

Математическое моделирование морских систем

УДК 551.465

Э.Н. Михайлова, Н.Б. Шапиро

Роль гидростатического приближения при моделировании субмаринной разгрузки пресных вод в карстовой полости

Обсуждаются результаты численных экспериментов, посвященных воспроизведению трехмерной структуры гидрологических полей в карстовой полости. Для этого используются трехмерная гидростатическая и двумерные гидростатическая и негидростатическая численные модели (в приближении «твердой крышки»).

В трехмерной модели роль приближения гидростатики оценивается апостериори на основе баланса членов в вихре скорости $\omega = w_y - v_z$. Показано, что в трехмерной и двумерной гидростатических моделях влияние слагаемого w_y , связанного с вертикальными движениями, оказывается существенным только вблизи источника пресной воды. В рамках двумерной негидростатической модели отказ от приближения гидростатики приводит к большему распреснению поверхностных вод в полости, что лучше согласуется с данными наблюдений.

Установлено, что главным фактором, влияющим на формирование реальной структуры гидрологических полей в карстовой полости, является образование вертикальной ячейки циркуляции из-за завихренности поля скорости, роль конвективного перемешивания при этом является вторичной.

Ключевые слова: субмаринная разгрузка, карстовая полость, негидростатическая модель, численный эксперимент.

Введение. В предыдущих работах [1, 2], посвященных воспроизведению структуры гидрологических полей в карстовой полости (в районе м. Айя на Южном берегу Крыма), наблюдавшейся во время экспедиций в сентябре 2007 и 2008 гг., использовалась трехмерная гидростатическая модель в приближении «твердой крышки» и с процедурой «конвективного приспособления».

Методология численных экспериментов состояла в следующем. В начальный момент времени в полости движение отсутствует и заданы не меняющиеся по горизонтали поля температуры и солености такие же, как в открытом море. Затем через трещины в боковых границах карстовой полости начинает просачиваться пресная вода с нулевой соленостью, температурой 15°C (более высокой во время первой и более низкой во время второй экспедиции по сравнению с температурой воды в море) и заданными априори расходами воды. Пресная вода практически мгновенно всплывает к поверхности моря, как предполагалось, вследствие конвективной неустойчивости, перемешиваясь при этом с соленой морской водой, и в виде распресненного слоя выносится в открытое море. Из моря глубинными течениями в полость вносятся соленая морская вода. В результате в полости формируется трехмерная (по существу, двухслойная) структура полей течений, температуры и солености.

© Э.Н. Михайлова, Н.Б. Шапиро, 2012

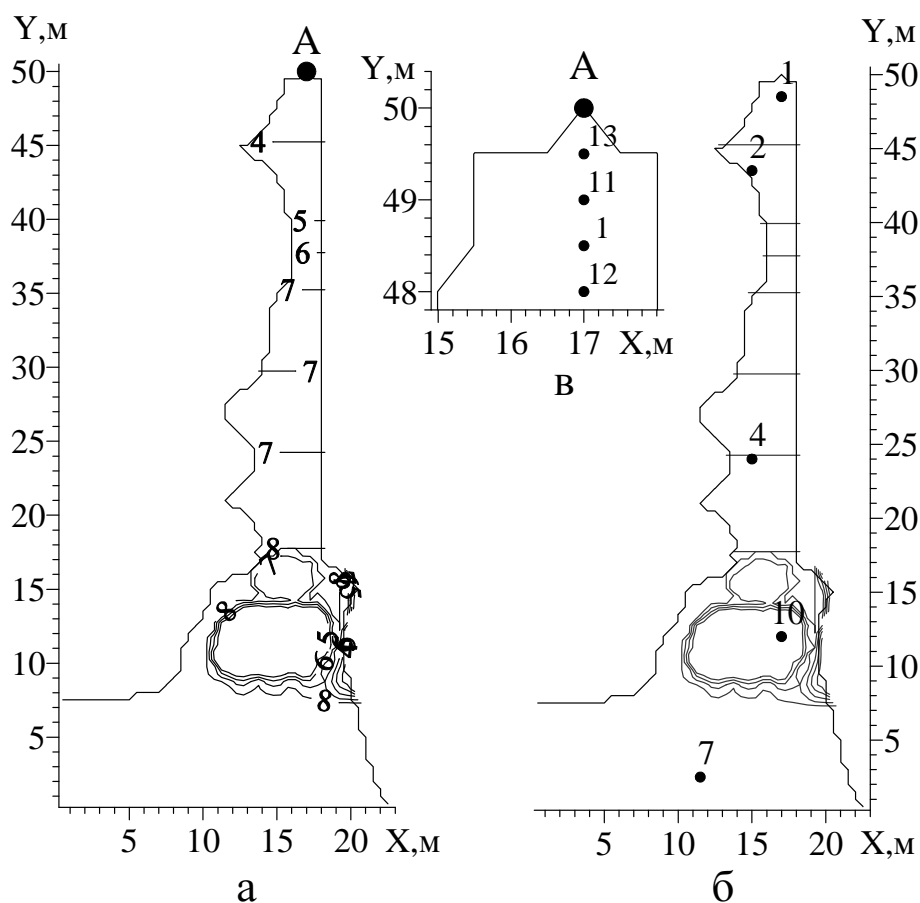
Проведенные численные эксперименты показали, что модель качественно правильно описывает формирование трехмерных полей температуры, солености и скорости течений в карстовой полости. Был сделан вывод, что для количественного согласования результатов расчета с данными наблюдений необходимо усовершенствование модели, и в первую очередь за счет учета негидростатических эффектов.

Настоящая работа состоит из двух частей. Первая часть посвящена оценке роли приближения гидростатики и процедуры «конвективного приспособления» на основе результатов численных экспериментов, выполненных в рамках упомянутой выше трехмерной численной модели. Получена апостериорная оценка приближения гидростатики, а влияние процедуры «конвективного приспособления» проанализировано на основе специально проведенных расчетов. Заодно проведено исследование влияния глубины залегания источника пресной воды на величину поверхностной солености в полости – основного индикатора субмаринной разгрузки.

Вторая часть работы посвящена разработке двумерной численной модели в приближении «твердой крышки», в которой приближение гидростатики не используется.

Трехмерная гидростатическая модель. В продолжение исследований, описанных в работе [2], были проведены численные эксперименты, в которых субмаринная разгрузка происходит под действием одного источника пресной воды, расположенного на берегу в вершине полости. На рис. 1 приведен рельеф дна в рассматриваемой области, показано положение источника пресной воды (точка А) и станций, для которых на последующих рисунках демонстрируются результаты расчетов (нумерация станций, как в работах [1, 2]).

Как в работе [2], численные эксперименты проводились в рамках 40-слойной модели с разрешением по вертикали на сетке Z , когда границы слоев – горизонтальные и все слои, кроме самого нижнего, придонного слоя имеют одинаковую толщину. Толщина 39 верхних слоев равна 7 см, так что все границы слоев располагаются над поднятием дна у входа в полость. Шаги сетки по горизонтали $\Delta x = \Delta y = 0,5$ м. Дебит подземного источника $Q_A = 6000$ м³/сут ($\approx 0,06$ м³/с). Рассматривалось два случая: источник пресной воды располагается в слое от горизонта 2,4 м до дна (3,5 м) – эксперимент 1 и от горизонта 1 м до горизонта 2,1 м – эксперимент 2. Таким образом, пресная вода поступает в слои от 35-го до 40-го в эксперименте 1 и от 15-го до 29-го в эксперименте 2. Заметим, что в аналогичном расчете, описанном в статье [2], пресная вода поступала во все слои. Коэффициенты горизонтальной и вертикальной вязкости и диффузии, как и в [2], равны 100; 50 см²/с и 0; 0,1 см²/с соответственно. Как указывалось выше, в начальный момент времени скорость течений равна нулю, температура и соленость в полости и на открытой границе меняются только по вертикали, причем соленость увеличивается с глубиной по линейному закону от 17,9 до 18,2‰, а температура, учитывая условия второй экспедиции [2], наоборот, уменьшается от 24 до 23°C. Расчет с шагом по времени $\Delta t = 0,72$ с проводился до тех пор (на 10 ч), пока все поля не выходили на установившийся режим.

