

## Распространение длинных поверхностных волн в каналах переменного поперечного сечения

Каналовая модель поверхностных длинных волн применена для описания распространения периодических линейных волн в каналах и проливах различной геометрии. Предложена численная процедура расчета полей смещений уровня и волновых скоростей в случае таблично заданных параметров канала. Показано, что в линейно расширяющихся каналах постоянной глубины происходит ослабление волнового поля, а в линейно сужающихся каналах – усиление по мере перемещения вдоль оси канала. Аналогичная ситуация наблюдается в локально расширяющихся (озеро) и локально сужающихся (пролив) каналах. Модель применена для анализа распространения длинной волны из Черного в Мраморное море через пролив Босфор. Прощедшая волна имеет наибольшую амплитуду в диапазоне периодов 1 – 4,2 мин. При дальнейшем увеличении периода колебаний интенсивность прошедших волн ослабевает, а отраженных – усиливается. Зависимость амплитуды отраженной волны от периода имеет противоположный характер. На отдельных участках пролива Босфор возможно двукратное увеличение высоты волны.

**Ключевые слова:** поверхностные волны, длинные волны, волны в каналах переменного сечения, каналовая модель, распространение волн, решения аналитические, решения численные, пролив Босфор.

**Введение.** Морские проливы и каналы представляют собой водное пространство между двумя участками суши, соединяющее смежные водные бассейны или их части. Это районы активного судоходства, связанного с немалым риском. Как правило, проливы и примыкающие к ним морские акватории являются зонами интенсивных течений и волновых процессов, что говорит о важности всестороннего изучения динамики морской среды в таких динамически активных районах Мирового океана.

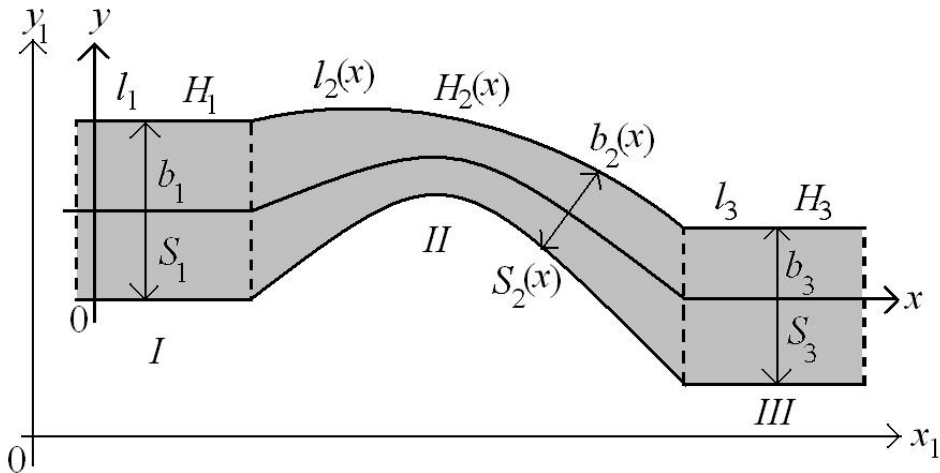
В данной работе рассматривается распространение монохроматических поверхностных длинных волн в каналах модельной или близкой к реальной формы. Для описания распространения линейных длинных волн применена каналовая теория, в которой в качестве основных переменных используются осредненные по поперечному сечению канала горизонтальная скорость и смещения свободной поверхности жидкости [1, 2].

Каналовая теория длинных волн и ее основные принципы нашли свое применение в теории приливов [3, 4], при описании распространения волн типа цунами в каналах переменного сечения [5], приливных волн в устьях рек [6], поверхностных [7] и внутренних (двухслойная жидкость) [8] сейш и др. Несомненное достоинство каналовой теории – замена двумерной задачи одномерной.

**Математическая постановка задачи.** В горизонтальной плоскости  $Ox_1y_1$  ( $x_1, y_1$  – декартовы координаты точки на плоскости) рассматривается

© С.Ф. Доценко, И.Н. Ракова, 2012

канал, схематически показанный на рис. 1, поперечное сечение которого изменяется вдоль оси канала. Канал включает три секции: на участках *I* и *III* длиной  $l_1$  и  $l_3$  ширина канала равна  $b_1$  и  $b_3$  соответственно, глубины  $H_1$  и  $H_3$  постоянные, на среднем участке *II* длиной  $l_2$  площадь поперечного сечения  $S = S_2(x)$  и ширина зеркала  $b = b_2(x)$  изменяются по известным законам, где  $x$  – криволинейная координата вдоль оси канала. Поперечное сечение и ширина зеркала поперечного сечения непрерывно зависят от координаты  $x$ . Через  $H = H_2(x)$  обозначим максимальную глубину канала в поперечном сечении в точке  $x$  на участке *II*.



Р и с. 1. Схема канала

В линейном приближении рассмотрим распространение в таком канале простой прогрессивной волны, входящей в него в точке  $x = 0$  и выходящей из канала в точке  $x = l_1 + l_2 + l_3$ . При моделировании распространения волны воспользуемся каналовой теорией длинных волн [1, 2], оперирующей осредненной по поперечному сечению канала горизонтальной скоростью  $u = u(x, t)$  ( $t$  – время) и осредненными поперек канала (по нормальной к оси канала координате  $y$ ) смещениями свободной поверхности жидкости  $\zeta = \zeta(x, t)$ .

В рамках этого подхода линейное движение жидкости в канале описывается системой двух уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial (Su)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения. Исключение продольной скорости  $u$  из системы (1) приводит к волновому уравнению с зависящими от  $x$  коэффициентами:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - \frac{g}{b} \frac{\partial}{\partial x} \left( S \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) = 0. \quad (2)$$

Для канала, состоящего из трех схематически показанных на рис. 1 участков, необходимо решать уравнения, вытекающие из (2):

$$\frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial t^2} - c_1^2 \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial x^2} = 0 \quad (0 \leq x \leq l_1), \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial t^2} - \frac{g}{b_2(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left( S_2(x) \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \right) = 0 \quad (l_1 \leq x \leq l_{1+2}), \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta_3}{\partial t^2} - c_3^2 \frac{\partial^2 \zeta_3}{\partial x^2} = 0 \quad (l_{1+2} \leq x \leq l_{1+2} + l_3), \quad (5)$$

где  $c_{1,3} = \sqrt{gH_{1,3}}$  – скорость распространения длинных волн на участках *I* и *III*;  $l_{1+2} = l_1 + l_2$ .

Входящую в канал в точке  $x = 0$  простую прогрессивную волну известной амплитуды  $A_0$  и частоты  $\sigma$  зададим в виде

$$\zeta_0 = A_0 \sin(k_1 x - \sigma),$$

где волновое число  $k_1 = \sigma / c_1$ .

