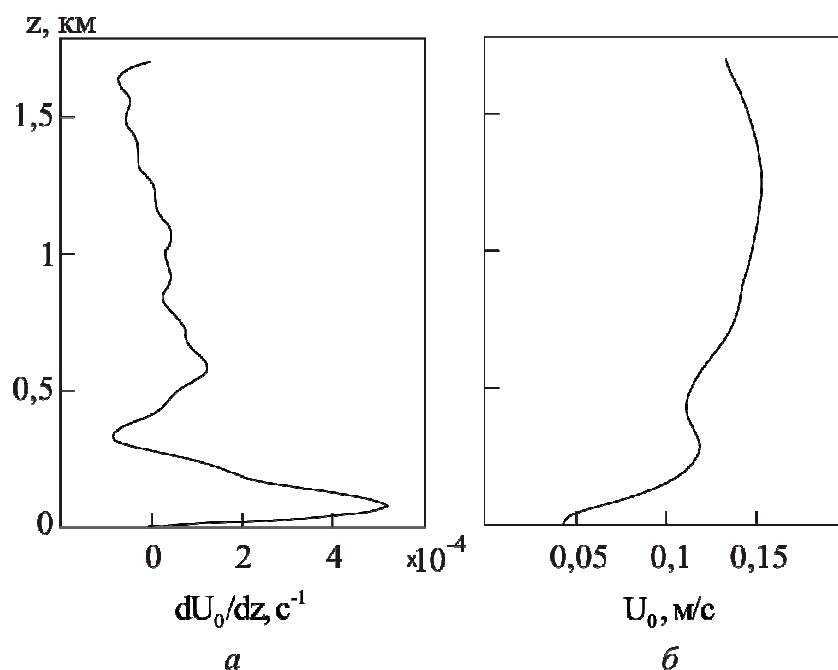
Ключевые слова: захваченные топографические волны, индуцированное течение, сингулярность в уравнении.

Введение. На динамические процессы в придонном слое моря на континентальном склоне существенное влияние оказывают захваченные топографические волны. Эти волны имеют максимум амплитуды у дна [1 – 3], и поэтому важна их роль в процессе взмучивания и последующего переноса донного осадочного материала. При прокладке донных транспортных магистралей и трубопроводов это необходимо учитывать. Поэтому важно исследовать поле течений в этих волнах. Нелинейные эффекты при распространении пакетов как внутренних, так и захваченных топографических волн проявляются в генерации средних течений [4 – 6]. Именно это вызывает направленный перенос наносов в поле осциллирующего потока в волне. Отметим, что в процессе переноса наносов важная роль принадлежит и средним течениям, обусловленным крупномасштабной циркуляцией в океане. Представляет интерес исследовать транспортные свойства волн при наличии таких течений.

При распространении трехмерных внутренних волн в вертикально-неоднородном потоке следует выделить эффект поглощения энергии внутренних волн критическим слоем, где фазовая скорость равна скорости потока [7]. В случае учета вращения Земли критический уровень достигается, когда частота волны со сдвигом Доплера равна инерционной частоте [8]. В этой связи актуальным является исследование сингулярностей в уравнении для амплитуды вертикальной скорости в топографической волне. Эти сингулярности обусловлены синхронизмом частоты волны со сдвигом Доплера и инерционной частоты, а также совпадением фазовой скорости волны и скорости течения.

Постановка задачи. Рассмотрим свободные захваченные наклонным плоским дном топографические волны на бароклинном течении, направленном вдоль изобат. В линейном приближении решаем краевую задачу для амплитуды вертикальной скорости. При фиксированной частоте волны находим волновое число топографической волны. Во втором порядке малости по амплитуде волны определяем средние течения, индуцированные волной, после осреднения уравнений движения по периоду волны. Таким же образом находим неосциллирующую на временном масштабе волны поправку к плотности.

Для оценки горизонтального масштаба L_ρ изменения средней плотности ρ_0 применим геострофическое соотношение $L_\rho = \rho_0 / \frac{\partial \rho_0}{\partial y} = g / (f \frac{dU_0}{dz})$. Здесь g – ускорение свободного падения, f – параметр Кориолиса, $\frac{dU_0}{dz}$ – вертикальный градиент скорости среднего течения. График $\frac{dU_0}{dz}$ показан на рис. 1, а, а вертикальный профиль скорости среднего течения на континентальном склоне Норвежского моря – на рис. 1, б. Величина $\frac{dU_0}{dz}$ по модулю не превосходит $5,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$, а L_ρ составляет не менее $1,2 \cdot 10^8 \text{ м}$, т. е. много больше длины захваченной топографической волны. Поэтому зависимостью средней плотности от горизонтальной координаты можем пренебречь.



Р и с. 1. Профили вертикального градиента скорости среднего течения (а) и скорости среднего течения (б)

Система уравнений гидродинамики для волновых возмущений в приближении Буссинеска с учетом вращения Земли имеет вид:

$$\frac{Du}{Dt} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + w \frac{\partial U_0}{\partial z} - fv = -\frac{\partial P}{\rho_0 \partial x}, \quad (1a)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu = -\frac{\partial P}{\rho_0 \partial y}, \quad (1б)$$

$$\frac{Dw}{Dt} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\rho_0 \partial z} - \frac{g\rho}{\rho_0}, \quad (1в)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1г)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + w \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = 0. \quad (1д)$$

Здесь ось x направлена вдоль изобат, ось y – в сторону уменьшения глубины, ось z – вверх; оператор $\frac{D}{Dt}$ раскрывается по формуле $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_0 \frac{\partial}{\partial x}$; u, v, w – компоненты волновых возмущений скорости; ρ, P – волновые возмущения плотности и давления.