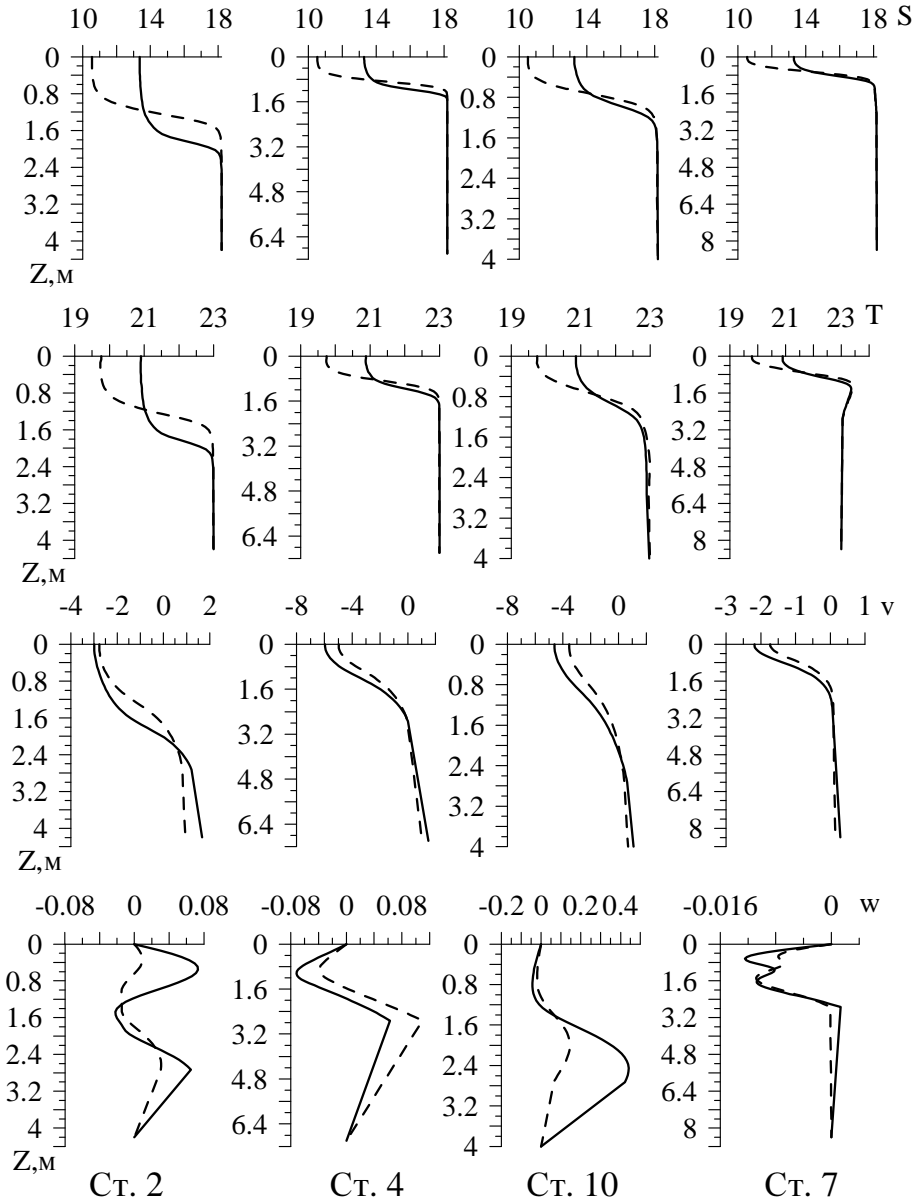


Р и с. 1. Рельеф дна H , м (а) и положение станций, для которых демонстрируются результаты расчетов (б, в)

На рис. 2 приведены вертикальные профили солёности, температуры, компонент скорости течения v , w на указанных внизу станциях и при различном заглублении источника пресной воды (результаты расчетов двух экспериментов). Видно, что солёность на поверхности моря достаточно сильно зависит от глубины залегания источника. Чем ближе к поверхности моря располагается источник, тем меньшую величину имеет поверхностная солёность. Этот результат в достаточной степени тривиален, но он позволяет судить о возможном положении источника субмаринной разгрузки и дополняет результаты, полученные в работе [2].

Численные эксперименты, проведенные без учета процедуры «конвективного приспособления», привели, как это ни казалось вначале странным, практически к тем же результатам, что и при учете данной процедуры. Важно, что во время расчетов, по существу, не возникало неустойчивой стратификации по плотности. Это указывает на то, что подъем пресных вод к поверхности моря связан не только с конвективной неустойчивостью, а обусловлен, может быть в основном, завихренностью поля скорости, образуя-

шейся в силу бароклинности жидкости при втекании пресной воды в соленую воду. Речь в данном случае идет о компоненте вихря скорости $\omega = w_y - v_z$, индексы внизу означают дифференцирование. Вследствие этого происходит образование вертикальной ячейки циркуляции в плоскости (y, z) с подъемом вод около источника пресной воды, вытеканием распресненной воды в верхнем слое моря и подтеканием к источнику более плотной воды в глубинных слоях.



Р и с. 2. Вертикальные профили солёности S (‰), температуры T ($^{\circ}\text{C}$), компонент скорости течения v, w (см/с) на указанных станциях при различном заглублении источника пресной воды в вершинной части полости с расходом $Q_A = 0,06 \text{ м}^3/\text{с}$ (сплошные кривые – эксперимент 1, штриховые – эксперимент 2)

Это можно продемонстрировать на примере двумерной негидростатической модели для идеальной жидкости, когда все переменные не зависят от координаты x и не учитывается вращение Земли:

$$dv/dt = v_t + vv_y + ww_z = -p_y, \quad (1)$$

$$dw/dt = w_t + vw_y + ww_z = -p_z + g\rho, \quad (2)$$

$$v_y + w_z = 0. \quad (3)$$

Исключая из уравнений движения (в приближении Буссинеска) перекрестным дифференцированием давление p , с учетом уравнения неразрывности получаем уравнение вихря

$$d\omega/dt = \omega_t + v\omega_y + w\omega_z = g\rho_y, \quad (4)$$

где v и w – компоненты скорости течения вдоль осей y и z соответственно (ось z направлена вертикально вниз), ρ – плотность, g – ускорение силы тяжести, t – время, d/dt – полная, субстанциональная производная.

Так как при втекании пресной воды в соленую, более плотную, воду $\rho_y < 0$, то и $d\omega/dt < 0$. Если в начальный момент времени имел место покой ($\omega = 0$), то затем образуется циркуляция с отрицательной завихренностью ($\omega < 0$), и получается описанная выше схема течений. При отрицательной завихренности происходит вращение против часовой стрелки.