**Общее решение задачи.** Будем искать волновые поля, удовлетворяющие уравнениям (3) – (5) на участках канала *I* – *III*, в виде

$$\zeta_1 = A_0 \sin(k_1 x - \sigma) + A_1 \sin(k_1 x + \sigma) + A_2 \cos(k_1 x + \sigma), \quad (6)$$

$$\zeta_2 = [A_3 \sin(\sigma) + A_4 \cos(\sigma)] \Phi_1(x) + [A_5 \sin(\sigma) + A_6 \cos(\sigma)] \Phi_2(x), \quad (7)$$

$$\zeta_3 = A_7 \sin(k_3 x - \sigma) + A_8 \cos(k_3 x - \sigma), \quad (8)$$

где  $A_1, \dots, A_8$  – подлежащие определению амплитудные коэффициенты для прошедших и отраженных волн;  $k_3 = \sigma / c_3$ ;  $\Phi_{1,2}(x)$  – фундаментальная система решений уравнения второго порядка

$$\frac{d}{dx} \left( S_2(x) \frac{d\Phi}{dx} \right) + \frac{\sigma^2 b_2(x)}{g} \Phi = 0 \quad (l_1 \leq x \leq l_{1+2}), \quad (9)$$

удовлетворяющая при  $x = l_1$  начальным условиям

$$\Phi_1(l_1) = 0, \quad \frac{d\Phi_1(l_1)}{dx} = \alpha \neq 0, \quad \Phi_2(l_1) = \alpha_1 \neq 0, \quad \frac{d\Phi_2(l_1)}{dx} = 0,$$

где  $\alpha$  и  $\alpha_1$  – произвольные константы, которые задаются при проведении численных экспериментов и не влияют на решение задачи.

Заметим, что на участке канала *I* существуют входящая в канал и отраженная от участка *II* волны, а на участке *III* – только выходящая из канала прогрессивная волна.

Волновые поля на участках канала *I*, *II* и *III* должны быть согласованы. Для этого необходимо задать условия сшивки решений при  $x = l_1$  и  $x = l_{1+2}$ :

$$\zeta_1 = \zeta_2, \quad \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} = \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \quad (x = l_1), \quad (10)$$

$$\zeta_2 = \zeta_3, \quad \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} = \frac{\partial \zeta_3}{\partial x} \quad (x = l_{1+2}). \quad (11)$$

Подставим решение (6) – (8) в равенства (10) и (11). Приравнявая к нулю выражения, стоящие перед  $\sin(\sigma t)$  и  $\cos(\sigma t)$ , получим неоднородную систему из восьми линейных алгебраических уравнений для нахождения амплитудных коэффициентов  $A_1, \dots, A_8$ :

$$A_1 \sin(k_1 l_1) + A_2 \cos(k_1 l_1) - A_6 \alpha_1 = -A_0 \sin(k_1 l_1), \quad (12)$$

$$A_1 \cos(k_1 l_1) - A_2 \sin(k_1 l_1) - A_5 \alpha_1 = A_0 \cos(k_1 l_1), \quad (13)$$

$$k_1 A_1 \cos(k_1 l_1) - k_1 A_2 \sin(k_1 l_1) - A_4 \alpha = -k_1 A_0 \cos(k_1 l_1), \quad (14)$$

$$k_1 A_1 \sin(k_1 l_1) + k_1 A_2 \cos(k_1 l_1) + A_3 \alpha = k_1 A_0 \sin(k_1 l_1), \quad (15)$$

$$A_4 \Phi_{11} + A_6 \Phi_{21} - A_7 \sin(k_3 l_{1+2}) - A_8 \cos(k_3 l_{1+2}) = 0, \quad (16)$$

$$A_3 \Phi_{11} + A_5 \Phi_{21} + A_7 \cos(k_3 l_{1+2}) - A_8 \sin(k_3 l_{1+2}) = 0, \quad (17)$$

$$A_4 \Phi_{12} + A_6 \Phi_{22} - k_3 A_7 \cos(k_3 l_{1+2}) + k_3 A_8 \sin(k_3 l_{1+2}) = 0, \quad (18)$$

$$A_3 \Phi_{12} + A_5 \Phi_{22} - k_3 A_7 \sin(k_3 l_{1+2}) - k_3 A_8 \cos(k_3 l_{1+2}) = 0. \quad (19)$$

В уравнениях (16) – (19) введены обозначения

$$\Phi_{11} = \Phi_1(l_{1+2}), \quad \Phi_{12} = \frac{d\Phi_1(l_{1+2})}{dx}, \quad \Phi_{21} = \Phi_2(l_{1+2}), \quad \Phi_{22} = \frac{d\Phi_2(l_{1+2})}{dx}.$$

Если решение системы (12) – (19) найдено, то смещения свободной поверхности жидкости вдоль канала описываются выражениями (6) – (8), а осредненная по поперечному сечению канала горизонтальная волновая скорость для участков I – III находится с использованием уравнений модели (1) и записывается в виде:

$$u_1 = \sqrt{\frac{g}{H_1}} [A_0 \sin(k_1 x - \sigma t) - A_1 \sin(k_1 x + \sigma t) - A_2 \cos(k_1 x + \sigma t)], \quad (20)$$

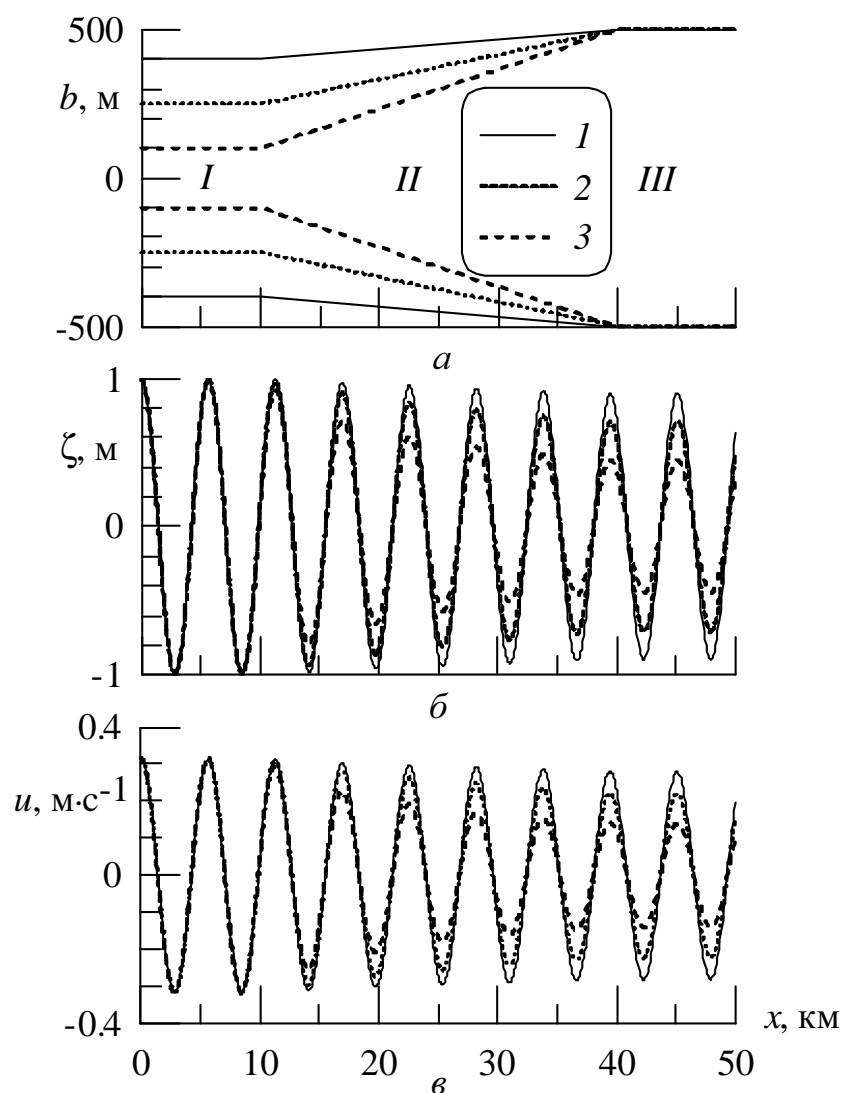
$$u_2 = \frac{g}{\sigma} \left[ (A_3 \cos \sigma - A_4 \sin \sigma) \frac{d\Phi_1}{dx} + (A_5 \cos \sigma - A_6 \sin \sigma) \frac{d\Phi_2}{dx} \right], \quad (21)$$