Граничные условия – условия «твердой крышки» на поверхности и на дне:

$$\text{при } z = H \quad w|_{z=H} = 0, \quad (2a)$$

$$\text{при } z = 0 \quad (\mathbf{un}) = 0, \quad (2б)$$

где \mathbf{n} – нормаль к поверхности дна.

В линейном приближении решение системы (1) ищем в виде:

$$\begin{aligned} w_1 &= w_{10}(z)A(\xi, \tau)e^{i\theta} + \text{с.с.}, & u_1 &= u_{10}(z)A(\xi, \tau)e^{i\theta} + \text{с.с.}, \\ v_1 &= v_{10}(z)A(\xi, \tau)e^{i\theta} + \text{с.с.}, \\ P_1 &= P_{10}(z)A(\xi, \tau)e^{i\theta} + \text{с.с.}, & \rho_1 &= \rho_{10}(z)A(\xi, \tau)e^{i\theta} + \text{с.с.}, \\ \zeta_1 &= \zeta_{10}(z)A(\xi, \tau)e^{i\theta} + \text{с.с.}, \end{aligned} \quad (3)$$

здесь $A(\xi, \tau)$ – амплитудная функция, медленно меняющаяся на длине волны; $\xi = \varepsilon^2 x$, $\tau = \varepsilon^2 t$ – медленные переменные, ε – малый параметр – крутизна волны; θ – фаза волны; $\frac{\partial \theta}{\partial x} = k$ – волновое число; $-\frac{\partial \theta}{\partial t} = \omega$ – частота; ζ_1 – вертикальное смещение изолиний плотности; с.с. – комплексно сопряженные слагаемые. После подстановки (3) в систему (1) получим связь $u_{10}, v_{10}, P_{10}, \rho_{10}$ с w_{10} и уравнение для $w_{10}(z)$ в линейном приближении:

$$u_{10} = \frac{i}{k} \frac{\partial w_{10}}{\partial z}, \quad v_{10} = \frac{f}{k\Omega} \frac{\partial w_{10}}{\partial z}, \quad \rho_{10} = -\frac{i w_{10}}{\Omega} \frac{d\rho_0}{dz}, \quad (4a)$$

$$\zeta_{10} = \frac{i w_{10}}{\Omega}, \quad \frac{P_{10}}{\rho_0} = \frac{i(\Omega^2 - f^2)}{k^2 \Omega} \frac{d w_{10}}{dz}, \quad (4b)$$

$$\frac{d^2 w_{10}}{dz^2} - \frac{f^2 k}{\Omega(\Omega^2 - f^2)} \frac{dU_0}{dz} \frac{d w_{10}}{dz} + w_{10} \frac{\Omega}{\Omega^2 - f^2} \left(k^2 \frac{N^2 - \Omega^2}{\Omega} + k \frac{d^2 U_0(z)}{dz^2} \right) = 0, \quad (5)$$

где $\Omega = \omega - kU_0$ – частота волны со сдвигом Доплера.

Граничные условия для решения уравнения (5):

на дне $z = 0$

$$\frac{f}{\Omega k} \operatorname{tg} \gamma \frac{d w_{10}}{dz} = w_{10}, \quad (6a)$$

на поверхности $z = H$

$$w_{10}(H) = 0, \quad (6b)$$

где γ – угол наклона дна. Краевую задачу (5), (6) решаем численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности, волновое число k находим методом пристрелки из необходимости выполнения граничных условий.

Уравнения для средних течений, индуцированных волной, получим во втором порядке малости по амплитуде волны после осреднения уравнений (1) по периоду волны и подстановки решений линейного приближения в нелинейные члены:

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} + \frac{\partial \bar{u}u}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}u}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}u}{\partial z} + \bar{w} \frac{dU_0}{dz} - f\bar{v} = -\frac{\partial \bar{P}}{\rho_0 \partial x}, \quad (7a)$$

$$\frac{D\bar{v}}{Dt} + \frac{\partial \bar{u}v}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}v}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}v}{\partial z} + f\bar{u} = -\frac{\partial \bar{P}}{\rho_0 \partial y}, \quad (7b)$$

$$\frac{D\bar{w}}{Dt} + \frac{\partial \bar{u}w}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}w}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}w}{\partial z} = -\frac{\partial \bar{P}}{\rho_0 \partial z} - g \frac{\bar{\rho}}{\rho_0}, \quad (7b)$$

$$\frac{D\bar{\rho}}{Dt} + \frac{\partial \bar{u}\rho}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}\rho}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}\rho}{\partial z} + \bar{w} \frac{d\rho_0}{dz} = 0, \quad (7r)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0. \quad (7d)$$