В гидростатической модели ($-p_z + g\rho = 0$) уравнение вихря имеет вид

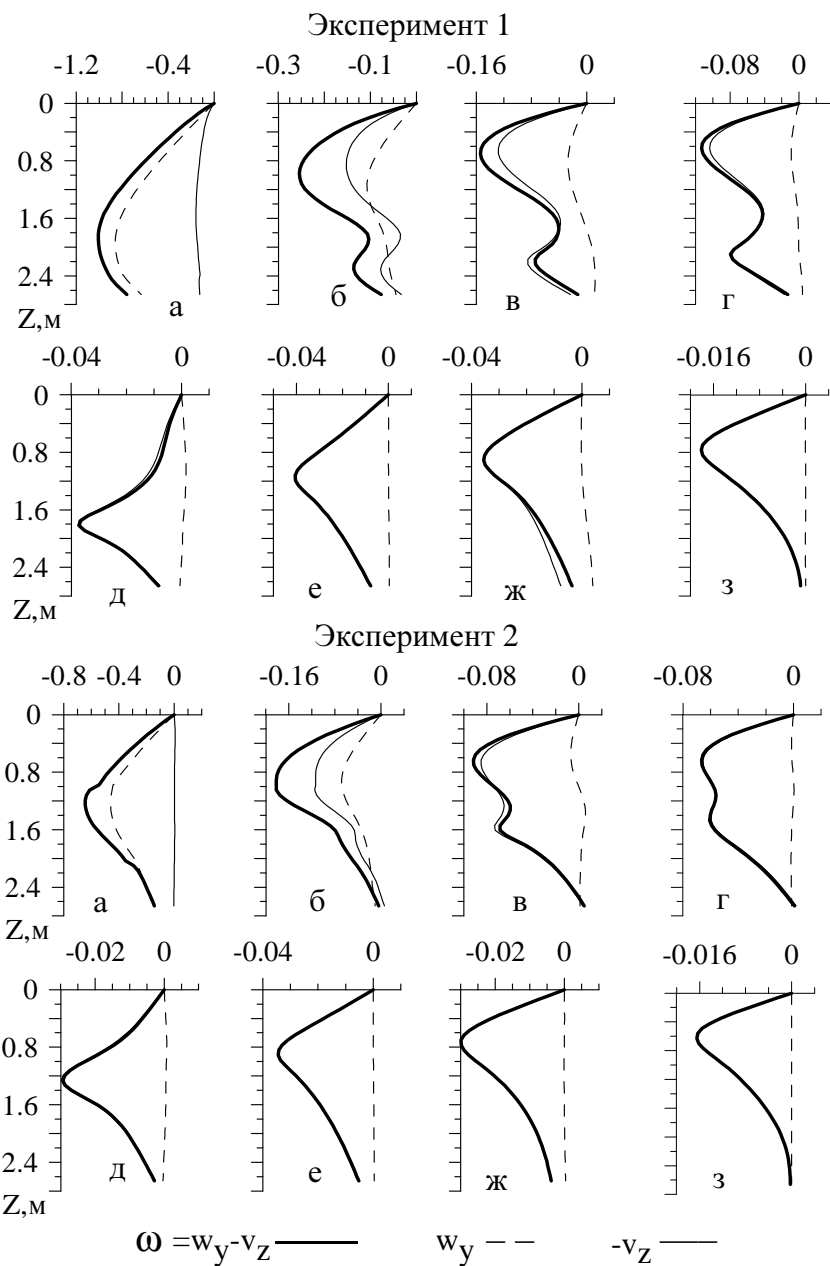
$$d\omega'/dt = \omega'_t + v\omega'_y + w\omega'_z = g\rho_y,$$

где $\omega' = -v_z$, т. е. в вихре учитывается только вертикальный сдвиг горизонтальной скорости течения. Вследствие сохранения массы (в силу уравнения неразрывности) сдвиг скорости течения v как по горизонтали ($v_y \leq 0$), так и по вертикали ($v_z > 0$) вызовет появление соответствующих вертикальных движений, и в результате получится вертикальная ячейка циркуляции с той же завихренностью, как в негидростатической модели.

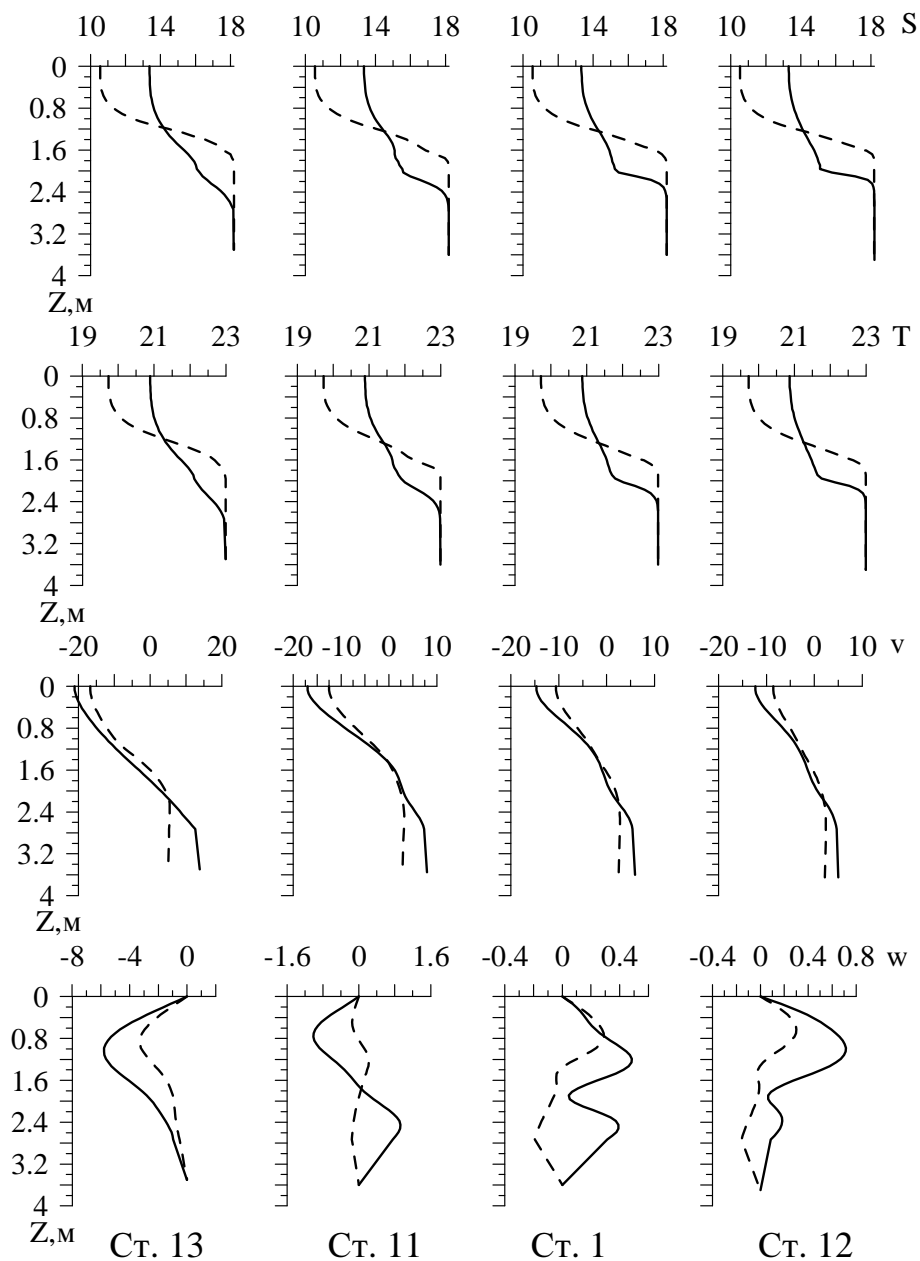
При моделировании морских течений, как правило, члены в уравнении (2), связанные с вертикальной скоростью, являются малыми, и с большой точностью выполняется гидростатический баланс. В рассматриваемой задаче, как следует из результатов расчетов в [1, 2], вертикальные течения оказываются достаточно большими (сравнимыми по величине с горизонтальной скоростью), по крайней мере вблизи источника пресной воды. Поэтому представляет интерес оценить, хотя бы апостериори, важность компонент вихря, а именно, значимость слагаемого w_y по сравнению с членом v_z .