$$u_3 = \sqrt{\frac{g}{H_3}} [A_7 \sin(k_3 x - \sigma t) + A_8 \cos(k_3 x - \sigma t)]. \quad (22)$$

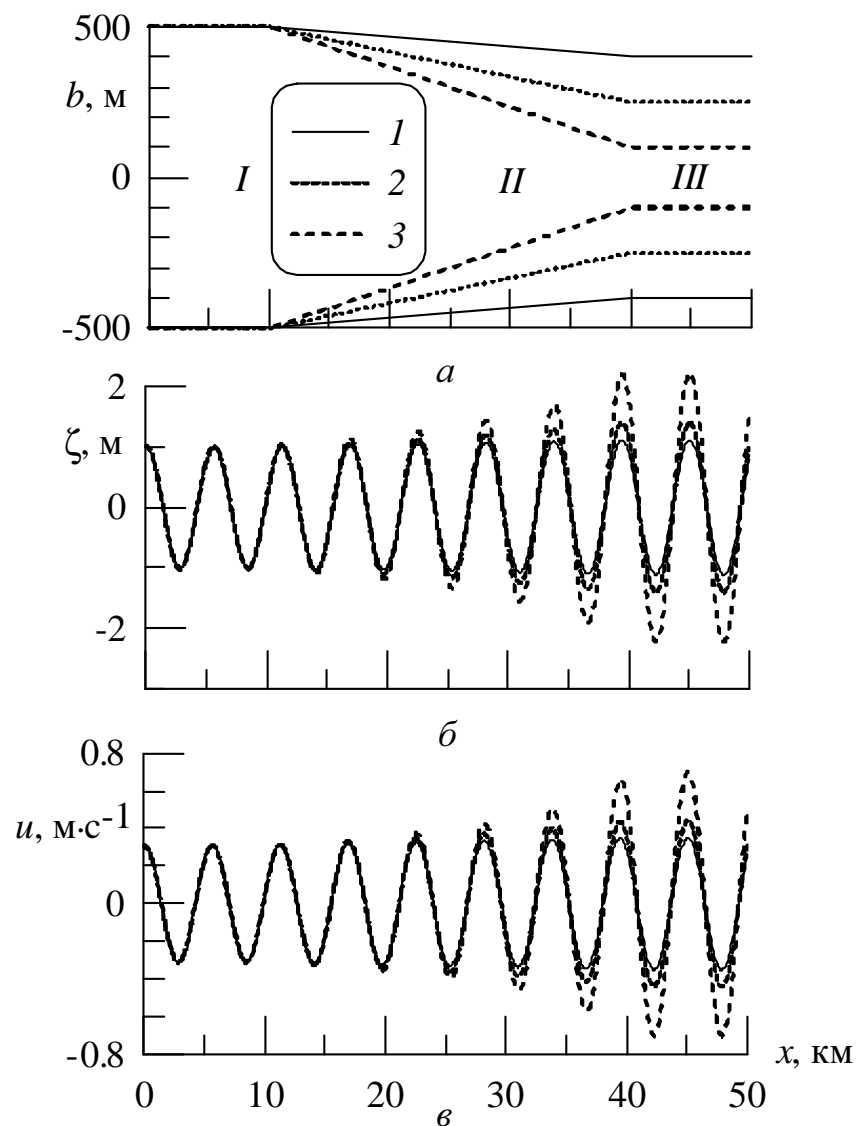
Во всех рассматриваемых ниже случаях выполнялось численное нахождение волн на участке II. Уравнение (9) интегрировалось на отрезке  $[l_1, l_{1+2}]$  методом Рунге – Кутты. Тестирование алгоритма выполнено на примере канала, ширина которого на среднем участке изменяется экспоненциально. В

этом случае удается аналитически найти фундаментальную систему решений уравнения (9) через элементарные функции.

**Распространение волн в каналах модельной геометрии.** Рассмотрим, опираясь на решение в форме (6) – (8) и (20) – (22), характеристики периодических волн ( $T$  – период волны), распространяющихся в прямолинейных каналах модельной формы. Будем предполагать, что поперечное сечение канала прямоугольное, его глубина на участках  $I$  –  $III$  постоянна и равна 100 м. Расчеты параметров волн выполнены для каналов, ширина средних участков которых  $b_2(x)$  изменяется линейно (рис. 2,  $a$  и 3,  $a$ ), локально сужается (рис. 4,  $a$ ) или локально расширяется (рис. 5,  $a$ ).