Из соотношений (4a), (4b) следуют выражения для $\bar{u}v$, $\bar{v}w$, $\bar{u}w$, $\bar{u}\zeta$, $\bar{v}\zeta$, $\bar{w}\zeta$:

$$\bar{u}v = 0, \quad \bar{v}w = \frac{f}{k\Omega} \frac{d}{dz} (w_{10}^2) \Big| A^2, \quad \bar{u}w = 0, \quad (8a)$$

$$\overline{u\zeta} = \frac{1}{k\Omega} \frac{d}{dz} (w_{10}^2) |A^2|, \quad \overline{v\zeta} = 0, \quad \overline{w\zeta} = 0. \quad (8б)$$

Амплитудная функция A удовлетворяет эволюционному уравнению [4]:

$$\frac{\partial |A^2|}{\partial t} + c_g \frac{\partial |A^2|}{\partial x} = 0, \quad (9)$$

где c_g – групповая скорость. Отсюда следует, что квадрат модуля амплитуды волны зависит от x и t в комбинации $x - c_g t$ и индуцированные волной $\overline{u}, \overline{v}, \overline{w}, \overline{\rho}$ будут также функциями $x - c_g t$ и z . В предельном случае слабо-нелинейной плоской волны, когда масштаб огибающей волнового пакета существенно больше инерционного периода, из (7б) найдем \overline{u} :

$$\overline{u} = -\frac{1}{f} \frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} = -\frac{|A^2|}{k} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\Omega} \frac{dw_{10}^2}{dz} \right). \quad (10)$$

Горизонтальная компонента \overline{u} скорости индуцированного волной течения пропорциональна квадрату амплитуды волны. Из уравнения неразрывности (7д) выразим \overline{w} :

$$\overline{w}(z, \xi, \tau) = -\int_H^z \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} dz = \frac{1}{k\Omega} \frac{dw_{10}^2}{dz} \frac{\partial |A^2|}{\partial x}. \quad (11)$$

Из уравнения (7г) следует соотношение

$$\frac{D\overline{\rho}}{Dt} = (U_0 - c_g) \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x} = -\overline{w} \frac{d\rho_0}{dz} - \frac{\partial \overline{u\rho}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{w\rho}}{\partial z}. \quad (12)$$

Учитывая, что $\rho = -\frac{d\rho_0}{dz} \zeta$, выражение (12) преобразуется к виду

$$(U_0 - c_g) \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x} = -\overline{w} \frac{d\rho_0}{dz} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{d\rho_0}{dz} \overline{u\zeta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{d\rho_0}{dz} \overline{w\zeta} \right). \quad (13)$$

Первое и второе слагаемые в правой части (13) пропорциональны $\frac{\partial |A^2|}{\partial x}$, т. е. имеют порядок ε^2 , поэтому найдем $\overline{w\zeta}$ с точностью до ε^2 :

$$\overline{w\zeta} = \frac{D\overline{\zeta}}{Dt} \zeta = \frac{\varepsilon^2 w_{10}^2}{\Omega^2} \frac{D|A^2|}{Dt} = \frac{\varepsilon^2 w_{10}^2}{\Omega^2} (U_0 - c_g) \frac{\partial |A^2|}{\partial x}. \quad (14)$$

Подставив $\overline{u\zeta}$ из (8б) и $\overline{w\zeta}$ из (14) в соотношение (13), получим

$$(U_0 - c_g) \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x} = -\overline{w} \frac{d\rho_0}{dz} + \frac{d\rho_0}{dz} \frac{1}{k\Omega} \frac{d}{dz} (w_{10}^2) \frac{\partial |A^2|}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{w_{10}^2}{\Omega^2} (U_0 - c_g) \right] \frac{\partial |A^2|}{\partial x}. \quad (15)$$

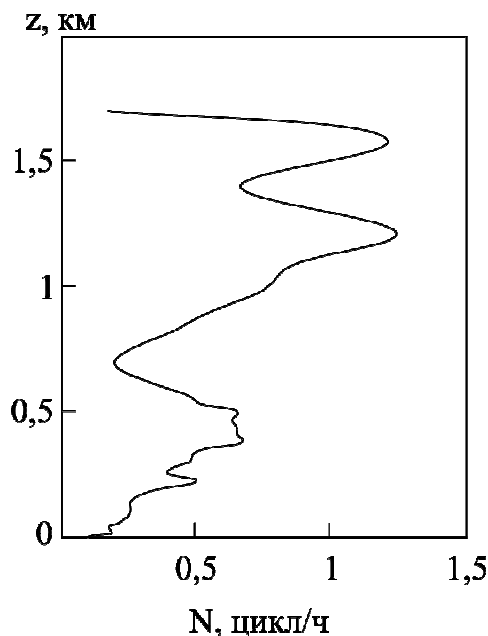
Отсюда находим неосциллирующую поправку к плотности $\bar{\rho}$:

$$\bar{\rho} = \frac{|A^2|}{U_0 - c_g} \frac{d}{dz} \left[\frac{w_{10}^2}{\Omega^2} (U_0 - c_g) \frac{d\rho_0}{dz} \right]. \quad (16)$$