Приведенные соображения иллюстрируются рисунками, на которых показаны вертикальные распределения вихря ω и его составляющих w_y , $-v_z$ (рис. 3) и профили температуры, солёности, компонент скорости течения v , w (рис. 4). На рис. 4 представлены профили для станций, расположенных в зоне около источника пресной воды (рис. 1, в). Вертикальные распределения вихря (рис. 3) показаны как вблизи источника, так и внутри карстовой полости. Хорошо видно, что непосредственно у источника завихренность связана с горизонтальным сдвигом вертикальной скорости w_y , а с удалением от источника внутрь полости завихренность определяется вертикальным сдвигом го-

ризонгальной скорости v_z . Важно, что это справедливо для обоих численных экспериментов. Отметим также, что подъем вод, причем очень мощный, вблизи источника достаточно быстро ослабевает с удалением от него и сменяется опусканием вод, и, как видно на рис. 2, опускание интенсифицируется у локального поднятия дна (ст. 10).



Р и с. 3. Вертикальные профили вихря скорости $\omega = w_y - v_z$ и его составляющих $w_y, -v_z$ (c^{-1}) на ст. 13 (а), 11 (б), 1 (в), 12 (г), 2 (д), 4 (е), 10 (ж), 7 (з) при различном заглублении источника пресной воды для экспериментов 1 и 2



Р и с. 4. Вертикальные профили солёности S (‰), температуры T ($^{\circ}\text{C}$), компонент скорости течения v , w (см/с) на станциях вблизи источника пресной воды (сплошные кривые – эксперимент 1, штриховые – эксперимент 2)

Учитывая результаты проведенных ранее экспериментов [2], отметим, что степень распреснения поверхностных вод, происходящего при субмаринной разгрузке, зависит от расположения и интенсивности источников подземных вод. Это не дает возможности сделать однозначные выводы о местоположении, мощности и суммарном дебите подземных источников пресной

воды, основываясь только на наблюдениях поверхностной солености и/или поверхностной температуры.

Двумерная негидростатическая модель. Сопоставление результатов расчета с данными наблюдений указывает на необходимость обобщения модели на случай учета негидростатических эффектов. Для этой цели можно было бы воспользоваться способом, предложенным в работе [3]. Представляется, однако, целесообразным рассмотреть вначале негидростатическую модель в двумерной постановке. В двумерной модели, как правило, рассчитывается движение в бесконечном полупространстве, например $y \geq 0, z \geq 0$, и предполагается, что все функции не зависят от координаты x . В данной работе рассматривается обобщенная двумерная модель, в которой рассчитывается движение в области переменной ширины $L_1(y) \leq x \leq L_2(y), 0 \leq y \leq B, 0 \leq z \leq H(y)$. При этом $L(y) = L_2 - L_1 > 0$ и вычисляются поля, осредненные по поперечным сечениям, т. е. функции y, z .

Полагая, что границы области $x = L_1(y)$ и $x = L_2(y)$ являются непроницаемыми, т. е. равны нулю нормальные к границе компоненты скорости течения и потоки тепла и соли, уравнения модели запишем в дивергентном виде:

$$U_t + (vU)_y + (wU)_z - fV = AU_{zz} + A_L U_{yy}, \quad (5)$$

$$V_t + (vV)_y + (wV)_z + fU = -(pL)_y - pL_y + AV_{zz} + A_L V_{yy}, \quad (6)$$

$$W_t + (vW)_y + (wW)_z = -(pL)_z + RL + AW_{zz} + A_L W_{yy}, \quad (7)$$

$$V_y + W_z = 0, \quad (8)$$

$$(TL)_t + (VT)_y + (WT)_z = (\mu LT)_z + (\mu_L LT)_y, \quad (9)$$

$$(SL)_t + (VS)_y + (WS)_z = (\mu LS)_z + (\mu_L LS)_y, \quad (10)$$

$$R = R(T, S). \quad (11)$$

Здесь $U = uL, V = vL, W = wL$, где u, v, w – компоненты скорости течения вдоль осей x, y, z соответственно; T – температура; S – соленость; $R = g\rho$; ρ – плотность; f – параметр Кориолиса; A, A_L – коэффициенты вертикальной и горизонтальной турбулентной вязкости; μ, μ_L – коэффициенты вертикальной и горизонтальной турбулентной диффузии. Соотношение (11) – уравнение состояния для морской воды (нелинейное).

Отметим, что уравнения двумерной модели (5) – (10) получаются интегрированием по x (от L_1 до L_2) уравнений трехмерной модели (в приближении Буссинеска). При этом предполагается, что поля T, S, u, v, w, p, R не зависят от координаты x в пределах полости, и, кроме того, постулируется параметризация для горизонтальной вязкости. Подчеркнем, что при $L = \text{const}$ уравнения (5) – (11) переходят в уравнения классической двумерной модели.

Приведем теперь граничные и начальные условия, учитывая из внешнего воздействия только действие подземного источника пресной и относительно холодной воды, расположенного в вершинной части полости. Используя, как и в трехмерной модели, приближение «твердой крышки» и полагая постоянным атмосферное давление, на поверхности моря получим

$$\text{при } z = 0 \quad Au_z = Av_z = 0, \quad p = -R\zeta, \quad w = 0, \quad T_z = S_z = 0, \quad (12)$$

где ζ – уровень (понижение) моря.

На дне, принимая условия прилипания и отсутствия потоков тепла и соли, запишем

$$\text{при } z = H(y) \quad u = v = w = 0, \quad \mu T_n = \mu S_n = 0, \quad (13)$$

где T_n, S_n – производные по нормали к границе.

На твердой границе $y = 0$ в вершине полости в слое $z \in [Z_1, Z_2]$ задается втекание воды со скоростью $v_0 = \text{const}$ с известным априори расходом $Q_0 = = V_0(Z_2 - Z_1)$, $V_0 = v_0 L$ и заданными температурой T_0 и соленостью S_0 . Тогда

$$\text{при } y = 0, z \in [Z_1, Z_2]: u = w = 0, v = v_0, -\mu_L T_y + vT = v_0 T_0, -\mu_L S_y + vS = v_0 S_0; \quad (14)$$

$$\text{при } y = 0, z \notin [Z_1, Z_2]: u = w = 0, v = 0, \quad \mu_L T_y = 0, \quad \mu_L S_y = 0. \quad (15)$$

Отметим, что условия для температуры и солености формулируются, как и в трехмерной модели, для суммарных (адвективных плюс диффузионных) потоков.