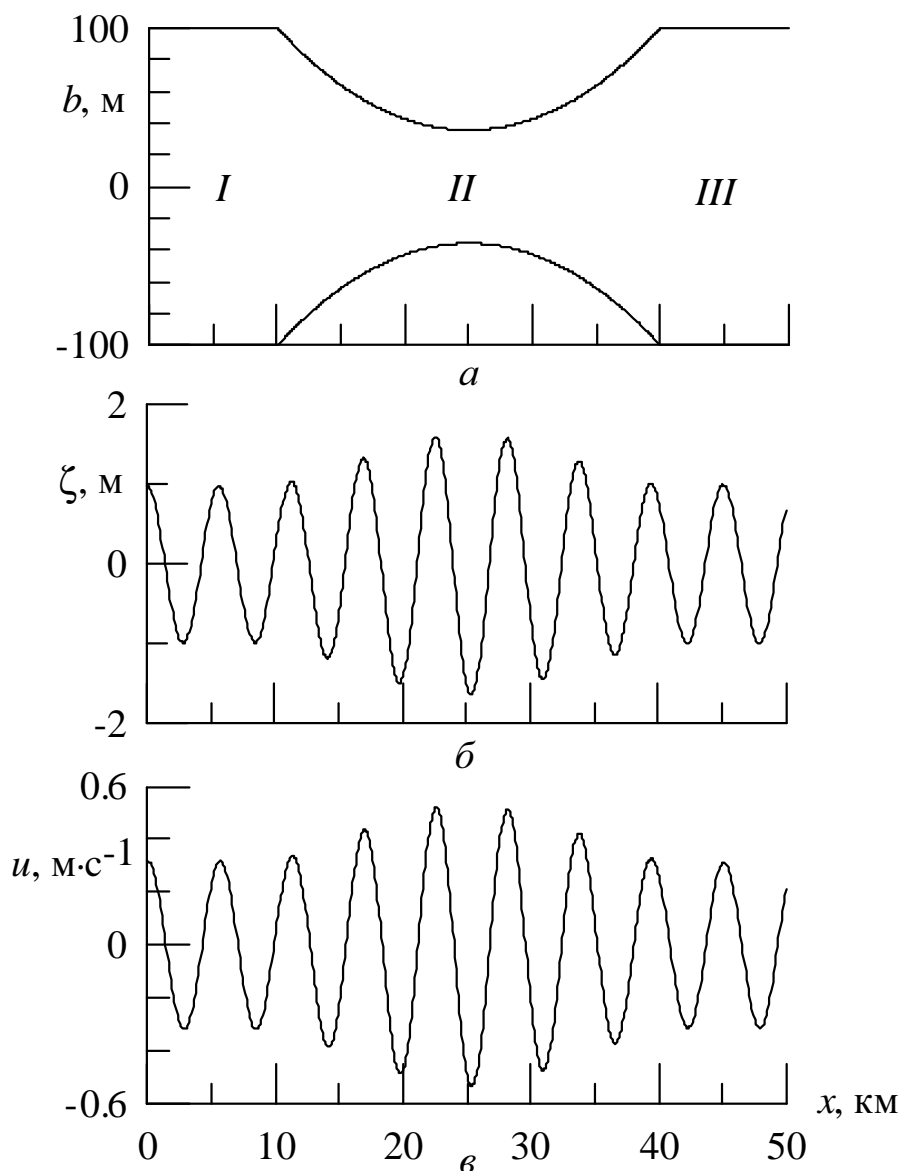


**Р и с. 2.** Расширяющийся канал с различной шириной на входе:  $1 - b_1 = 800$  м;  $2 - b_1 = 500$  м;  $3 - b_1 = 200$  м ( $a$ ), а также распределения вдоль канала смещений свободной поверхности жидкости ( $б$ ) и горизонтальной скорости ( $в$ ) (параметры входящей волны:  $A_0 = 1$  м,  $T = 3$  мин)



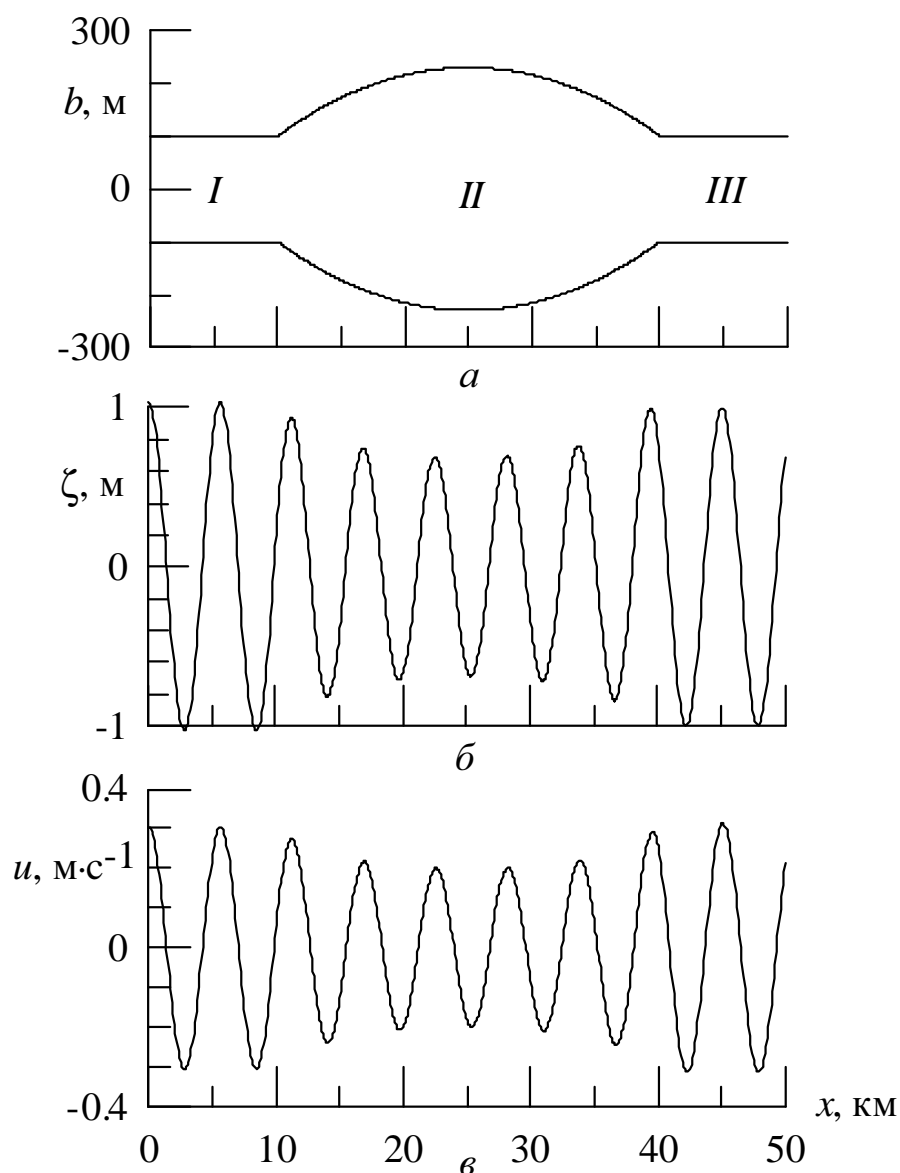
**Р и с. 3.** Сужающийся канал с различной шириной на выходе: 1 –  $b_3 = 800$  м; 2 –  $b_3 = 500$  м; 3 –  $b_3 = 200$  м (а), а также распределения вдоль канала смещений свободной поверхности жидкости (б) и горизонтальной скорости (в) (параметры входящей волны:  $A_0 = 1$  м,  $T = 3$  мин)

При распространении гармонической волны в расширяющемся канале постоянной глубины экстремальные смещения свободной поверхности (рис. 2, б) и горизонтальной волновой скорости (рис. 2, в) монотонно убывают по модулю вдоль оси канала. В случае сужающегося канала (рис. 3) наблюдается противоположный характер изменения по  $x$  экстремальных значений  $\zeta(x, t)$  и  $u(x, t)$ . Подобное изменение полей вдоль оси канала можно объяснить качественно, используя уравнения движения (1) в случае гармонических по времени волн.