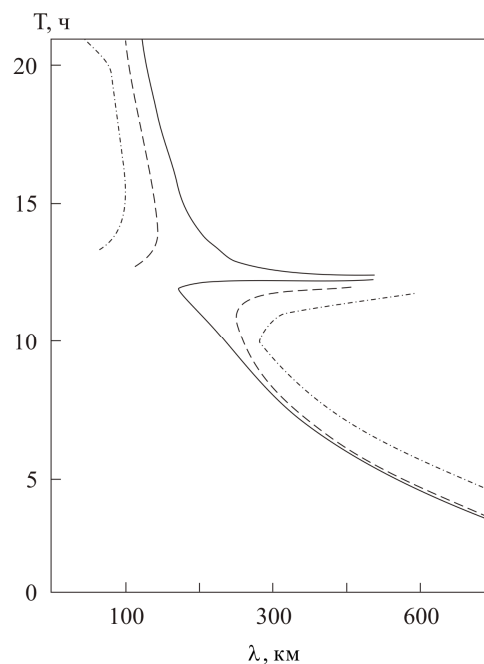
Анализ результатов. Расчеты параметров захваченных топографических волн выполним по данным эксперимента на континентальном склоне в Норвежском море. Вертикальный профиль частоты Брента – Вьяйсяля показан на рис. 2. Наклон дна на полигоне измерений 3° , глубина 1700 м, направление изобат составляло 60° с зональным направлением. На донных автономных буйковых станциях располагались два автономных цифровых измерителя скоростей течений и температуры. Станции поддерживались в вертикальном положении глубоководным бумом, а на дне – якорями, снабженными акустическими размыкателями. Приборы устанавливались на металлической крестовине на расстоянии 2,2 м друг от друга. На первой станции расстояние измерителя течений до дна составляло 2,5 м, на второй – 3 м. Была выявлена значительная временная изменчивость поля скоростей течений. Скорости достигали 20 – 30 см/с, преобладающий период изменчивости течения 5 – 7 сут. Дискретность измерений составляла 2 ч. Продолжительность работы станций 180 сут. На фоне низкочастотных колебаний фиксировались более высокочастотные с периодами 1 – 3 сут, что связано с прохождением топографических волн Россби [9], баротропная мода которых для коротких волн при наличии стратификации дает захваченную топографическую волну [2]. В результате обработки данных измерителей скорости течения были выявлены характерные периоды энергонесущих колебаний [6]. В частности, выделены мощные волновые пакеты с периодом 28 ч. Амплитуды зональной и меридиональной компонент скорости течения достигали соответственно 4 и 5 см/с [6].

При решении краевой задачи (5), (6) для фиксированной частоты волны определяем волновое число захваченной топографической волны. У волны с периодом 28 ч волновое число $k = -6,96 \cdot 10^{-5}$ рад/м при наличии течения (см. рис. 1, б), отрицательный знак означает, что более мелкая вода при распространении волны остается справа. Графики зависимости периода от длины волны (дисперсионные кривые) показаны на рис. 3. Расчеты делаем при учете среднего положительного течения (рис. 1, б), при наличии противоположного отрицательного течения и при отсутствии течения. При отсутствии течения в уравнении (5) имеет место сингулярность, когда частота волны равна инерционной частоте ($\omega = f$). На рис. 3 эта особенность проявляется в наличии асимптоты у дисперсионной кривой, причем при $\omega = f$ дисперсионная кривая претерпевает разрыв. Если период волны больше инерционного, то при уменьшении периода волны ее длина уменьшается; если период меньше инерционного, то при увеличении периода волны ее длина возрастает. В последнем случае волна перестает быть захваченной. При удалении от дна амплитуда вертикальной скорости убывает, а горизонтальной скорости растет. Для положительного течения возможна сингулярность в уравнении (5), когда частота волны со сдвигом Доплера равна инерционной. Если разность частоты со сдвигом Доплера и инерционной частоты уменьшается по

абсолютной величине, то в поведении дисперсионных кривых отмечается всплеск (рис. 3), т. е. происходит резкое увеличение длины волны при приближении к указанной сингулярности.

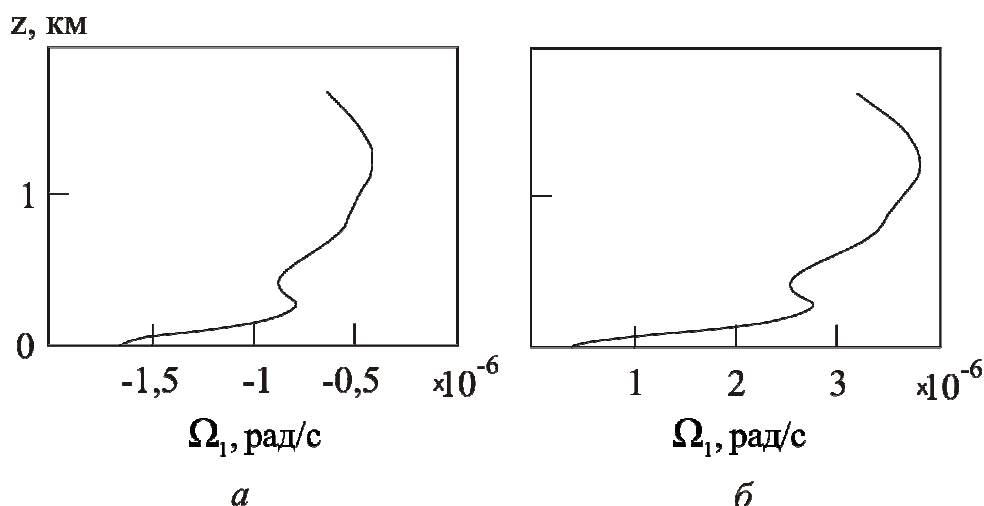


Р и с. 2. Вертикальный профиль частоты Брента – Вьяйсяля



Р и с. 3. Дисперсионные кривые захваченных топографических волн при наличии среднего положительного течения (сплошная кривая), среднего отрицательного течения (штрих-пунктирная кривая) и при отсутствии течения (штриховая)