На открытой границе ставятся условие свободного протекания для скорости

$$\text{при } y = B \quad u = w = 0, v_y = 0 \quad (16)$$

и условие транспортности для нормальных потоков тепла и соли

$$\text{при } y = B \quad -\mu_L T_y + vT = v^- T_{\text{фон}} + v^+ T, \quad -\mu_L S_y + vS = v^- S_{\text{фон}} + v^+ S, \quad (17)$$

где $v \equiv v^+ + v^-$, $v^+ = \max(0, v) \geq 0$ – скорость вытекающего, $v^- = \min(0, v) \leq 0$ – втекающего в полость течения. Видно, что в область втекает вода с фоновой температурой и соленостью $T_{\text{фон}}, S_{\text{фон}}$, а вытекает со своей температурой и соленостью.

В начальный момент времени задаются распределения компонент скорости течения, температуры и солености

$$\text{при } t = 0 \quad u = v = w = 0, T = T_{\text{фон}}, S = S_{\text{фон}}. \quad (18)$$

Заметим, что, в отличие от трехмерной модели, в которой ось y направлена внутрь области, в двумерной модели она, наоборот, направлена от источника в открытое море. При этом, естественно, разные знаки имеют компонента скорости v и вихрь $\omega = w_y - v_z$.

Для решения поставленной задачи используется уравнение для вихря $\Omega = W_y - V_z$, которое получается исключением давления с помощью перекрестного дифференцирования уравнений движения (6) – (7) и с учетом уравнения неразрывности (8). Уравнение (8), в свою очередь, позволяет ввести функцию тока Ψ , так что

$$V = -\Psi_z, \quad W = \Psi_y, \quad (19)$$

$$\Omega = \Delta \Psi. \quad (20)$$

Уравнение вихря (фактически уравнение для функции тока Ψ) после некоторых преобразований можно привести к виду

$$\Omega_t + (v\Omega)_y + (w\Omega)_z = A\Omega_{zz} + A_L\Omega_{yy} + LR_y - \Omega V(1/L)_y - VW(1/L)_{yy} + \Phi, \quad (21)$$

где

$$\Phi = (w_t + vw_y + ww_z - Aw_{zz} - A_L(wL)_{yy}/L) L_y.$$

Член Φ в правой части уравнения (21) является достаточно малым, по крайней мере по сравнению с LR_y . Несущественность этого члена подтверждается и расчетами.

Задача решается численно методом конечных разностей. Алгоритм решения следующий. По известным распределениям на n -м временном шаге из уравнений (9), (10) с учетом соответствующих граничных условий на следующем $(n+1)$ -м временном шаге рассчитываются поля температуры T , солёности S и с помощью уравнения состояния (11) плотности R . После этого из уравнения (21) находится распределение завихренности Ω и затем из уравнения Пуассона (20) вычисляется функция тока Ψ , а следовательно, и компоненты скорости v , w . Далее из уравнения (5) рассчитывается компонента скорости u . В заключение из уравнения (6) могут быть найдены давление p при $z = 0$ и уровень моря ζ .

Граничные условия для завихренности Ω и функции тока Ψ , вообще говоря, следуют из условий (12) – (17). Тогда на поверхности моря $\Omega(y, 0) = 0$, на дне $\Omega(y, H)$ и на береговой границе $\Omega(0, z)$ вычисляются по известным (за предыдущий момент времени) компонентам потока V , W , на открытой границе $\Omega_y = 0$. Функция тока на поверхности моря и на дне является постоянной величиной. Принимая, что на дне $\Psi(y, H) = 0$, получаем на поверхности моря $\Psi(y, 0) = \Psi(0, 0) = Q_0$, причем $\Psi(0, z)$ вычисляется из уравнения $\Psi_z = -V(0, z)$, на открытой границе $\Psi_y = 0$. Подчеркнем, что в условии $\Omega_y = 0$ на открытой границе предполагается равенство нулю не только W , но и W_{yy} .

Уравнения (9), (10), (5) и (21) решаются методом переменных направлений (продольно-поперечной прогонки). При этом используется двухслойная схема по времени с неявной аппроксимацией адвективных и диффузионных членов. Пространственная аппроксимация проводится с использованием бокс-метода на прямоугольной сетке типа C (по терминологии Аракавы). Адвективные члены аппроксимируются схемой первого порядка точности, а именно, направленными разностями. Полученные уравнения решаются методом немоной прогонки. Уравнение Пуассона аппроксимируется на 5-точечном шаблоне и решается методом верхней релаксации.

Компоненты скорости V , U определяются в середине грани бокса, параллельной оси z , компонента скорости W – в середине грани, параллельной оси y , завихренность Ω и функция тока Ψ – в узлах бокса, температура T и солёность S – в центре бокса. При аппроксимации граничных условий вводятся фиктивные точки, в которых функции доопределяются посредством линейной интерполяции. Твердые границы области проходят через грани боксов, а именно, границы $y = \text{const}$ – через грани, где рассчитывается компонента скорости V , а границы $z = \text{const}$ – через грани, где определяется компонента W ; открытая граница $y = B$ проходит через центры боксов. В результате на открытой границе $y = B$ одновременно выполняются условия $W = 0$ и $W_{yy} = 0$. Дно аппроксимируется ступенчатой линией, проходящей через грани боксов.

Аналогичная постановка задачи может быть сформулирована и для гидростатической версии двумерной модели. В гидростатической модели систе-

ма уравнений идентична системе (5) – (11), за исключением уравнения (7), которое заменяется условием гидростатики

$$-(pL)_z + RL = 0.$$

Тот же вид имеют граничные и начальные условия, в которых теперь не нужно ставить условий для вертикальной скорости w на границах $y = 0$ и $y = B$ и в начальный момент времени $t = 0$.

Уравнение вихря при этом принимает вид

$$\Omega'_t + (v\Omega')_y + (w\Omega')_z = A\Omega'_{zz} + A_L\Omega'_{yy} + LR_y - \Omega'V(1/L)_y,$$

где $\Omega' = -V_z$.

Кроме того, в гидростатической модели нет необходимости решать уравнение Пуассона. Поскольку выполняется равенство $V_z = -\Omega'$, то вначале вычисляется компонента потока V с точностью до константы, которая определяется из условия

$$\int_0^H V(y, z) dz \equiv Q_0, \quad (22)$$

а затем из уравнения неразрывности (8) вычисляется W .

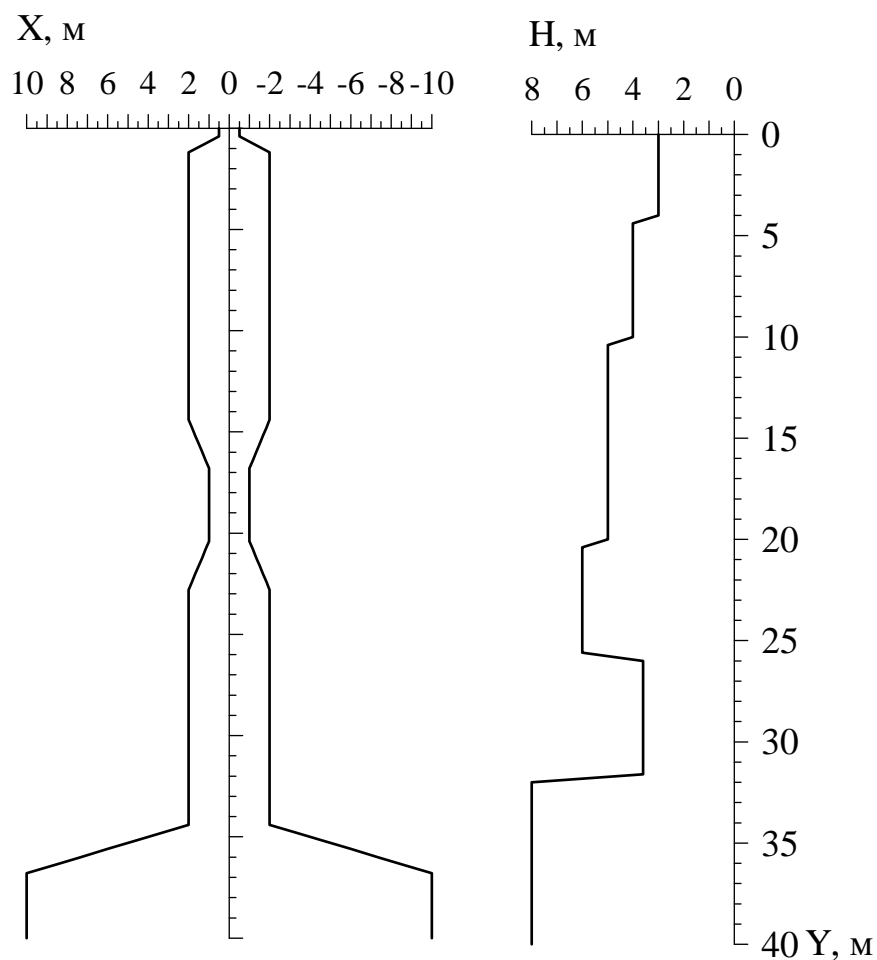
Таким образом, роль приближения гидростатики оценивается не а posteriori, а на основе сопоставления результатов численных экспериментов, выполненных в рамках полной, без приближения гидростатики, и гидростатической двумерных моделей.