**Р и с. 4.** Геометрия канала с сужением в средней части при  $b_1 = b_3 = 200$  м (а), а также распределения в канале смещений свободной поверхности жидкости (б) и волновой скорости (в) (параметры входящей волны:  $A_0 = 1$  м,  $T = 3$  мин)

При распространении волны в канале с локальным сужением (рис. 4), что достаточно часто наблюдается в реальных проливах и каналах, или с локальным расширением (рис. 5), моделирующем озеро в центральной части пролива или канала, продольное изменение волновых полей следует описанным выше закономерностям: на участках сужения канала амплитуды колебаний свободной поверхности и волновой скорости возрастают, на участках расширения канала – убывают.



**Р и с. 5.** Геометрия канала с расширением в средней части при  $b_1 = b_3 = 200$  м (а), а также распределения в канале смещений свободной поверхности жидкости (б) и волновой скорости (в) (параметры входящей волны:  $A_0 = 1$  м,  $T = 3$  мин)

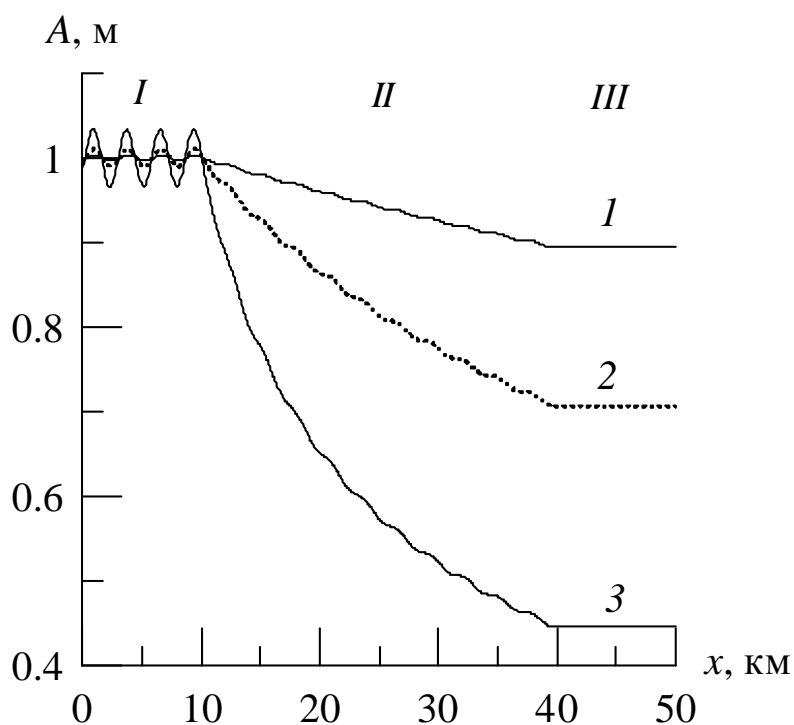
Для локально сужающегося в средней части канала, показанного на рис. 4, а, максимальные по модулю смещения свободной поверхности и значения горизонтальной скорости на участке II примерно в 1,7 раза больше, чем на участках I и III. Анализ показал, что для аналогичного канала с  $b_1 = b_3 = 500$  м происходит увеличение амплитуд полей по сравнению со значениями на входе в канал в 1,2 раза, а для канала с  $b_1 = b_3 = 800$  м – в 1,1 раза.



Смещение свободной поверхности в любой точке канала изменяется периодически со временем. Представляет интерес оценка максимальных по времени отклонений поверхности жидкости, возможных в данной точке канала для одних и тех же параметров входящей в канал волны, то есть

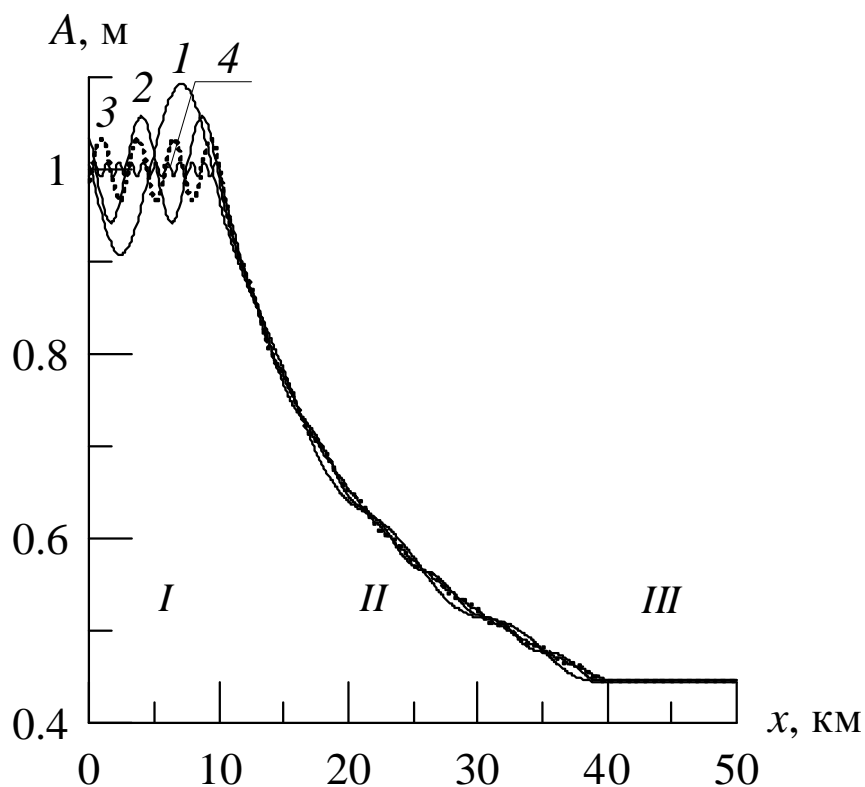
$$A(x) = \max_t |\zeta(x, t)|.$$

На рис. 6 приведены распределения  $A(x)$  для трех расширяющихся каналов. Они отличаются шириной узкой части (рис. 2, а). Изменение амплитуды колебаний на участках *I* и *III* канала мало. Колебания  $A(x)$  на участке *I* объясняются интерференцией входящей в канал и отраженной от участка *II* волн. Число колебаний  $A(x)$  на отрезке  $[l_1, l_{1+2}]$  относительно амплитуды падающей волны не зависит от ширины канала  $b_1$ . В то же время чем больше отношение  $b_3/b_1$ , тем меньше максимально возможная амплитуда волны на участках канала *II* и *III*. В целом при распространении поверхностной волны в расширяющемся канале происходит ее ослабление, и оно тем сильнее, чем больше отношение  $b_3/b_1$ . В случае сужающегося канала наблюдается противоположный характер изменения  $A(x)$ .