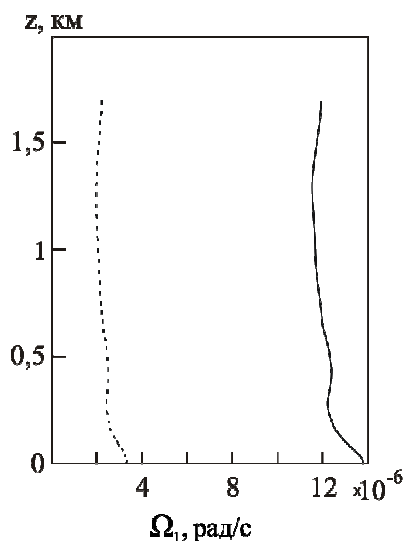
На рис. 4 а, б представлен график функции $\Omega_1(z) = \Omega(z) - f$ при периодах волны 12,3 и 12,2 ч. При периоде волны 12,2 ч функция $\Omega_1(z)$ – положительна, а при периоде 12,3 ч функция $\Omega_1(z)$ – отрицательна. Если период равен 12,1 ч, функция $\Omega_1(z)$ – положительна и ее величина больше, чем при периоде 12,2 ч. В то же время при периоде 12,4 ч функция $\Omega_1(z)$ – отрицательна и ее абсолютная величина больше, чем при периоде 12,3 ч. Отметим, что при приближении к сингулярности в уравнении (5), т. е. при уменьшении абсолютной величины функции $\Omega_1(z)$, происходит рост длины волны и на дисперсионной кривой отмечается всплеск в интервале периодов 12,2 – 12,3 ч (рис. 3). Сингулярность в уравнении (5), связанная с нулем функции $\Omega(z) = \omega - kU_0$, отсутствует, так как течение положительно, а величина горизонтального волнового числа k – отрицательна. Если частота волны со сдвигом Доплера превышает инерционную частоту, волна не является захваченной, при удалении от дна амплитуда горизонтальной скорости растёт, а вертикальной – падает.



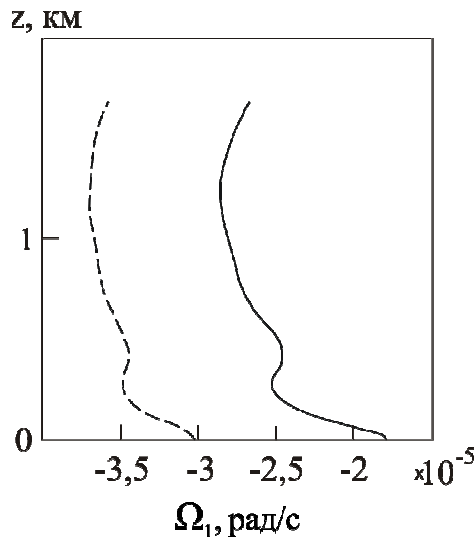
Р и с. 4. Зависимость функции Ω_1 от вертикальной координаты для периодов волны: *a* – 12,3 ч, *б* – 12,2 ч

На рис. 5 показана зависимость функции Ω_1 от вертикальной координаты при периодах волны T , равных соответственно 11 и 11,8 ч, и отрицательном течении (направление течения противоположно указанному на рис. 1, б). Значения этой функции при $T = 11,8$ ч меньше значения при $T = 11$ ч. Таким образом, при приближении периода волны к 11,8 ч ($T < 11,8$ ч) величина функции $\Omega_1(z)$ уменьшается, оставаясь положительной. Функция $\Omega_1(z)$ отрицательна при $T = 13,4$ ч и по модулю меньше, чем при $T = 15$ ч (рис. 6). При приближении периода волны к 13,4 ч ($T > 13,4$ ч) величина функции $\Omega_1(z)$ отрицательна и по модулю уменьшается. Внутри области между 11,8 и 13,4 ч дисперсионная кривая не определена из-за наличия сингулярности в уравнении (5), когда функция $\Omega_1(z)$ обращается в нуль. В этом случае присутствуют критические слои, обусловленные синхронизмом частоты волны со сдвигом Доплера и инерционной частоты. В окрестности области, где достигается нуль функции $\Omega_1(z)$, дисперсионная кривая характеризуется асимптотическим поведением (рис. 3). При отрицательном течении нуль функции $\Omega(z) = \omega - kU_0$ не достигается. При решении краевой задачи (5), (6) находим зависимость амплитуды вертикальной скорости от вертикальной координаты, амплитуды двух других компонент скорости определяем по формулам (4). Нормировку решения краевой задачи осуществляем по измеренной амплитуде U_h горизонтальной скорости. Зная U_h , находим амплитуду скорости вдоль изобат на горизонте измерений ($z = 2,5$ м):

$$2Au_{10}(2,5) = \frac{U_h}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{\Omega(2,5)}\right)^2}}. \quad (17)$$



Р и с. 5. Зависимость функции Ω_1 от вертикальной координаты для периодов волны 11 ч (сплошная кривая) и 11,8 ч (штриховая)



Р и с. 6. Зависимость функции Ω_1 от вертикальной координаты для периодов волны 13,4 ч (сплошная кривая) и 15 ч (штриховая)