Конфигурация области и рельеф дна $H(y)$ показаны на рис. 5. Область похожа на рассматриваемую ранее карстовую полость, ее длина $B = 40$ м, максимальная глубина 8 м, и она симметрична относительно оси y ($L_1 = -L_2$). При такой конфигурации $u = 0$, как и в случае, когда не учитывается вращение Земли ($f = 0$).

Предположение о симметричности области не является обязательным, поскольку в уравнения входит только ширина полости $L(y)$. В этом случае при $f \neq 0$ компонента скорости течения $u \neq 0$, что, как показали численные эксперименты, практически не сказывается на результатах расчетов.

Расчеты проводились в рамках 40-уровневой модели на сетке с шагами $\Delta y = 40$ см, $\Delta z = 20$ см, шаг по времени $\Delta t = 0,72$ с. Коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии принимались равными $A = 10$ см²/с, $A_L = 100$ см²/с, $\mu = 0,1$ см²/с, $\mu_L = 1$ см²/с. Расход втекающей воды $Q_0 = 0,03$ м³/с, причем $T_0 = 15^\circ\text{C}$, $S_0 = 0\%$, $Z_1 = 1,8$ м, $Z_2 = 2,8$ м, $T_{\text{фон}} = 24^\circ\text{C}$, $S_{\text{фон}} = 18\%$.

Сразу отметим, что в двумерной модели, как и в трехмерной, практически несущественным оказался эффект процедуры «конвективного приспособления», причем как в гидростатической, так и в негидростатической версиях модели.

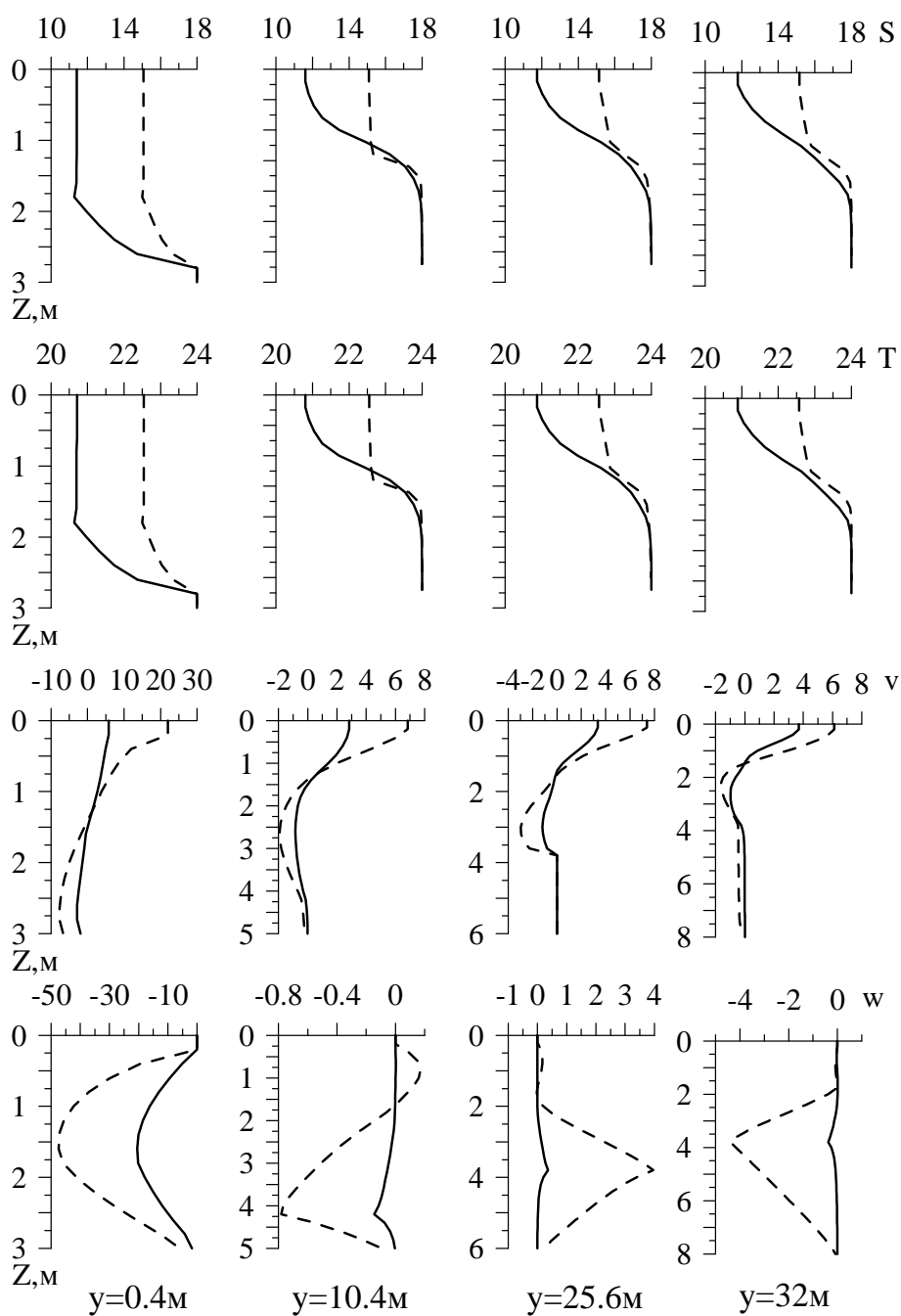


Р и с. 5. Форма полости и рельеф дна H (м) в двумерной модели

На рис. 6 приведены вертикальные профили солёности S , температуры T , горизонтальной v и вертикальной w компонент скорости течения на различном удалении от источника пресной воды, после 100 ч действия источника, когда все поля уже находились в установившемся режиме. Сплошными линиями показаны результаты, полученные в полной модели, штриховыми – результаты, полученные в гидростатической модели. Профили температуры и солёности показаны в пределах верхнего слоя, в котором функции меняются с глубиной.