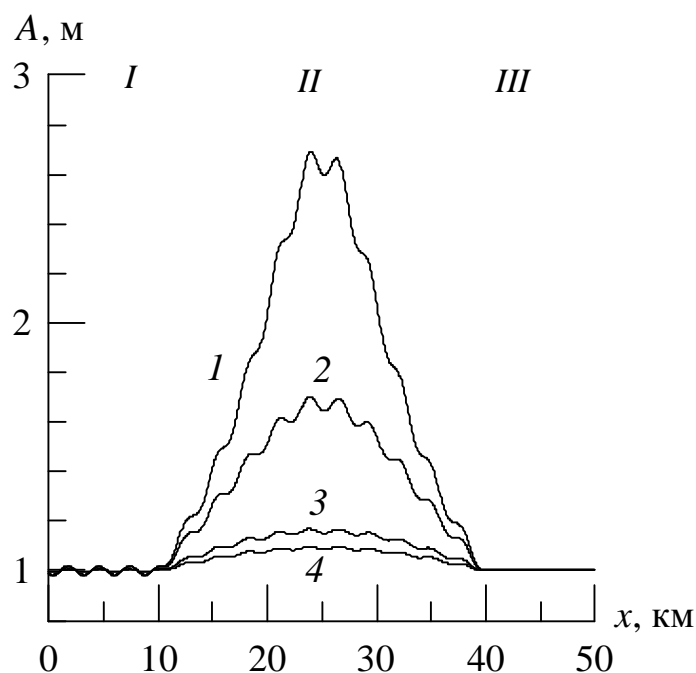
**Р и с. 6.** Распределения максимальной по времени амплитуды колебаний свободной поверхности жидкости вдоль линейно расширяющихся каналов с различной шириной узкой части: 1 –  $b_1 = 800$  м, 2 –  $b_1 = 500$  м, 3 –  $b_1 = 200$  м (параметры входящей волны:  $A_0 = 1$  м,  $T = 3$  мин)

Что касается зависимости максимальной амплитуды волны от периода, то она слабо выражена (рис. 7). Колебательный характер изменения  $A(x)$  вдоль участка *I* канала – следствие интерференции входящей и отраженной от участка *II* волн. Уменьшение периода (длины) волны приводит к возрастанию числа колебаний  $A(x)$  на участке *I* канала.



**Р и с. 7.** Распределения максимальной по времени амплитуды колебаний свободной поверхности жидкости вдоль линейно расширяющегося канала при различных периодах волны: 1 –  $T = 1$  мин; 2 –  $T = 3$  мин; 3 –  $T = 5$  мин; 4 –  $T = 10$  мин ( $A_0 = 1$  м,  $b_1 = 200$  м,  $b_3 = 1000$  м)

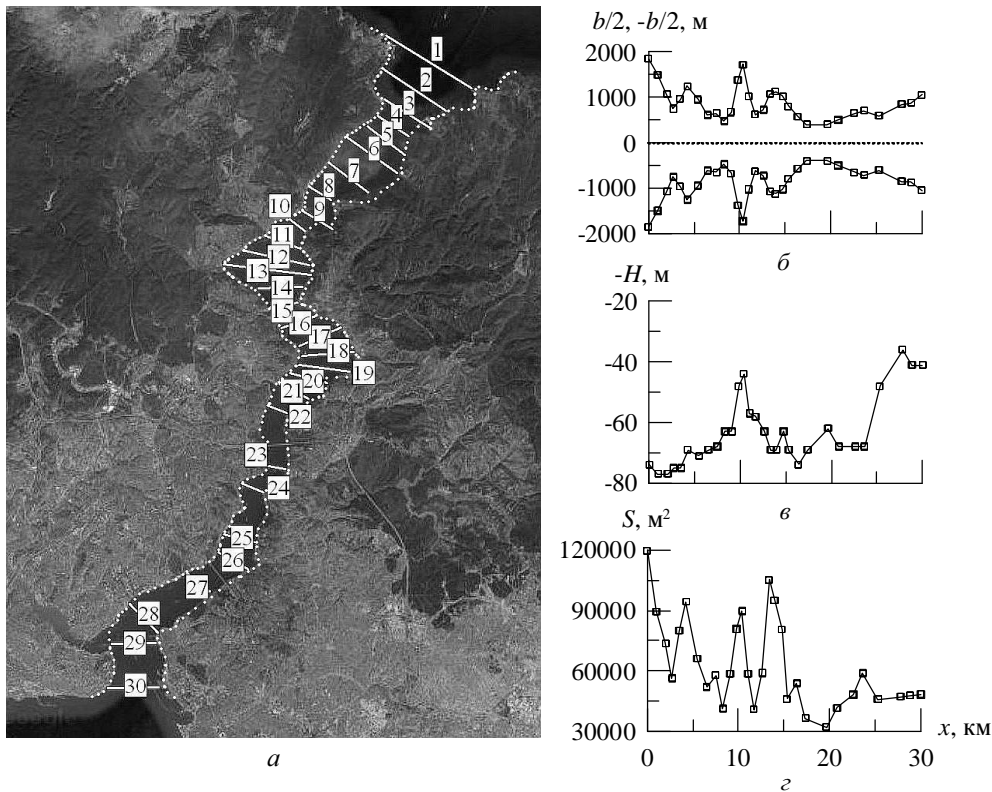
В локально сужающемся канале (рис. 8) максимально возможные амплитуды колебаний свободной поверхности на участках *I* и *III* близки к амплитуде входящей в канал длинной волны. Колебания зависимостей  $A(x)$  на участках канала *I* и *II* связаны с интерференцией падающих и отраженных волн. Это подтверждает и тот факт, что число колебаний у всех четырех кривых на участках канала *I* и *II* одинаковое. Как показывают приведенные на рис. 8 распределения максимальной амплитуды волны, при распространении волны в канале с сужением может происходить многократное усиление волны.