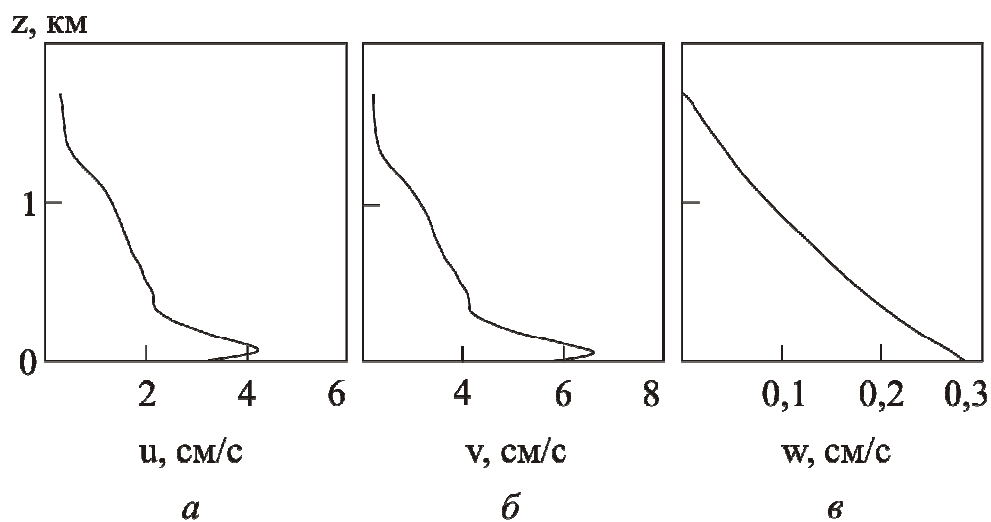
Отсюда получаем нормирующий множитель

$$A = \frac{U_h}{2u_{10}(2,5) \sqrt{1 + \left(\frac{f}{\Omega(2,5)} \right)^2}}. \quad (18)$$

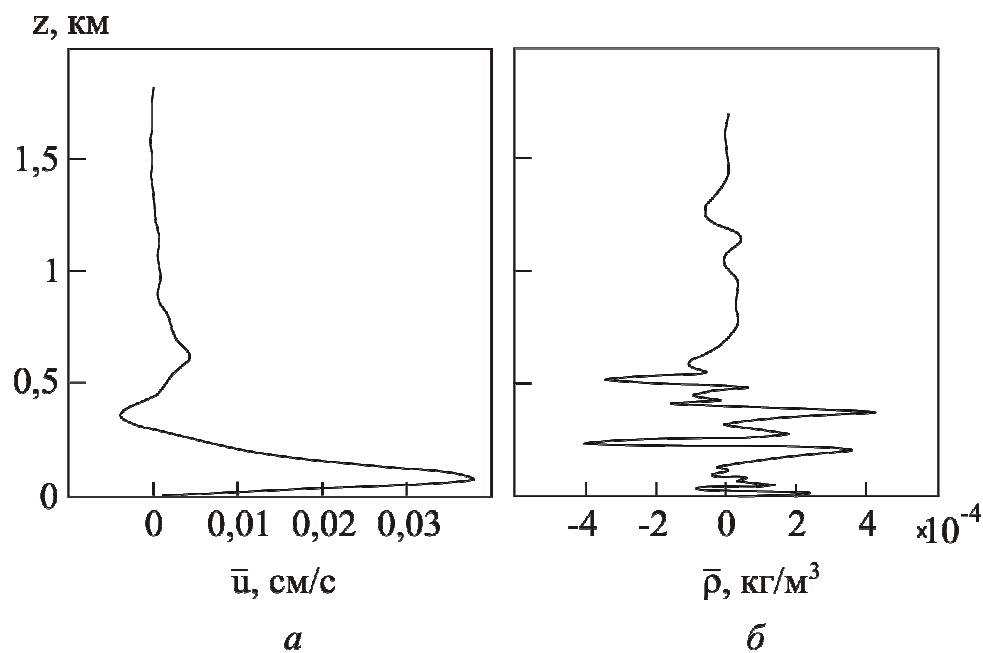
Вертикальные профили амплитуд трех компонент скорости течения захваченной 28-часовой волны представлены на рис. 7. Расчет этих амплитуд делался для среднего течения, показанного на рис. 1, б.

Зная $w_{10}(z)$, находим среднее течение, индуцированное волной за счет нелинейности $\bar{u}(z)$, и неосциллирующую поправку к средней плотности $\bar{\rho}(z)$ по формулам (10), (16). Вертикальное распределение этих величин приведено на рис. 8. Делаем расчет скорости индуцированного за счет нелинейности среднего течения и неосциллирующей поправки к средней плотности при отсутствии течения, т. е. при $U_0 = 0$ (рис. 9). Сравнение рис. 8 и 9 показывает, что при учете среднего течения скорость индуцированного течения в придонном слое меньше. Структура неосциллирующей поправки к плотности в верхнем слое моря на рис. 9 отличается от представленной на рис. 8. Рассчитаем скорости индуцированного за счет нелинейности среднего течения и неосциллирующую поправку к плотности при отрицательном течении (рис. 10). При отрицательном течении направление индуцированного течения на рис. 10, а противоположно направлению индуцированного течения на рис. 8, а. В верхнем слое моря структуры неосциллирующей поправки к