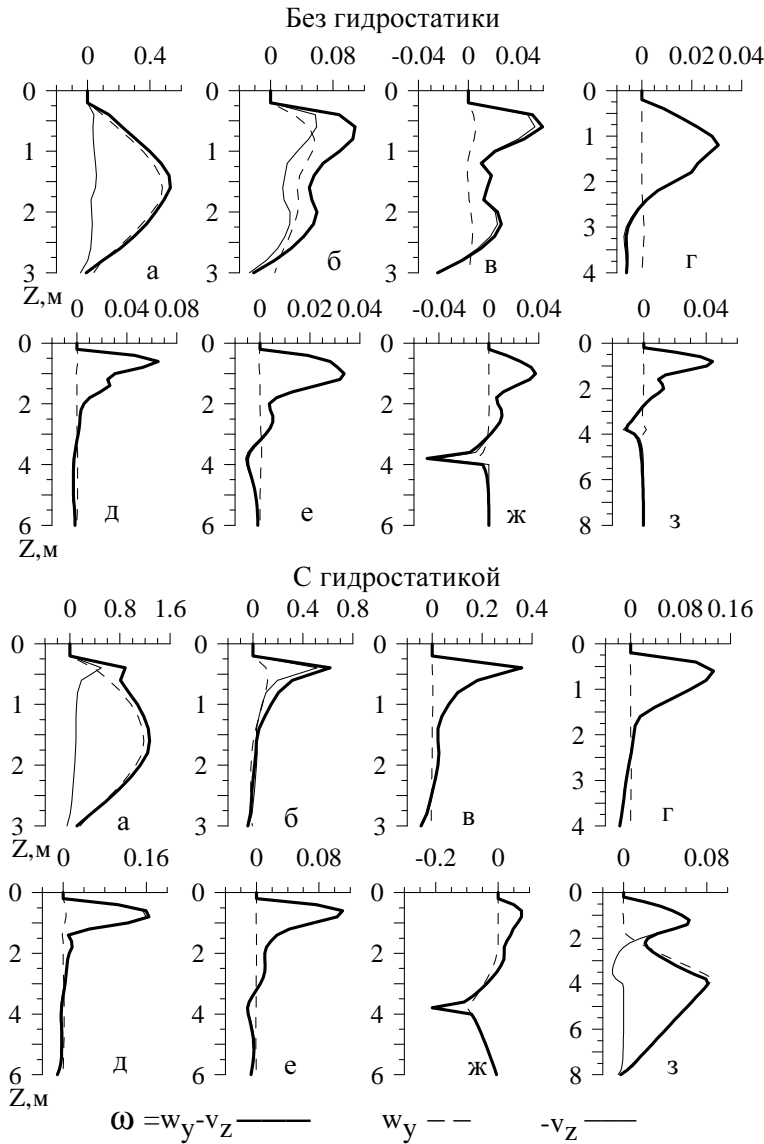
Видно, что в полной модели, когда приближение гидростатики не используется, происходит более сильное распреснение и охлаждение поверхностных вод. Любопытно, что скорость течения в негидростатической модели получается меньшей, чем в гидростатической. Это связано с различием завихренности в этих моделях. Завихренность скорости, или, другими словами, интенсивность вертикальной ячейки циркуляции, больше в гидростатической модели. В этой модели происходит более интенсивный подъем вод в вершинной части полости вблизи источника пресной воды, и в результате в пе-

ремешивании вод более существенную роль играют глубинные наиболее соленые и в данном случае более теплые воды.



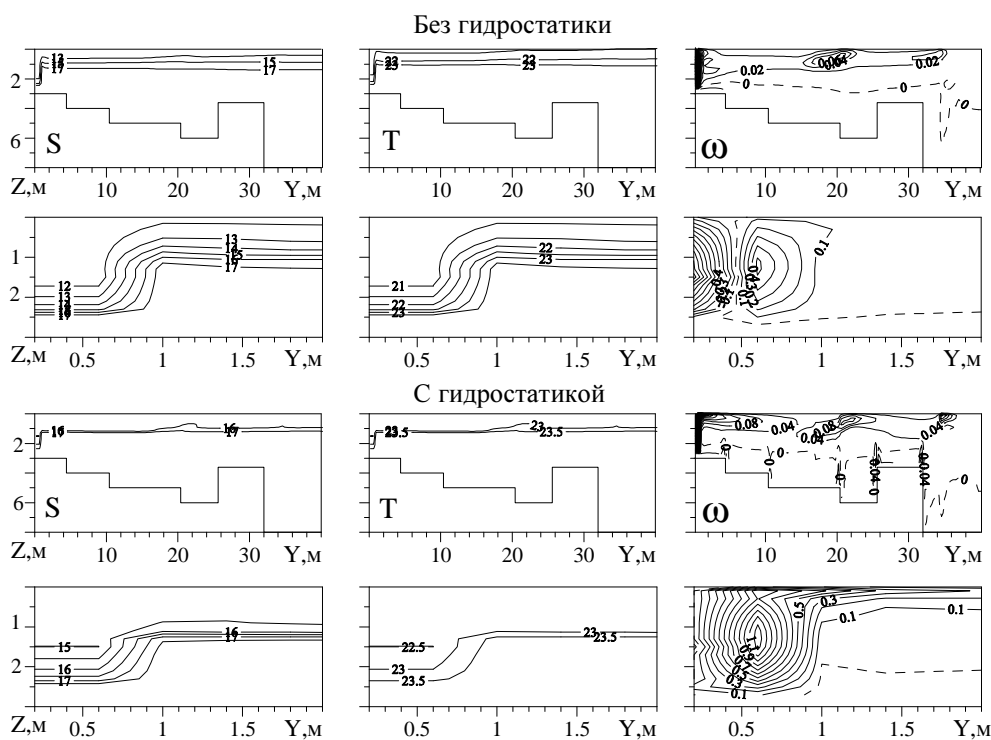
Р и с. 6. Вертикальные профили солёности S (‰), температуры T ($^{\circ}\text{C}$) и компонент скорости течения v и w (см/с) на указанных расстояниях от источника пресной воды (сплошные кривые – негидростатическая модель, штриховые – гидростатическая модель)

На рис. 7 приведены вертикальные профили вихря скорости $\omega = w_y - v_z$ и его составляющих $w_y, -v_z$ на различном удалении от источника пресной воды, причем для обеих версий двумерной модели. Видно, что непосредственно у источника пресной воды ($y = 0,4$ м) завихренность определяется вертикальными движениями, а с удалением от источника – в основном сдвигом горизонтальной скорости. В полной модели это выполняется всегда, а в гидростатической модели имеют место исключения, например в районе локального поднятия дна (рис. 7, ж, з), где из-за резкого изменения глубины моря возникают значительные вертикальные движения (рис. 6, $y = 25,6$ м и $y = 32$ м).