**Р и с. 8.** Распределения максимальной по времени амплитуды колебаний свободной поверхности жидкости вдоль сужающегося в средней части канала при различной ширине на входе и выходе: 1 –  $b_1 = b_3 = 100$  м; 2 –  $b_1 = b_3 = 200$  м; 3 –  $b_1 = b_3 = 500$  м; 4 –  $b_1 = b_3 = 800$  м (параметры входящей волны:  $A_0 = 1$  м,  $T = 3$  мин; во всех случаях форма береговой черты одинаковая)

**Моделирование распространения баротропной волны в проливе Босфор.** Рассмотрим распространение длинной волны из Черного в Мраморное море через пролив Босфор (длина – 30 км, наименьшая ширина – 750 м, наименьшая глубина судоходной части – 33 м). Такая волна может быть вызвана, в частности, сейсмическим (цунами) или метеорологическим источником возмущений. Для удобства весь пролив был отнесен к участку II канала на рис. 1. Форма поперечных сечений определялась в 30 точках вдоль оси пролива (рис. 9, а). Для них находились значения  $b_2(x)$  и  $S_2(x)$  (методом трапеций), входящие в уравнение (9). Между выбранными сечениями при интегрировании уравнения (9) выполнялась линейная интерполяция геометрических характеристик пролива.

На рис. 9 представлены также найденные кусочно-линейные распределения ширины пролива (рис. 9, б), его максимальной глубины (рис. 9, в) и площади поперечного сечения (рис. 9, г). Вход в пролив из Черного моря соответствует точке  $x = 0$ . Изменения всех величин нерегулярны, характеризуются участками возрастания и убывания.



Р и с. 9. Пролив Босфор с указанием опорных сечений (а), ширина зеркала (б), максимальная глубина (в), площадь поперечного сечения (г)

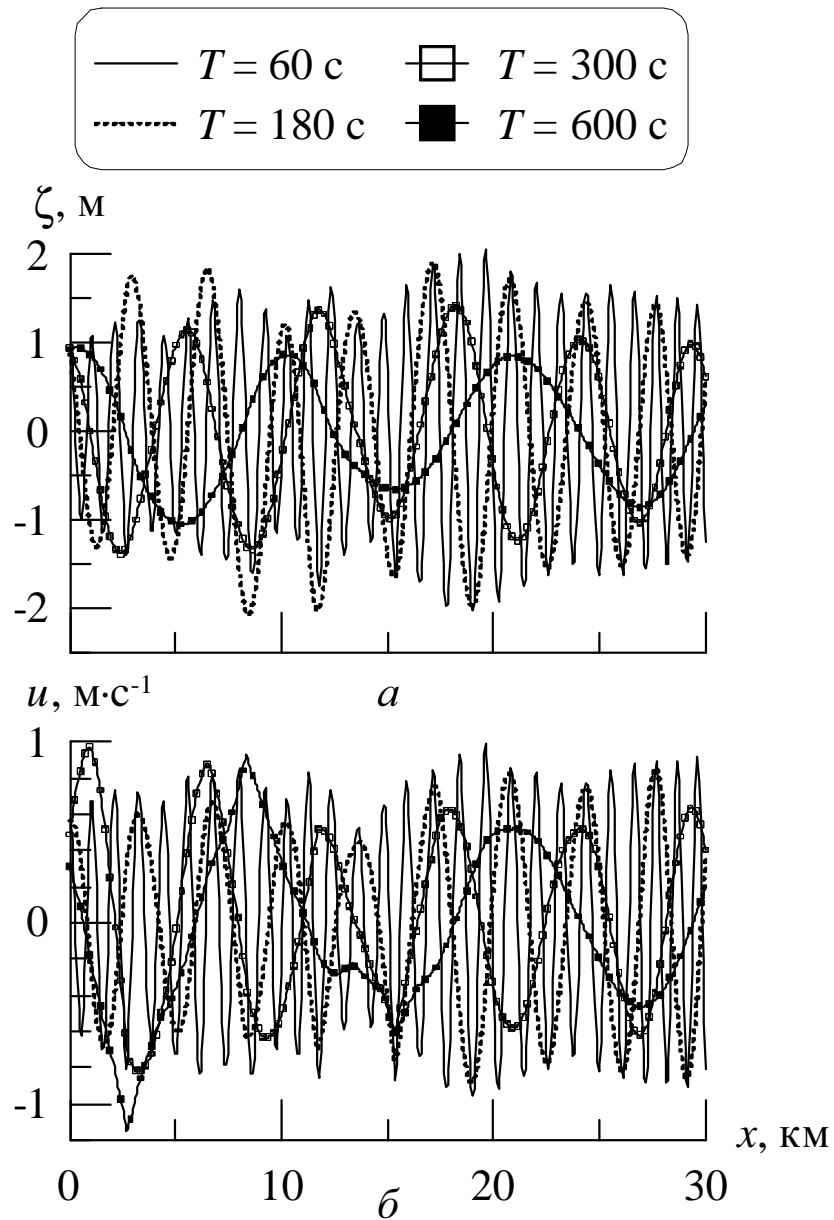
Характер распределения высот волн вдоль пролива зависит от периода  $T$  и от соотношения между длиной волны и характерным масштабом нерегулярностей геометрических параметров канала (рис. 10, а). На отдельных участках пролива возможно многократное (в 2 и более раз) увеличение высот волн (размаха колебаний). Низкочастотные колебания свободной поверхности менее чувствительны к изменениям формы пролива. Что касается волновых скоростей (рис. 10, б), то они достаточно интенсивны и достигают  $1 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  при амплитуде колебаний уровня  $\approx 1 \text{ м}$ . Амплитуда колебаний скорости принимает наибольшие значения в южной (наиболее мелководной) части пролива, особенно для относительно коротких поверхностных волн.

Представляют интерес оценки интенсивности отраженных при входе в пролив и вышедших в Мраморное море поверхностных волн. Амплитуды отраженной  $A_r$  и прошедшей  $A_t$  поверхностных волн находятся по формулам (см. (7) и (9)):

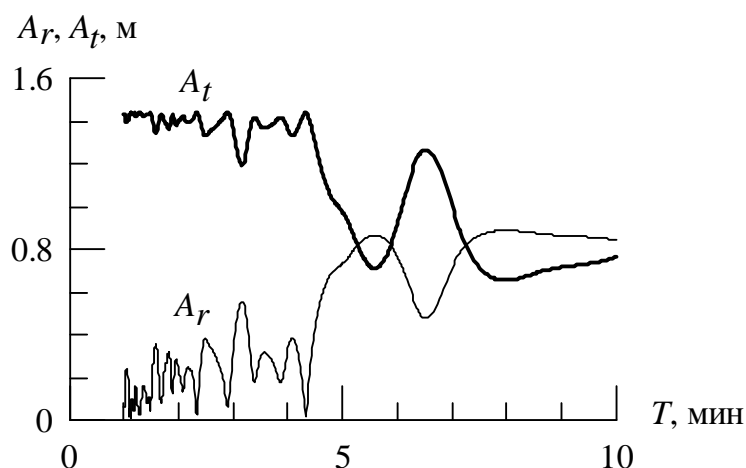
$$A_r = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}, \quad A_t = \sqrt{A_7^2 + A_8^2}. \quad (23)$$

Рассчитанные зависимости амплитуд (23) от периода волны  $T$  приведены на рис. 11. Для пролива Босфор их изменение имеет довольно сложный характер. Амплитуда прошедшей волны  $A_t$  проявляет тенденцию к уменьшению с ростом  $T$ , при этом существует аномальный максимум распределения ам-

плитуды при периодах волн  $\approx 6,5$  мин. Амплитуда отраженной волны  $A_r$ , наоборот, имеет тенденцию к увеличению с ростом периода волны с аномальным минимумом в окрестности значения  $T \approx 6,5$  мин. В диапазоне периодов 1 – 10 мин амплитуда отраженной волны увеличивается от 0,2 до 0,9 м, а прошедшей уменьшается от 1,4 до 0,7 м. Для периодов волн  $T \approx 10$  мин обе амплитуды отраженной и прошедшей через пролив волн близки к 0,8 м.