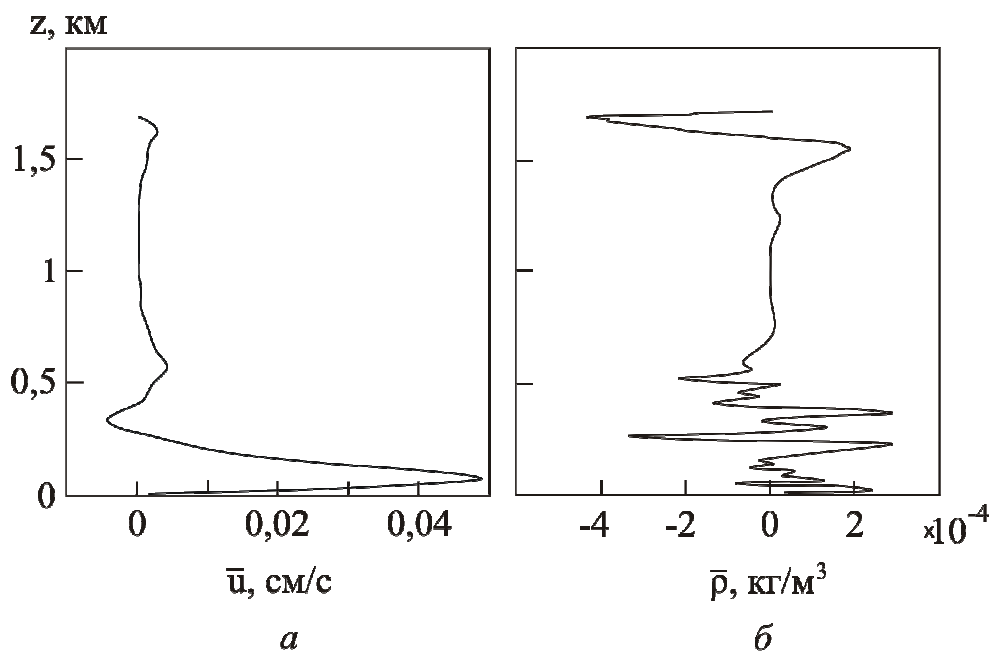
плотности на рис. 8, $\bar{\rho}$ и $10\bar{\rho}$ заметно различаются: при отрицательном течении неосциллирующая поправка больше.



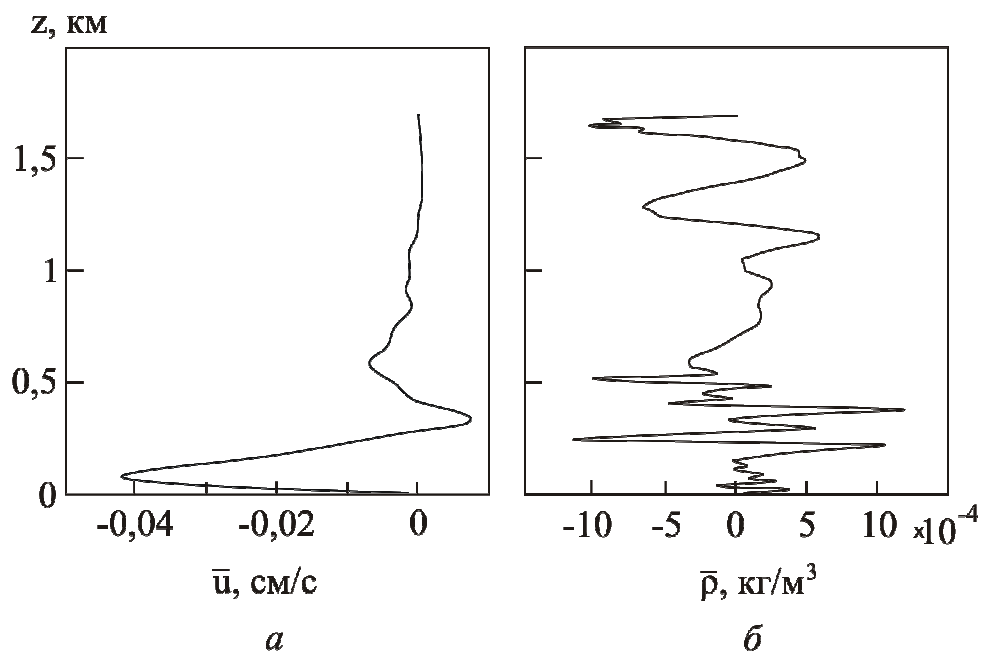
Р и с. 7. Профили амплитуд компонент волновой скорости: a – вдоль изобат, \bar{b} – поперек изобат, \bar{c} – вертикальной



Р и с. 8. Вертикальное распределение скорости индуцированного среднего течения (a) и неосциллирующей поправки к средней плотности (\bar{b}) при положительном течении



Р и с. 9. Вертикальное распределение скорости индуцированного среднего течения (а) и неосциллирующей поправки к средней плотности (б) при отсутствии течения



Р и с. 10. Вертикальное распределение скорости индуцированного среднего течения (а) и неосциллирующей поправки к средней плотности (б) при отрицательном течении

Выводы.