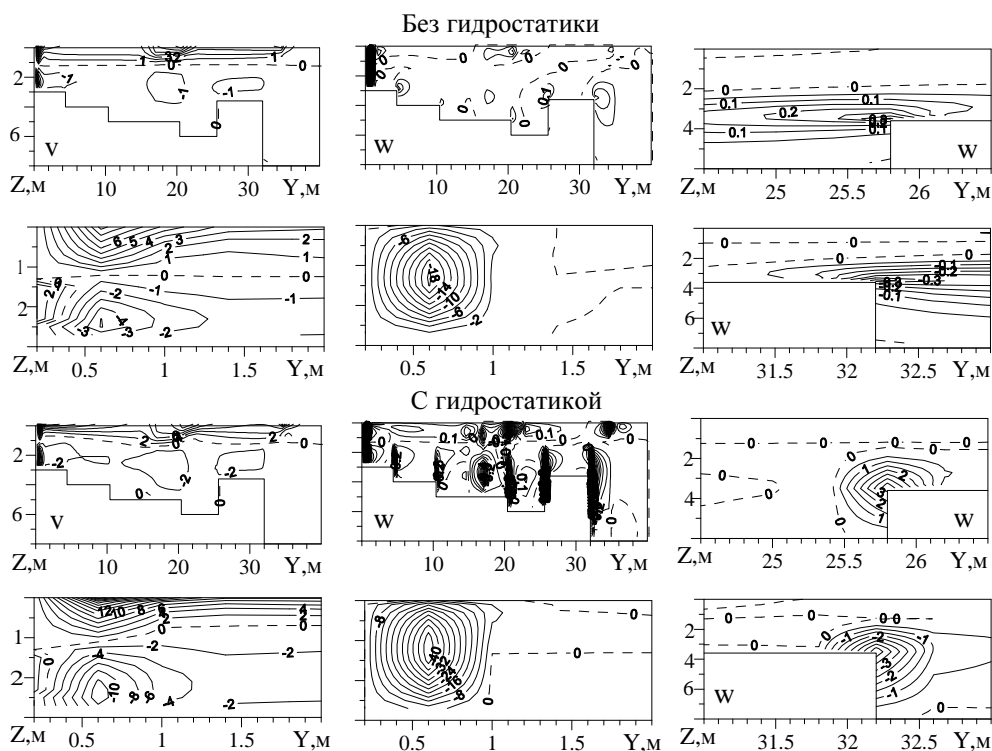
Р и с. 7. Вертикальные профили вихря скорости $\omega = w_y - v_z$ и его составляющих $w_y, -v_z$ (с^{-1}) при $y = 0,4$ м (а), $y = 0,8$ м (б), $y = 1,2$ м (в), $y = 5,6$ м (г), $y = 21,6$ м (д), $y = 23,6$ м (е), $y = 25,6$ м (ж), $y = 32$ м (з) в негидростатической и гидростатической моделях

На рис. 8 приведены распределения солёности S , температуры T и вихря скорости ω на разрезе вдоль полости в негидростатической и гидростатической двумерных моделях, причем с детализацией в окрестности источника пресной воды. Хорошо виден поверхностный слой, в котором располагаются воды пониженной солёности и пониженной температуры. Четко видно, что формирование практически двухслойной структуры происходит достаточно близко, примерно на расстоянии 1 м, от источника пресной воды. Положительная завихренность, с которой связана упомянутая выше вертикальная ячейка циркуляции, сосредоточена в окрестности источника пресной воды, и в гидростатической модели она значительно интенсивнее.



Р и с. 8. Распределения солёности S (‰), температуры T ($^{\circ}\text{C}$) и вихря скорости ω (c^{-1}) на разрезе вдоль полости в негидростатической и гидростатической моделях с детализацией вблизи источника пресной воды (штриховыми кривыми указана изолиния $\omega = 0$)

На рис. 9 приведены распределения горизонтальной v и вертикальной w компонент скорости течения на разрезе вдоль полости в обеих версиях двумерной модели с детализацией вблизи источника пресной воды. Справа приведены распределения вертикальной скорости w вблизи поднятия дна, расположенного у входа в полость. Четко видна двухслойная структура течений, а именно, вытекание малосолёной и относительно холодной воды из полости в поверхностном слое моря и втекание глубинных солёных и сравнительно теплых вод. Видны также особенности течений в местах резкого изменения береговой линии и дна моря.



Р и с. 9. Распределения компонент скорости течения v , w (см/с) на разрезе вдоль полости в негидростатической и гидростатической моделях с детализацией вблизи источника пресной воды, а также распределения вертикальной скорости w вблизи поднятия дна у входа в полость (штриховыми кривыми указаны изолинии $v = 0$ и $w = 0$)

Выводы. На основании проведенных расчетов можно сделать следующие выводы. Во-первых, главным фактором, влияющим на формирование наблюдавшейся трехмерной структуры гидротермодинамических полей в карстовой полости, является образование вертикальной ячейки циркуляции вследствие завихренности поля скорости, связанной с неоднородностью жидкости, т. е. с бароклинным эффектом [4, с. 166]. Во-вторых, роль конвекции, возникающей при неустойчивой стратификации, которая представлялась ранее чуть ли не главной причиной подъема пресных вод к поверхности моря, оказалась вторичной и практически незначимой. Подчеркнем, что этот вывод справедлив как для двумерной, так и для трехмерной модели. В-третьих, отказ от гидростатического приближения приводит к более интенсивному понижению солености поверхностных вод и более точному соответствию результатов расчетов данным наблюдений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шапиро Н.Б. Моделирование трехмерной структуры гидрологических полей в карстовой полости под действием субмаринной разгрузки подземных вод // Морской гидрофизический журнал. – 2010. – № 1. – С. 46 – 62.

2. *Шапиро Н.Б.* Численная модель субмаринной разгрузки пресных вод в карстовой полости // Там же. – 2011. – № 5. – С. 66 – 84.
3. *Канарская Ю.В., Мадерич В.С.* Численная негидростатическая модель течений со свободной поверхностью // Прикладная гидромеханика. – 2002. – 4, № 3. – С. 12 – 21.
4. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Т. 1. – М.: ГИТТЛ, 1955. – 560 с.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь
E-mail: men_sh@mail.ru

Материал поступил
в редакцию 24.01.11
После доработки 16.05.11

АНОТАЦІЯ Обговорюються результати чисельних експериментів, присвячених відтворенню тривимірної структури гідрологічних полів у карстовій порожнині. Для цього використовуються тривимірні гідростатична і двовимірні гідростатична і негідростатична чисельні моделі (у наближенні «твердої кришки»).

У тривимірній моделі роль наближення гідростатики оцінюється апостеріорі на основі балансу членів у вихорі швидкості $\omega = w_y - v_z$. Показано, що в тривимірній і двовимірній гідростатичних моделях вплив доданка w_y , пов'язаного з вертикальними рухами, є істотним тільки поблизу джерела прісної води. В рамках двовимірної негідростатичної моделі не врахування наближення гідростатики призводить до більшого розспіснення поверхневих вод в порожнині, що краще узгоджується з даними спостережень.

Встановлено, що головним фактором, який впливає на формування реальної структури гідрологічних полів у карстовій порожнині, є утворення вертикального осередку циркуляції через завихорність поля швидкості, роль конвективного перемішування при цьому є вторинною.

Ключові слова: субмаринне розвантаження, карстова порожнина, негідростатична модель, чисельний експеримент.

ABSTRACT Results of numerical experiments intended for reconstructing three-dimensional structure of hydrological fields in a karst cavity are discussed. For this purpose three-dimensional hydrostatic numerical model and two-dimensional – hydrostatic and nonhydrostatic – ones (approximation of «rigid lid») are used.

In the three-dimensional model the role of hydrostatics approximation is estimated a posteriori based on the term balance in vorticity $\omega = w_y - v_z$. It is shown that in three-dimensional and two-dimensional hydrostatic models influence of summand w_y , connected with vertical motions turns out to be significant only nearby the freshwater source. Within the framework of nonhydrostatic model, refusal from hydrostatics approximation results in stronger salinity decrease of surface waters in the cavity that better agrees with observation data.

It is found that the main factor influencing formation of real structure of hydrological fields in a karst cavity is formation of vertical cell of circulation due to vorticity of velocity field; at that the role of convective mixing is secondary.

Keywords: submarine discharge, karst cavity, nonhydrostatic model, numerical experiment.