**Р и с. 10.** Мгновенные распределения смещений свободной поверхности жидкости (а) и горизонтальной скорости (б) в проливе Босфор для различных периодов волны ( $A_0 = 1$  м)



Р и с. 11. Зависимости от периода амплитуд прошедшей через пролив Босфор ( $A_t$ ) и отраженной на входе в пролив ( $A_r$ ) волн

**Заклучение.** Каналовая модель длинных поверхностных волн применена для анализа распространения периодических волн в каналах различной геометрии. Предложена численная процедура, позволяющая рассчитывать параметры смещений свободной поверхности и распределение средних по сечению волновых скоростей в каналах с таблично заданными значениями ширины и площади поперечного сечения.

Как и следовало ожидать, в линейно расширяющихся каналах постоянной глубины наблюдается ослабление волнового поля при перемещении вдоль оси канала, что объясняется монотонным уменьшением плотности волновой энергии на единицу площади сечения. В линейно сужающихся каналах, наоборот, имеет место рост амплитуды колебаний уровня и волновой скорости при перемещении вдоль оси канала, что обусловлено концентрацией энергии в его сечении. В частности, при уменьшении ширины канала (при постоянной глубине) в 5 раз амплитуда поверхностной волны при прохождении сужения канала увеличивается в 2,2 раза. Аналогичная ситуация наблюдается и в локально расширяющихся (озеро) или локально сужающихся (короткий пролив) каналах. В них происходит соответственно локальное ослабление и локальное усиление волнового поля.

На параметры волны, распространяющейся в канале переменного сечения, влияют частота волн, особенности изменения ширины и площади поперечного сечения. Предложенная в работе модель применена для анализа распространения длинной волны из Черного в Мраморное море через пролив Босфор. Геометрические параметры пролива изменяются в широких пределах и задавались в 30 точках. Наибольшую амплитуду прошедшая волна имеет для периодов 1 – 4,2 мин. При дальнейшем увеличении периода волны интенсивность прошедших волн падает. Зависимость от периода амплитуды отраженной волны имеет противоположный характер. Геометрические характеристики пролива Босфор допускают двукратное увеличение высот волн на отдельных участках пролива.

Необходимо отметить, что в статье были рассмотрены длинные баротропные волны, а тем самым исключены бароклинные эффекты, связанные с характерной для проливов Черного, Азовского и Мраморного морей двухслойностью течений. Более того, применение каналовой теории длинных волн требует определенных ограничений на длины (периоды) волн, зависящих от «быстроты» изменения геометрических параметров канала при перемещении наблюдателя вдоль его оси.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ламб Г. Гидродинамика. – М., Л.: Гостехиздат, 1947. – 928 с.
2. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. – М.: Физматгиз, 1963. – 584 с.
3. Шулейкин В.В. Физика моря. – М.: Наука, 1968. – 1083 с.
4. Ржонсницкий В.Б. Приливные движения. – Л.: Гидрометеоздат, 1979. – 244 с.
5. Черкесов Л.В. Поверхностные и внутренние волны. – Киев: Наукова думка, 1973. – 247 с.
6. Стокер Дж. Волны на воде. – М.: Иностран. лит., 1959. – 618 с.
7. Defant A. Physical oceanography. Vol. 1. – New York: Pergamon Press, 1961. – 745 p.
8. Lemmin U., Mortimer C.H. Tests of an extension to internal seiches of Defant's procedure for determination of surface seiche characteristics in real lakes // *Limnol. Oceanogr.* – 1986. – 31, № 6. – P. 1207 – 1231.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,  
Севастополь  
E-mail: sf\_dotsenko@mail.ru

Материал поступил  
в редакцию 25.01.11  
После доработки 25.02.11

**АНОТАЦІЯ** Канальна модель поверхневих довгих хвиль застосована для опису розповсюдження періодичних лінійних хвиль в каналах і протоках різної геометрії. Запропоновано чисельну процедуру розрахунку полів зсувів рівня і хвильових швидкостей у разі таблично заданих параметрів каналу. Показано, що в каналах постійної глибини, які лінійно розширюються, відбувається ослаблення хвильового поля, а в каналах, які лінійно звужуються, – посилення по мірі переміщення вздовж осі каналу. Аналогічна ситуація спостерігається в каналах, які локально розширюються (озеро) і локально звужуються (протока). Модель застосована для аналізу розповсюдження довгої хвилі з Чорного в Мармурове море через протоку Босфор. Хвиля, яка пройшла, має найбільшу амплітуду в діапазоні періодів 1 – 4,2 хв. При подальшому збільшенні періоду коливань інтенсивність хвиль, які пройшли, слабшає, а відбитих – посилюється. Залежність амплітуди відбитої хвилі від періоду має протилежний характер. На окремих ділянках протоки Босфор можливе двократне збільшення висоти хвилі.

**Ключові слова:** поверхневі хвилі, довгі хвилі, хвилі в каналах змінного перетину, каналова модель, розповсюдження хвиль, рішення аналітичні, рішення чисельні, протока Босфор.

**ABSTRACT** Channel model of long surface waves is applied to describe propagation of periodic linear waves in the channels and straits of different geometry. Numerical procedure for calculating the fields of sea level displacements and wave velocities in case of table-prescribed parameters of the channel is proposed. It is shown that in linear-expanding channels of constant depth the wave field weakens and in linear-converging channels it increases with its motion along the channel axis. Similar situation is observed in locally widening (lake) and locally converging (strait) channels. The model is used to analyze propagation of a long wave from the Black Sea to the Sea of Marmora through the Bosphorus. The highest amplitude of a wave that passed the strait is within the period range 1 – 4.2 min. Further increase of the oscillation period results in decrease of intensity of these waves and increase of intensity of the reflected ones. Dependence of a reflected wave amplitude upon the period is of the opposite character. In some parts of the Bosphorus double growth of a wave height is possible.

**Keywords:** surface waves, long waves, waves in channels of variable section, channel model, wave propagation, analytical solutions, numerical solutions, the Bosphorus.