1. Исследовались топографические волны над наклонным дном при реальной стратификации и среднем течении, направленном вдоль изобат. Показано, что если частота со сдвигом Доплера больше инерционной, то при положительном течении длина волны меньше, чем без течения, а в случае без течения длина волны меньше, чем при отрицательном течении. Если частота со сдвигом Доплера меньше инерционной, то при положительном течении длина волны больше, чем без течения, а в случае без течения длина волны больше, чем при отрицательном течении.

2. При отсутствии течения имеется сингулярность в уравнении, когда частота волны равна инерционной. В окрестности указанной частоты дисперсионная кривая характеризуется асимптотическим поведением (рис. 3). Если частота волны приближается к инерционной, оставаясь больше инерционной частоты, то в окрестности сингулярности происходит рост длины волны. Если частота волны приближается к инерционной, оставаясь меньше инерционной частоты, то в окрестности сингулярности происходит уменьшение длины волны (рис. 3).

3. При положительном течении в уравнении присутствует сингулярность, обусловленная равенством частоты волны со сдвигом Доплера и инерционной частоты. В окрестности указанной сингулярности дисперсионная кривая характеризуется асимптотическим поведением и длина волны возрастает.

4. При отрицательном течении существует область между периодами волны 11,8 и 13,4 ч, где дисперсионные кривые не определены ввиду присутствия сингулярности, когда частота волны со сдвигом Доплера равна инерционной. В окрестности указанной области дисперсионная кривая характеризуется асимптотическим поведением.

5. Среднее течение, индуцированное волной за счет нелинейности, при положительном течении меньше, чем при отсутствии течения. При отрицательном среднем течении скорость индуцированного течения направлена противоположно скорости индуцированного течения при положительном среднем течении.

6. В верхнем слое моря неосциллирующая поправка к плотности при положительном течении меньше, чем при отрицательном и при отсутствии течения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rhines P. Edge-, bottom-, and Rossby waves in a rotating stratified fluid // *Geophys. Fluid Dyn.* – 1970. – 1. – P. 273 – 302.
2. Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. Т. 2. – М.: Мир, 1984. – 811 с.
3. Блатов А.С., Иванов В.А. Гидрология и гидродинамика шельфовой зоны Черного моря. – Киев: Наукова думка, 1992. – 241с.
4. Борисенко Ю.Д., Воронович А.Г., Леонов А.И. и др. К теории нестационарных слабонелинейных внутренних волн в стратифицированной жидкости // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.* – 1976. – 12, № 3. – С. 293 – 301.
5. Grimshaw R. The modulation of an internal gravity wave packet and the resonance with the mean motion // *Stud. Appl. Math.* – 1977. – 56. – P. 241 – 266.

6. Слепышев А.А., Подрыга В.О. К теории нестационарных слабонелинейных захваченных топографических волн // Морской гидрофизический журнал. – 2008. – № 4. – С. 3 – 17.
7. Booker J.B., Bretherton F.P. The critical layer for internal gravity waves in a shear flow // J. Fluid Mech. – 1967. – 27, pt. 4. – P. 513 – 539.
8. Jones W.L. Propagation of internal gravity waves in fluids with shear flow and rotation // Ibid. – 1967. – 30, pt. 3. – P. 439 – 448.
9. Алейник Д.Л., Бышев В.И., Щербинин А.Д. Динамика вод Норвежского моря в районе гибели атомной подводной лодки «Комсомолец» // Океанология. – 2002. – 42, № 1. – С. 11 – 21.

*Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

**Филиал Московского государственного университета
им. М.В. Ломоносова в г. Севастополе

Материал поступил
в редакцию 14.03.12

После доработки 28.05.12

АНОТАЦІЯ У наближенні Буссинеска розглядаються вільні захоплені топографічні хвилі над похилим дном при наявності вертикально-неоднорідної течії, спрямованої уздовж ізобат. Вивчається вплив сингулярностей у рівнянні для вертикальної структури захоплених топографічних хвиль на поведінку дисперсійних кривих. Причиною зазначених сингулярностей є синхронізм частоти хвилі зі зсувом Доплера та інерційної частоти.

Визначаються середні течії та неосцилююче поправлення до густини, обумовлені нелінійністю хвиль. Порівнюються течії, які індуються захопленими топографічними хвилями при наявності середньої течії та при її відсутності. Показано, що врахування середньої течії, спрямованої протилежно напрямку поширення хвилі, не змінює напрямку індукованої течії. При цьому в придонному шарі швидкість цієї течії дещо зменшується. Зі зміною напрямку середньої течії змінюється й напрямок індукованої течії.

Ключові слова: захоплені топографічні хвилі, індукована течія, сингулярність у рівнянні.

ABSTRACT Free trapped topographic waves over the inclined bottom are considered in the Boussinesque approximation in the presence of vertically non-uniform current directed along the isobaths. Influence of singularities in the equation for vertical structure of the trapped topographic waves upon the behavior of dispersive curves is studied. The specified singularities are conditioned by synchronism of a wave with the Doppler shift and the inertial frequency.

Average currents and non-oscillating amendment to density stipulated by the waves' nonlinearity are defined. The currents induced by the trapped topographic waves in the presence of the average current and in its absence are compared. It is shown that consideration of the average current directed oppositely to the wave propagation does not change the direction of the induced current. At that the velocity of this current in the benthic layer decreases a little. Change of the average current direction is followed by variation of that of the induced current.

Keywords: trapped topographic waves, induced current, singularity in the equation.